ISSN 2310-3353

BAITURSYNULY UNIVERSITY

«АХМЕТ БАЙТҰРСЫНҰЛЫ АТЫНДАҒЫ ҚОСТАНАЙ ӨҢІРЛІК УНИВЕРСИТЕТІ» КЕАҚ

ҚМПИ ЖАРШЫСЫ

КӨПСАЛАЛЫ ҒЫЛЫМИ ЖУРНАЛЫ
МНОГОПРОФИЛЬНЫЙ НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

№ 4
2026



PUBLISHINGS KSPI

BU BAITURSYNULY UNIVERSITY

ҚМПИ ЖАРШЫСЫ

ВЕСТНИК КГПИ

2026 ж., қазан, №4 (84)
Журнал 2005 ж. қаңтардан бастап шығады
Жылына төрт рет шығады

Құрылтайшы: ***Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті***

Бас редактор: ***Куанышбаев С.Б.***, география ғылымдарының докторы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ, Қазақстан.
Бас редактордың орынбасары: ***Жарлыгасов Ж.Б.***, ауыл шаруашылығы ғылымдарының кандидаты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ, Қазақстан.

РЕДАКЦИЯ АЛҚАСЫ

Әлімбаев А.Е., философия докторы (PhD), А.Қ. Құсайынов атындағы Еуразия гуманитарлық институты, Қазақстан.
Балтабаева А.С., Қостанай облысы әкімдігі білім басқармасының «Әдістемелік орталығы» КММ, Қостанай қ., Қазақстан.
Бережнова Е.В., педагогика ғылымдарының докторы, профессор Ресей Федерациясы Сыртқы істер министрлігінің Мәскеу мемлекеттік Халықаралық қатынастар институты (университеті), Ресей.
Емин Атасой, PhD докторы, Улудаг университеті, Бурса қ., Түркия.
Зоя Микниене, докторы, (PhD) Литва денсаулық туралы ғылым университеті, Каунас қ., Литва Республикасы.
Качеев Д.А., философия ғылымдарының кандидаты, тарих магистрі, «Челябі мемлекеттік университеті» ЖББ ФМББББМ Қостанай филиалы, Қазақстан.
Ксембаева С.К., педагогика ғылымдарының кандидаты, «Торайғыров университеті» КЕАҚ, Қазақстан.
Лина Анастасова, әлеуметтану ғылымдарының докторы, Бургас еркін университеті, Бургас қ., Болгария.
Медетов Н.А., физика-математика ғылымдарының докторы, «Ш. Уалиханов атындағы Көкшетау университеті» КЕАҚ, Қазақстан.
Мишулина О.В., экономика ғылымдарының докторы, «Челябі мемлекеттік университеті» ЖББ ФМББББМ Қостанай филиалы, Қазақстан.
Рахимова Э.Е., «№ 1 мектеп-лицей» КММ мұғалімі, «Үздік педагог-2023 жыл», Қостанай қ., Қазақстан.
Соловьев С.А., биология ғылымдарының докторы, Новосібір мемлекеттік экономика және басқару университеті, Ресей.
Скороходов Д.М., техника ғылымдарының кандидаты, «Ресей мемлекеттік аграрлық университеті – К.А. Тимирязев атындағы Мәскеу ауыл шаруашылық академиясы» ЖББ ФМББББМ, Ресей.
Скударева Г.Н., педагогика ғылымдарының докторы, профессор, Мемлекеттік гуманитарлық-технологиялық университетінің ректоры, Орехово-Зуево қ., Ресей
Сычева И.Н., ауыл шаруашылығы ғылымдарының кандидаты, «Ресей мемлекеттік аграрлық университеті – К.А. Тимирязев атындағы Мәскеу ауыл шаруашылық академиясы» ЖББ ФМББББМ, Ресей.
Ташев А.Н., экология бойынша биология ғылымдарының кандидаты, орман шаруашылығы университеті, София қ., Болгария.
Уразбоев Г.У., физика-математика ғылымдарының докторы, Ургенч мемлекеттік университеті, Өзбекстан.

Тіркеу туралы куәлік №5452-Ж
Қазақстан Республикасының ақпарат министрлігімен 17.09.2004 берілген.
Мерзімді баспа басылымын қайта есепке алу 07.11.2023 ж.
Жазылу бойынша индексі 74081

Редакцияның мекен-жайы:
110000, Қостанай қ., Байтұрсынов к., 47
(Редакциялық-баспа бөлімі)
Тел.: 8(7142) 51-11-76

© Ахмет Байтұрсынұлы атындағы
Қостанай өңірлік университеті

№4 (84), октябрь 2026 г.
Издается с января 2005 года
Выходит 4 раза в год

Учредитель: ***Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы***

Главный редактор: ***Куанышбаев С.Б.***, доктор географических наук, КРУ имени Ахмет Байтұрсынулы, Казахстан.
Заместитель главного редактора: ***Жарлыгасов Ж.Б.***, кандидат сельскохозяйственных наук, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, Казахстан.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

Алимбаев А.Е., доктор философии (PhD), Евразийский гуманитарный институт имени А.К. Кусаинова, Казахстан.
Балтабаева А.С., директор КГУ «Методический центр» Управления образования Костанайской области, г. Костанай, Казахстан.
Бережнова Е.В., доктор педагогических наук, профессор, Московский государственный институт международных отношений (университет) Министерства иностранных дел Российской Федерации, Россия.
Емин Атасой, доктор PhD, Университет Улудаг, г. Бурса, Турция.
Зоя Микниене, доктор (PhD), Литовский университет наук здоровья, г. Каунас, Республика Литва.
Качеев Д.А., кандидат философских наук, магистр истории, Костанайский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ», Казахстан.
Ксембаева С.К., кандидат педагогических наук, НАО «Торайгыров университет», Казахстан.
Лина Анастассова, доктор социологии, Бургасский свободный университет, г. Бургас, Болгария.
Медетов Н.А., доктор физико-математических наук, НАО «Кокшетауский университет им. Ш. Уалиханова», Казахстан.
Мишулина О.В., доктор экономических наук, Костанайский филиал ФГБОУ ВО «ЧелГУ», Казахстан.
Рахимова Э.Е., учитель, КГУ «Школа-лицей № 1», «Лучший педагог-2023 года», г. Костанай, Казахстан.
Соловьев С.А., доктор биологических наук, Новосибирский государственный университет экономики и управления, Россия.
Скороходов Д.М., кандидат технических наук, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Россия.
Скударева Г.Н., доктор педагогических наук, профессор, ректор Государственного гуманитарно-технологического университета, г. Орехово-Зуево, Россия.
Сычева И.Н., кандидат сельскохозяйственных наук, ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, Россия.
Ташев А.Н., кандидат биологических наук по экологии, Лесотехнический университет, г. София, Болгария.
Уразбоев Г.У., доктор физико-математических наук, Ургенчский государственный университет, Узбекистан.

Свидетельство о регистрации № 5452-Ж
выдано Министерством информации Республики Казахстан 17.09.2004 г.
Переучёт периодического печатного издания 07.11.2023 г.
Подписной индекс 74081

Адрес редакции:
110000, г. Костанай, ул. Байтурсынова, 47
(Редакционно-издательский отдел)
Тел.: 8(7142) 51-11-76

© Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы

БІЛІМ БЕРУ
ОБРАЗОВАНИЕ

УДК 378.147:004.8

Нуркенова, Н.А.,
магистр педагогического образования,
преподаватель кафедры физики,
математики и цифровых технологий,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан

ПРИМЕНЕНИЕ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА ПРИ РАЗРАБОТКЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

Аннотация

В статье рассматриваются возможности применения искусственного интеллекта при разработке практических заданий по дисциплине «Информационно-коммуникационные технологии» для студентов педагогических специальностей. Цель работы состоит в создании и обосновании методики педагогически контролируемой генерации практических заданий. Предложен алгоритм, включающий постановку дидактической цели, составление структурированного запроса, генерацию вариантов, педагогическую проверку и содержательную доработку задания. Возможности методики раскрываются на примере темы «Цифровые технологии в профессиональной деятельности педагога». Представлены примеры запросов, критерии проверки и варианты практических заданий по уровням познавательной деятельности. Практическая значимость заключается в возможности использовать разработанную методику для подготовки качественных, дифференцированных и профессионально ориентированных материалов по дисциплине ИКТ.

Ключевые слова: *искусственный интеллект, практические задания, информационно-коммуникационные технологии, будущие педагоги, педагогическое проектирование, цифровая компетентность, дифференциация обучения.*

1 Введение

Искусственный интеллект расширяет возможности преподавателя при подготовке практических материалов по дисциплине «Информационно-коммуникационные технологии». Генеративные системы способны предлагать вопросы, практические ситуации, тесты, кейсы, критерии оценивания и задания разного уровня сложности. Однако автоматически созданный текст ещё не является полноценным практическим заданием: он может не соответствовать результатам обучения, содержать фактические неточности, неоднозначные формулировки или не учитывать особенности конкретной группы студентов.

Международные рекомендации подчёркивают, что применение генеративного ИИ в образовании должно сохранять ведущую роль человека, обеспечивать защиту данных и сопровождаться педагогической проверкой результатов [1]. Необходимость прозрачности, критического мышления и ответственности педагога также подчёркивается в современных исследованиях образовательного применения ИИ [4]. Следовательно, ИИ следует рассматривать не как автономного автора заданий, а как вспомогательный инструмент педагогического проектирования.

Исследования показывают, что нейросети могут выполнять дидактические и методические функции, поддерживая подготовку материалов, обратную связь и проектирование учебной деятельности [2]. В практике подготовки будущих педагогов ИИ применяется при разработке планов, упражнений, контрольных материалов и других профессионально ориентированных продуктов [3]. Одновременно подчёркивается необходимость критического отношения к ответам ИИ, поскольку они могут содержать недостоверные сведения, шаблонные решения и методические ошибки [4]. Поэтому генерация должна завершаться профессиональной проверкой преподавателя.

Под практическим заданием в данной работе понимается сформулированная преподавателем учебная задача по дисциплине «Информационно-коммуникационные технологии», направленная на достижение конкретного результата обучения и предполагающая наблюдаемый продукт или действие студента. Качество задания определяется не внешней сложностью текста, а согласованностью цели, содержания, инструкции, уровня познавательной деятельности и критериев оценивания.

Цель исследования – разработать и обосновать методику применения искусственного интеллекта при создании практических заданий по дисциплине «Информационно-коммуникационные технологии» для студентов педагогических специальностей.

Задачи:

1) определить педагогические требования к практическим заданиям, создаваемым с помощью ИИ;

2) разработать алгоритм взаимодействия преподавателя с генеративной системой;

3) представить примеры структурированных запросов и заданий;

4) предложить критерии экспертной оценки;

5) обозначить ограничения и условия ответственного применения технологии.

2 Материалы и методы

Исследование имеет проектно-методический характер. Материалом послужили научные публикации, международные рекомендации и документы Республики Казахстан по использованию искусственного интеллекта в образовании, а также силлабус дисциплины «Информационно-коммуникационные технологии» для образовательных программ области «Педагогические науки». С учётом цели, результатов обучения и календарно-тематического плана дисциплины разработан комплект практических заданий, объединённых профессионально ориентированной темой «Цифровые технологии в профессиональной деятельности педагога».

Применялись методы анализа научной литературы, нормативных документов и содержания силлабуса, педагогического проектирования, сравнительного анализа вариантов и содержательной проверки практических материалов.

Разработка выполнялась по пятиэтапной модели:

1) соотнесение задания с результатом обучения и темой практического занятия;

2) подготовка структурированного запроса;

3) генерация нескольких вариантов;

4) педагогическая и фактологическая проверка;

5) доработка задания и подготовка критериев оценивания.

Таблица 1 – Этапы педагогически контролируемой разработки практических заданий с использованием ИИ

Этап	Действие	Результат
1 Целеполагание	Определить результат обучения и действие студента	Паспорт задания
2 Запрос	Указать аудиторию, контекст, формат и ограничения	Структурированный промпт
3 Генерация	Получить несколько вариантов	Набор черновиков

Этап	Действие	Результат
4 Проверка	Оценить точность, методику и этику	Лист экспертной проверки
5 Доработка	Исправить и подготовить критерии	Готовое учебное задание

На первом этапе преподаватель формулирует планируемый результат обучения и определяет, какое действие студента подтвердит его достижение. Например, вместо общего запроса «создай задания по цифровым технологиям» задаётся конкретное требование: студент должен уметь анализировать педагогическую ситуацию, обоснованно выбирать цифровой инструмент и определять условия его безопасного и целесообразного применения. Такая конкретизация уменьшает вероятность получения формального набора вопросов.

Структурированный запрос включает роль системы, характеристику аудитории, тему практического занятия, результат обучения, тип задания, уровень сложности, ограничения и формат ответа. Пример: «Для студентов разработай практическое задание по созданию электронной таблицы для организации и анализа учебных данных. Задание должно предусматривать ввод данных, применение формул и функций, построение диаграммы, интерпретацию результата и соблюдение требований конфиденциальности. Укажи ожидаемый результат выполнения задания и четыре критерия оценивания, а также отметь факты, требующие проверки преподавателем».

Сгенерированные варианты проверяются по семи критериям: соответствие результатам обучения; точность содержания; ясность инструкции; уровень познавательной деятельности; профессиональная направленность; возможность объективного оценивания; этическая корректность. Если задание не соответствует результату обучения, содержит фактические или методические ошибки либо нарушает этические требования, оно направляется на доработку.

Таблица 2 – Структура запроса для генерации практического задания

Элемент запроса	Содержание	Пример
Контекст	Курс, специальность, тема	Студенты педагогических ОП; дисциплина ИКТ; тема практического занятия
Цель и действие	Ожидаемый результат	Создать цифровой продукт и обосновать его применение в образовании
Формат и ограничения	Структура, объём, этические рамки	Практическая работа, ожидаемый продукт, критерии; без персональных данных

Проверка разработанных заданий осуществляется преподавателем на основе системы педагогических критериев, включающих соответствие результатам обучения и календарно-тематическому плану дисциплины ИКТ, точность содержания, ясность формулировок, уровень сложности, профессиональную направленность, возможность объективного оценивания и этическую корректность. Такая процедура позволяет зафиксировать вклад преподавателя и не приписывать качество итогового задания исключительно генеративной системе.

3 Результаты

Результатом проектно-методической работы стал алгоритм «Цель – Контекст – Генерация – Проверка – Доработка – Оценивание». Его применение позволило сформировать комплект практических заданий, соотнесённых с содержанием дисциплины «Информационно-коммуникационные технологии»: работой с текстовыми процессорами и презентациями, электронными таблицами и базами данных, веб- и мобильными технологиями, учебными онлайн-платформами, графическими и видеоредакторами, облачными сервисами. Задания объединены профессиональным педагогическим контекстом и направлены на создание студентами конкретного цифрового продукта.

В качестве примеров предложены следующие задания: подготовить и оформить учебно-методический документ в текстовом процессоре; создать учебную презентацию с

учётом эстетических и эргономических требований; разработать электронную таблицу для анализа учебных данных с использованием формул, функций и диаграмм; спроектировать базу данных; создать учебную веб-страницу; выбрать онлайн-платформу для дистанционного обучения и обосновать её применение; подготовить графический или видеоматериал образовательного назначения. Генеративный ИИ используется для создания исходного сценария, дифференциации условий и разработки критериев оценивания, а окончательное содержание определяет преподаватель.

Таблица 3 – Примеры практических заданий по дисциплине ИКТ, разработанных с применением искусственного интеллекта

Тип задания	**Формулировка**	**Ожидаемый продукт**	**Проверяемое умение**	**Критерий**
Работа с электронными таблицами	Создать таблицу для анализа учебных данных, применить формулы и построить диаграмму	Электронная таблица и краткая интерпретация	Организация, анализ и визуализация данных	Точность расчётов
Учебная презентация	Разработать презентацию по теме занятия с учётом требований дизайна	Учебная презентация	Создание цифрового учебного материала	Содержательность и дизайн
Веб-разработка	Создать учебную веб-страницу с использованием HTML и CSS	Рабочая веб-страница	Разработка цифрового ресурса	Функциональность
Графика или видео	Создать графический либо видеоматериал образовательного назначения	Цифровой медиапродукт	Работа с графическими и видеоредакторами	Качество и применимость

Предложенные задания согласуются с результатами обучения, закреплёнными в силлабусе: использовать функциональность текстовых процессоров и электронных таблиц, создавать презентации и графические материалы, применять базы данных, сетевые и мобильные технологии, а также решать практические задачи в сфере образования. Уровень сложности регулируется объёмом исходных данных, количеством используемых функций, степенью самостоятельности и требованиями к обоснованию выбранного цифрового инструмента.

Таблица 4 – Критерии педагогической проверки практических заданий, созданных с помощью искусственного интеллекта

Критерий	**Вопрос для проверки**	**Решение преподавателя**
Соответствие результатам обучения	Направлено ли задание на достижение запланированного результата обучения?	Принять / доработать
Точность содержания	Отсутствуют ли фактические, терминологические и логические ошибки?	Принять / доработать
Ясность формулировки	Понятны ли студентам инструкция, условия и ожидаемый результат?	Принять / доработать
Уровень сложности	Соответствует ли задание курсу и уровню подготовки студентов?	Принять / доработать
Профессиональная направленность	Связано ли задание с будущей педагогической деятельностью?	Принять / доработать
Возможность оценивания	Можно ли объективно оценить результат по установленным критериям?	Принять / доработать
Этическая корректность	Соблюдены ли требования конфиденциальности, авторства и академической добросовестности?	Принять / доработать

Разработанные критерии позволяют преподавателю последовательно проверить качество практического задания, созданного с помощью искусственного интеллекта. Если задание не соответствует результату обучения по дисциплине ИКТ, содержит фактические или методические ошибки, допускает неоднозначное толкование либо нарушает этические требования, оно направляется на доработку. Таким образом, результат генеративной системы рассматривается как предварительный материал, а окончательное решение о содержании, структуре и возможности применения задания принимает преподаватель.

4 Обсуждение

Полученные методические результаты подтверждают, что основная ценность ИИ связана не с автоматическим созданием готового задания, а с ускорением поиска вариантов. Генеративная система помогает предложить контексты, изменить формат, повысить или снизить сложность, создать альтернативные ситуации. Однако педагог определяет цель, отбирает содержание и несёт ответственность за качество итогового материала.

Особого внимания требует согласование задания с результатами обучения. Генеративные системы часто создают внешне разнообразные, но преимущественно репродуктивные вопросы. Чтобы получить аналитические и проектные задания, в запросе необходимо указывать ожидаемое действие студента, профессиональный контекст, ограничения и форму результата. Полезно запрашивать несколько вариантов, а затем сравнивать их по единой рубрике.

Проверка содержания должна включать верификацию фактов, терминов, ссылок и нормативных положений. Если задание содержит вымышленный источник или неверное утверждение, его привлекательная форма не компенсирует методический дефект. Этическая проверка предусматривает исключение персональных данных, стереотипных характеристик и ситуаций, способных причинить вред участникам образовательного процесса.

Ограничение работы обусловлено её проектно-методическим характером: разработанный комплект демонстрирует процедуру создания и проверки заданий, но не позволяет делать выводы о влиянии ИИ на учебные достижения студентов. В дальнейшем методика может быть апробирована в учебном процессе посредством анализа выполненных работ, времени подготовки материалов и качества обратной связи. Также необходимо учитывать быстрое изменение возможностей генеративных систем.

5 Выводы

Искусственный интеллект может эффективно поддерживать разработку практических заданий по дисциплине «Информационно-коммуникационные технологии» для студентов педагогических специальностей при условии педагогического контроля. Ключевыми этапами являются формулирование результата обучения, подготовка структурированного запроса, генерация нескольких вариантов, фактологическая и методическая проверка, доработка и создание прозрачных критериев оценивания.

Предложенный алгоритм и комплект практических заданий обладают практической значимостью и могут применяться преподавателями дисциплины ИКТ при разработке аналитических, проектировочных, рефлексивных, дифференцированных и оценочных заданий. Использование инструментов искусственного интеллекта позволяет расширить спектр методических решений, ускорить поиск идей и адаптировать содержание заданий к особенностям различных педагогических специальностей. При этом результаты, генерируемые ИИ, требуют критического анализа и педагогической корректировки со стороны преподавателя, поскольку эффективность учебных заданий определяется их соответствием образовательным целям, содержанию дисциплины и уровню подготовки студентов. Таким образом, предложенная методика может рассматриваться как практический инструмент совершенствования процесса разработки учебных заданий, предполагающий осознанное и ответственное использование возможностей искусственного интеллекта.

Список литературы

1 Miao F., Holmes W. Guidance for Generative AI in Education and Research [Электронный ресурс]. – Paris: UNESCO, 2023. – 44 p. – URL: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000386693

2 Сысоев П.В. Дидактические свойства и методические функции нейросетей [Текст] // Перспективы науки и образования. – 2024. – № 6 (72). – С. 672–690. – DOI: https://doi.org/10.32744/pse.2024.6.42.

3 Сысоев П.В., Евстигнеев М.Н. Использование студентами педагогических специальностей технических решений на основе искусственного интеллекта в ходе педагогической практики [Текст] // Перспективы науки и образования. – 2025. – № 4 (76). – С. 135–150. – DOI: https://doi.org/10.32744/pse.2025.4.9.

4 Казакова Е.И., Кузьминов Я.И. «Мы должны воспитать культуру критического отношения к ответам искусственного интеллекта»: о стоящих перед системой образования вызовах беседуют Елена Казакова и Ярослав Кузьминов [Текст] // Вопросы образования. – 2025. – № 1. – С. 8–24. – DOI: https://doi.org/10.17323/vo-2025-25882.

5 Об утверждении Концепции развития искусственного интеллекта на 2024–2029 годы: постановление Правительства Республики Казахстан от 24 июля 2024 года № 592 [Электронный ресурс]. – URL: https://adilet.zan.kz/rus/docs/P2400000592.

6 Абдулина М.Е., Гавриш Н.В., Мамытбаева Ж.А. ИКТ-компетентность и инструменты ИИ как ключевые педагогические условия подготовки будущих педагогов дошкольных организаций [Текст] // Вестник КазНПУ имени Абая. Серия: Педагогические науки. – 2025. – Т. 86. – № 2. – С. 120–132. – DOI: https://doi.org/10.51889/2959-5762.2025.86.2.011.

7 Турсынбаева А.З., Усенова А.М., Керимбекова А.А. Модель формирования информационной компетентности будущих педагогов на основе интеграции технологий искусственного интеллекта в образовании [Текст] // Вестник КазНПУ имени Абая. Серия: Педагогические науки. – 2026. – Т. 91. – № 3. – С. 5–18. – DOI: https://doi.org/10.51889/2959-5762.2026.91.3.001.

НУРКЕНОВА, Н.А.

ПЕДАГОГИКАЛЫҚ МАМАНДЫҚ СТУДЕНТТЕРІНЕ АРНАЛҒАН «АҚПАРАТТЫҚ-КОММУНИКАЦИЯЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР» ПӘНІ БОЙЫНША ПРАКТИКАЛЫҚ ТАПСЫРМАЛАРДЫ ӘЗІРЛЕУДЕ ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТІНІ ҚОЛДАНУ

Мақалада педагогикалық мамандық студенттеріне арналған «Ақпараттық-коммуникациялық технологиялар» пәні бойынша практикалық тапсырмаларды әзірлеуде жасанды интеллектіні қолдану мүмкіндіктері қарастырылады. Жұмыстың мақсаты – практикалық тапсырмаларды педагогикалық бақылаумен генерациялау әдістемесін әзірлеу және негіздеу. Дидактикалық мақсат қоюды, құрылымдалған сұраныс құрастыруды, бірнеше нұсқа генерациялауды, педагогикалық тексеруді және мазмұндық жетілдіруді қамтитын алгоритм ұсынылды. Әдістеменің мүмкіндіктері «Педагогтің кәсіби қызметіндегі цифрлық технологиялар» тақырыбы негізінде көрсетілді. Сұраныстардың мысалдары, тексеру критерийлері және танымдық әрекет деңгейлері бойынша практикалық тапсырма түрлері берілді. Әдістеменің практикалық маңызы сапалы, сараланған және кәсіби бағытталған материалдарды дайындауда көрінеді.

Түйінді сөздер: *жасанды интеллект, практикалық тапсырмалар, ақпараттық-коммуникациялық технологиялар, болашақ педагогтер, педагогикалық жобалау, цифрлық құзыреттілік, оқытуды саралау.*

NURKENOVA, N.A.

THE USE OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN DEVELOPING PRACTICAL ASSIGNMENTS FOR THE COURSE "INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES" FOR STUDENTS OF PEDAGOGICAL SPECIALTIES

The article examines the use of artificial intelligence in developing practical assignments in the "Information and Communication Technologies" course for students of pedagogical specialties. It aims to design and substantiate a method for pedagogically controlled generation of practical assignments. The proposed algorithm includes defining a learning outcome, writing a structured prompt, generating alternatives, conducting pedagogical verification, revising content, and preparing assessment criteria. The method is illustrated through the topic "Digital Technologies in the Professional Practice of Teachers". Examples of prompts, verification criteria, and analytical, design-oriented, reflective, differentiated, and assessment-focused assignments are presented. The practical value lies in supporting the preparation of

high-quality, differentiated, and professionally oriented ICT materials while preserving the teacher's responsibility for accuracy, ethics, and methodological validity.

Keywords: *artificial intelligence, practical assignments, information and communication technologies, future educators, instructional design, digital competence, differentiated instruction.*

Сведения об авторе:

Нуркенова Нургуль Айтбаевна *– магистр педагогического образования, преподаватель кафедры физики, математики и цифровых технологий, Костанайский региональный университет имени Ахмета Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Нуркенова Нургуль Айтбаевна *– педагогикалық білім магистрі, физика, математика және цифрлық технологиялар кафедрасының оқытушысы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Nurkenova Nurgul Aitbayevna *– Master of Pedagogical Education, Lecturer, Department of physics, mathematics and digital mechnologies, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

ӘОЖ 004.8:3

Шолпанбаева, Г.А.,
педагогика ғылымдарының магистрі,
аға оқытушы,
Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ,
Қостанай қ., Қазақстан Республикасы
Адилов, Н.Е.,
«Шетел тілі: екі шетел тілі»
білім беру бағдарламасының 2-курс студенті,
Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ,
Қостанай қ., Қазақстан Республикасы

ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТ ДӘУІРІНДЕГІ ТІЛДІК БІЛІМ БЕРУ

Түйін

Мақалада жасанды интеллект дәуіріндегі тілдік білім берудің негізгі бағыттары қарастырылады. Зерттеудің мақсаты – генеративті жасанды интеллект құралдарын тіл үйретуге педагогикалық тұрғыдан орынды енгізудің шарттарын анықтау. Теориялық талдау, салыстыру және жүйелеу әдістері негізінде жасанды интеллектінің дараланған тапсырма құрастыру, жедел кері байланыс беру, мәтінді деңгейге бейімдеу және көптілді оқытуды қолдау мүмкіндіктері сипатталды. Сонымен бірге академиялық адалдық, дербес деректерді қорғау, тілдік қате мен алгоритмдік біржақтылық тәуекелдері талданды. Нәтижесінде оқытушының жетекші рөлін, білім алушының сыни ойлауын және ашық бағалау талаптарын біріктіретін жауапты қолдану үлгісі ұсынылды.

Түйінді сөздер: *жасанды интеллект, тілдік білім беру, генеративті модель, цифрлық құзырет, академиялық адалдық, дербестендірілген оқыту, сыни ойлау.*

1 Кіріспе

Жасанды интеллектінің білім беру кеңістігіне енуі тілдерді оқыту әдістемесіне елеулі өзгеріс әкелді. Бұрын цифрлық құрал көбіне электрондық сөздік, жаттығу платформасы немесе байланыс арнасы қызметін атқарса, қазіргі генеративті жүйелер мәтін құрастырады,

сұраққа жауап береді, диалог жүргізеді, жазылымды талдайды және тапсырманы білім алушының деңгейіне бейімдей алады. Осы мүмкіндіктер мұғалімнің күнделікті жұмысын жеңілдетуі ықтимал, бірақ технологияның жылдам таралуы оның нәтижесін дайын білім ретінде қабылдау, тексерілмеген ақпаратты қолдану және оқушының дербес ойлауын әлсірету қаупін де күшейтеді.

Тілдік білім беру басқа пәндерден белгілі бір ерекшелігімен ажыратылады. Тілді меңгеру үшін білім алушы ережені білуімен шектелмей, мағынаны жағдаятқа сай жеткізуі, тыңдаушының мақсатын түсінуі, сөзді орынды таңдауы және мәдени реңкті ескеруі қажет. Жасанды интеллект тілдік үлгілерді көп көлемде ұсынады, алайда оның жауабы шынайы қарым-қатынастың әлеуметтік жауапкершілігін толық алмастырмайды. Сондықтан технология оқытушыны алмастыратын күш ретінде емес, әдістемелік мақсатқа бағынатын көмекші құрал ретінде қарастырылуы тиіс.

UNESCO генеративті жасанды интеллектіні білім мен зерттеуде қолдану кезінде адамға бағдарланған тәсілді, дербес деректерді қорғауды, жас ерекшелігіне сай пайдалануды және институционалдық ережелерді маңызды деп көрсетеді [1]. OECD материалдары да жасанды интеллектіден алынатын нәтиже технологияның өзіне ғана емес, оны қолдану мақсатына, мұғалімнің кәсіби шешіміне және бағалау жүйесінің құрылымына тәуелді екенін атап өтеді [2]. Бұл қағидалар тіл сабағында ерекше маңызды, өйткені білім алушының жазған мәтіні, дауысы, қатесі мен жеке оқу тарихы цифрлық жүйеге берілуі мүмкін.

Қазақстанда жасанды интеллектіні дамыту мемлекеттік саясаттың маңызды бағытына айналды. 2024–2029 жылдарға арналған тұжырымдама адами капиталды дамытуға, мамандар даярлауға және технологияны экономика мен әлеуметтік салаларға жауапты енгізуге мән береді [3]. Жоғары білім мен ғылымды дамытудың 2023–2029 жылдарға арналған тұжырымдамасында цифрлық құзыреттерді жетілдіру, білім сапасын арттыру және заманауи технологияларды қолдану міндеттері белгіленген [4]. Осы құжаттар тіл маманын даярлауда тек құралды пайдалану шеберлігін емес, оның шектеулерін түсіндіретін әдістемелік және этикалық сауаттылықты қалыптастыру қажеттігін көрсетеді.

Зерттеудің мақсаты – жасанды интеллект құралдарын тілдік білім беруге педагогикалық тұрғыдан орынды және жауапты енгізудің негізгі бағыттары мен шарттарын анықтау. Осы мақсатқа жету үшін мына міндеттер қойылды: жасанды интеллектінің тіл үйретудегі қызметтерін жүйелеу; тиімді қолдану үлгілерін сипаттау; ықтимал қауіптерді талдау; оқытушы мен білім алушының жаңа құзыреттерін анықтау; оқу тапсырмалары мен бағалауға арналған практикалық қағидалар ұсыну. Зерттеу нысаны – жоғары білім беру жағдайындағы тіл үйрету үдерісі, ал зерттеу пәні – генеративті жасанды интеллектіні қолданудың әдістемелік мүмкіндіктері мен шектеулері.

2 Материалдары мен әдістері

Зерттеу теориялық-талдамалық сипатта жүргізілді. Материал ретінде генеративті жасанды интеллектіні білім беруде қолдануға арналған UNESCO нұсқаулығы, OECD цифрлық білім беру жөніндегі талдамалық еңбектері, Қазақстан Республикасының жасанды интеллект пен жоғары білімді дамытуға қатысты ресми тұжырымдамалары және тіл үйретудің коммуникативтік ұстанымдары пайдаланылды. Дереккөздерді таңдауда олардың ресмилігі, тақырыпқа тікелей қатысы, жарияланымның өзектілігі және ұсыныстардың білім беру тәжірибесіне қолданылу мүмкіндігі ескерілді.

Жұмыста мазмұндық талдау, салыстыру, жүйелеу және педагогикалық модельдеу әдістері қолданылды. Мазмұндық талдау арқылы құжаттардағы қауіпсіздік, адамға бағдарлану, құзырет, бағалау және деректерді қорғау ұғымдары анықталды. Салыстыру әдісі дәстүрлі цифрлық құрал мен генеративті жүйенің айырмашылығын көрсетуге мүмкіндік берді. Жүйелеу барысында жасанды интеллектінің қызметтері тілдік әрекеттің түрлеріне және оқу міндеттеріне қарай топтастырылды. Педагогикалық модельдеу негізінде мақсат, әрекет, тексеру және рефлексия кезеңдерінен тұратын жауапты қолдану үлгісі жасалды.

Зерттеу эмпирикалық эксперимент нәтижесін ұсынбайды. Сондықтан мақаладағы қорытындылар статистикалық тиімділік туралы дәлел ретінде емес, оқыту тәжірибесін ұйымдастыруға арналған теориялық және әдістемелік ұсыныстар ретінде қарастырылады. Бұл шектеу ұсынылған үлгіні кейін студенттер мен оқытушылар қатысатын тәжірибелік зерттеу арқылы тексеру қажеттігін білдіреді.

3 Нәтижелер

Талдау нәтижесінде жасанды интеллектінің тілдік білім берудегі бес негізгі қызметі анықталды: оқу материалын бейімдеу, тілдік жаттығу құрастыру, жедел кері байланыс беру, қарым-қатынас жағдаятын модельдеу және оқытушының дайындық жұмысын қолдау. Бұл қызметтердің әрқайсысы нақты оқу мақсатына байланыстырылғанда ғана құнды. Құралды қолдану өз алдына сабақ мақсаты болмауы керек; негізгі нәтиже білім алушының тыңдалым, айтылым, оқылым, жазылым және тілдік-мәдени құзыреттерінің дамуы арқылы бағаланады.

Бірінші бағыт – оқу материалын деңгейге және мақсатқа бейімдеу. Мұғалім бір мәтіннің мазмұнын сақтай отырып, оны бастапқы, орта немесе жоғары деңгейге лайықтап қайта құрастыруды сұрай алады. Генеративті жүйе күрделі сөйлемді жеңілдетуге, сирек сөзге түсінік беруге, мәтін бойынша сұрақтар ұсынуға және тақырыптық сөздік жасауға көмектеседі. Бірақ бейімделген материал міндетті түрде мұғалімнің тексеруінен өтуі тиіс. Себебі жүйе терминді дәл бермеуі, мәдени мағынаны қарапайымдандыруы немесе тілдік нормаға сай емес құрылым ұсынуы мүмкін.

Екінші бағыт – дараланған жаттығу. Білім алушылар бір топта оқығанымен, олардың сөздік қоры, грамматикалық қиындығы және сөйлеу сенімділігі әртүрлі болады. Жасанды интеллект белгілі бір қате түріне арналған қосымша мысал, бос орынды толтыру тапсырмасы, шағын диалог немесе қайталау карточкасын тез құрастыра алады. Мұнда дараландыру тек тапсырманың санын көбейтумен шектелмеуі керек. Тапсырма оқушының нақты қиындығына сай болып, жауапты түсіндіру және қайта орындау мүмкіндігін қамтуы қажет.

Үшінші бағыт – қалыптастырушы кері байланыс. Жазылым жұмысын тек «дұрыс» немесе «қате» деп бағалау білім алушыға келесі қадамын түсіндірмейді. Жасанды интеллект мәтіндегі қайталанған сөздерді, сөйлем байланысын, грамматикалық үлгілерді және стиль сәйкестігін көрсетуге көмектесе алады. Тиімді нұсқа – жүйеден дайын түзетілген мәтін алдыру емес, үш негізгі мәселені белгілеуді, әр мәселенің себебін түсіндіруді және оқушыға өз нұсқасын қайта жазуға мүмкіндік беретін сұрақ ұсынуды талап ету. Осылайша кері байланыс жауапты алмастырмай, үйрену әрекетін жалғастырады.

Төртінші бағыт – диалог пен жағдаятты модельдеу. Білім алушы жасанды интеллектімен қонақүйде бөлме брондау, жұмыс сұхбатына қатысу, ғылыми пікірталас жүргізу немесе күнделікті мәселені шешу түріндегі рөлдік диалог жасай алады. Бұл тәсіл сөйлеуге дайындалуға, қажетті сөз тіркестерін қайталауға және қорқынышты азайтуға пайдалы. Дегенмен шынайы айтылым дағдысы дауыс ырғағын, кідірісті, серіктестің күтпеген реакциясын және мәдени әдепті қамтиды. Сондықтан цифрлық диалог жұптық және топтық қарым-қатынаспен толықтырылуы керек.

Бесінші бағыт – мұғалім еңбегін қолдау. Оқытушы сабақ жоспарының алғашқы нұсқасын, деңгейлік тапсырма, бағалау өлшемі, пікірталас сұрағы немесе қысқа мәтін үлгісін жылдам әзірлей алады. Уақыт үнемдеу мұғалімге студентпен жеке жұмысқа, күрделі қателерді талдауға және сабақтағы қарым-қатынасты ұйымдастыруға көбірек мүмкіндік береді. Алайда түпкі шешім мен жауапкершілік оқытушыда қалады: ол ұсынылған материалдың ғылыми дұрыстығын, тілдік табиғилығын, жас ерекшелігіне сәйкестігін және оқу бағдарламасымен байланысын бағалайды.

Ұсынылған матрица жасанды интеллектінің өнімін емес, білім алушының әрекетін орталыққа қояды. Мысалы, жазылымда жүйе қате туралы нұсқау береді, бірақ студент мәтінді өзі қайта жазады және қандай өзгеріс енгізгенін түсіндіреді. Оқылымда жүйе мәтінді жеңілдетеді, алайда студент түпнұсқамен салыстырып, мағынаның сақталғанын бағалайды.

Мұндай құрылым технологиялық ыңғайлылық пен оқу жауапкершілігінің тепе-теңдігін қамтамасыз етеді.

1 кесте– Тілдік білім беруде жасанды интеллектіні қолдану матрицасы

Оқу бағыты	**ЖИ көмегі**	**Білім алушы әрекеті**	**Мұғалім бақылауы**
Оқылым	Мәтінді деңгейге бейімдеу, сұрақ құрастыру	Негізгі ойды табу, деректі тексеру	Мағына мен тілдік норманы тексеру
Жазылым	Құрылым мен қате туралы кері байланыс	Мәтінді қайта жазу, өзгерісті түсіндіру	Авторлық үлесті және ілгерілеуді бағалау
Айтылым	Рөлдік жағдаят пен сұрақ ұсыну	Диалогке дайындалу, тірі қарым-қатынас жасау	Айтылым, әдеп және табиғилықты бақылау
Сөздік пен грамматика	Деңгейлік мысал және жаттығу жасау	Ережені қолданып, өз мысалын құрау	Мысалдың дұрыстығын іріктеу

Зерттеу нәтижесінде жауапты қолданудың төрт кезеңді үлгісі ұсынылды. Бірінші кезең – мақсат: мұғалім жасанды интеллект не үшін қолданылатынын және қандай тілдік нәтиже күтілетінін анықтайды. Екінші кезең – әрекет: білім алушы жүйеге сауал құрастырады, жауап алады және оны оқу тапсырмасында қолданады. Үшінші кезең – тексеру: жауап кемінде екі өлшем бойынша бағаланады, яғни мазмұнның дұрыстығы мен тілдік сапасы тексеріледі. Төртінші кезең – рефлексия: студент жасанды интеллектінің көмегін, өз үлесін, кездескен қатені және үйренген тәсілін қысқаша түсіндіреді.

Бұл үлгіге сәйкес бағалау тек соңғы мәтінге бағытталмайды. Оқытушы бастапқы нұсқаны, жүйеге берілген сауалды, алынған ұсынысты, студент енгізген өзгерісті және қысқа рефлексияны бірге қарай алады. Нәтижесінде дайын жауапты көшірудің тиімділігі азаяды, ал оқу үдерісінің көрінуі артады. Бағалау өлшемдеріне мазмұнның дәлдігі, тілдік норма, дәлелдің сапасы, дереккөзді тексеру, авторлық шешім және құралды ашық көрсету енгізіледі.

Практикалық тұрғыдан бірінші сценарий жазылым сабағына арналған. Студент алдымен тақырып бойынша 150–200 сөздік мәтінді өздігінен жазады. Содан кейін жасанды интеллектіден мәтінді толық қайта жазуды емес, байланысы әлсіз екі сөйлемді, орынсыз қайталанған үш сөзді және бір грамматикалық мәселені көрсету сұралады. Студент ұсыныстардың әрқайсысын қабылдау немесе қабылдамау себебін белгілеп, екінші нұсқасын дайындайды. Оқытушы соңғы мәтінмен бірге алғашқы нұсқаны және өзгеріс түсіндірмесін бағалайды. Бұл сценарийде жүйе редактор қызметін атқарады, ал авторлық шешім студентте сақталады.

Екінші сценарий оқылым мен ақпаратты тексеруге бағытталады. Мұғалім тақырыпқа қатысты негізгі мәтінді және жасанды интеллект құрастырған қысқа мазмұндаманы ұсынады. Студенттер жұппен жұмыс істеп, мазмұндамадағы негізгі ойды, түсіп қалған деректі және түпнұсқада жоқ пікірді анықтайды. Одан кейін олар дәлелін мәтіндегі нақты сөйлеммен байланыстырады. Мұндай тапсырма оқылымды тек мазмұн айту деңгейінде қалдырмай, ақпарат көзін салыстыруға және генеративті жауаптың сенімділігін бағалауға үйретеді. Сонымен қатар мұғалім тексерілетін тұстарды студенттердің деңгейіне сай алдын ала іріктей алады.

Үшінші сценарий айтылымға дайындықты қамтиды. Студент жүйемен белгілі бір рөлдік жағдаят бойынша қысқа диалог жасап, пайдалы сөз тіркестерін жинайды. Келесі кезеңде телефон немесе компьютер жабылып, сол жағдаят сыныптасымен орындалады. Серіктес алдын ала дайындалмаған екі сұрақ қояды, ал студент жауапты өз сөзімен жалғастырады. Соңында ол цифрлық дайындықтың қай тұсы көмектескенін және шынайы диалогта қандай қиындық туғанын жазады. Бұл тәсіл жаттығуды автоматтандырылған жауаппен аяқтамай, оны тірі қарым-қатынасқа өткізеді.

Төртінші сценарий көптілді салыстыруға негізделеді. Бір ұғымның қазақша, орысша және ағылшынша түсіндірмесі жасанды интеллект арқылы алынып, студенттер терминнің

мағынасы, стильдік реңкі және қолданылу аясы бойынша айырмашылықтарды белгілейді. Әр нұсқа сөздікпен немесе ресми мәтінмен тексеріледі. Жүйе ұсынған тікелей аударма сәтсіз болса, студент контекстке сай балама ұсынып, таңдауын дәлелдейді. Мұндай жұмыс аударманы дайын балама іздеу емес, мағына мен мәдени қолданысты салыстыру әрекетіне айналдырады.

4 Талқылаулар

Жасанды интеллектіні тілдік білімге енгізуде ең маңызды мәселе – педагогикалық мақсат пен технологиялық мүмкіндіктің арақатынасы. Жүйе бір минутта бірнеше тапсырма жасағанымен, олардың көп болуы сапалы үйренуді автоматты түрде қамтамасыз етпейді. Егер студент жауапты тек көшірсе, тілдік әрекет орындалмайды. Ал егер ол жауапты салыстырса, қатені тапса, дәлелдесе және қайта жазса, жасанды интеллект сыни ойлауды дамытатын материалға айналады. Демек нәтиже құралдың бар-жоғына емес, тапсырманың құрылымына тәуелді.

Академиялық адалдық мәселесі толық тыйым салу арқылы шешілмейді. Тыйым жағдайында студент құралды жасырын қолдануы мүмкін, ал оқытушы нақты оқу әрекетін көрмейді. Тиімдірек тәсіл – рұқсат етілетін және рұқсат етілмейтін көмекті нақты белгілеу. Мәселен, идея жинау, жоспардың бірнеше нұсқасын салыстыру немесе грамматикалық түсіндірме алу рұқсат етілуі мүмкін; ал бақылау жұмысында дайын мәтінді өз атынан ұсынуға жол берілмейді. Әр тапсырмада қолдану шегі алдын ала көрсетіліп, студенттен құралдың көмегін қысқаша белгілеу талап етілгені жөн.

Дербес деректерді қорғау да негізгі шарттардың бірі. Студенттің толық аты-жөні, байланыс ақпараты, бағасы, медициналық немесе отбасылық мәліметі, жарияланбаған зерттеу дерегі ашық цифрлық жүйеге енгізілмеуі керек. Оқу орны қандай платформаның қолданылатынын, деректің қайда сақталатынын және пайдаланушының қандай келісім беретіні туралы түсінікті ереже әзірлеуі қажет. Мұғалім тапсырмада жеке мәліметті жасырындыруды үйретіп, нақты студент жұмысының орнына бейтарап үлгі қолдануы тиіс.

Тілдік және мәдени біржақтылық көптілді орта үшін ерекше тәуекел туғызады. Үлкен тілдер бойынша модельдің мысалы көбірек әрі табиғи болуы мүмкін, ал қазақ тіліндегі сирек қолданыс, аймақтық нұсқа, термин немесе мәдени ишара қате берілуі ықтимал. Сондықтан қазақ тіліндегі жауапты беделді сөздікпен, ресми емле ережесімен, түпнұсқа мәтінмен және маман пікірімен салыстыру қажет. Білім алушыға «жүйе қате жасамайды» деген көзқарас емес, «жүйе ұсынған нұсқа тексерілуі керек» деген ақпараттық әдет қалыптастырылуы тиіс.

Оқытушының рөлі әлсіремейді, керісінше күрделене түседі. Ол мазмұн жеткізуші ғана емес, тапсырма жобалаушы, дерек сапасын бағалаушы, этикалық бағдар беруші және оқу үдерісін ұйымдастырушы болады. Мұғалімге тиімді сауал құрастыруды білу жеткіліксіз; ол жасанды интеллектінің ықтимал қатесін тануы, студенттің авторлық үлесін бағалауы, қауіпсіз платформаны таңдауы және технологиясыз орындалатын әрекеттерді де сақтауы керек. Бұл үшін қысқа практикалық семинарлармен қатар, кафедра деңгейіндегі ортақ ереже мен бағалау үлгілері қажет.

Білім алушының жаңа құзыреті үш құрамнан тұрады. Біріншісі – функционалдық сауаттылық: құралға анық тапсырма беру, жауапты өңдеу және нәтижені қажетті форматқа келтіру. Екіншісі – сыни сауаттылық: фактіні тексеру, қисынсыз тұсты байқау, балама дерекпен салыстыру және тілдік норманы бағалау. Үшіншісі – этикалық сауаттылық: авторлық үлесті ашық көрсету, өзгенің мәтінін иемденбеу, дербес деректі қорғамау салдарын түсіну және шешім үшін жауапкершілікті жүйеге аудармау.

Инклюзивтілік тұрғысынан жасанды интеллект қосымша мүмкіндік бере алады. Ол мәтінді жеңіл тілмен түсіндіреді, бірнеше мысал ұсынады, жауап беру қарқынын баяулатады және білім алушыға қайта сұраудан ұялмайтын орта қалыптастырады. Сонымен бірге ақылы нұсқаға қолжетімділік, интернет сапасы, интерфейс тілі және цифрлық дағды айырмашылығы жаңа теңсіздік тудыруы мүмкін. Сондықтан міндетті тапсырма белгілі бір коммерциялық

жүйеге тәуелді болмауы, балама орындау жолы қарастырылуы және бағалау студенттің техникалық мүмкіндігіне емес, оқу нәтижесіне негізделуі қажет.

Тілдік білім беруде адамаралық қарым-қатынасты сақтау принциптік мәнге ие. Тіл тек мәтін жасау технологиясы емес; ол сұхбаттасушыны тыңдау, келісу немесе келіспеу, эмоцияны түсіну, мәдени шекараны сезу және ортақ мағына құру әрекеті. Сондықтан жасанды интеллектпен орындалатын жаттығулар мұғаліммен, жұппен және топпен жұмысқа дайындық қызметін атқарғаны дұрыс. Цифрлық жүйе тыныш дайындық ортасын береді, ал тірі қарым-қатынас әлеуметтік және мәдени құзыретті қалыптастырады.

Ұсынылған тәсілдің практикалық мәні – оқу орнында бірден қолдануға болатын қарапайым ережелерді қалыптастыруында. Әр пән бойынша рұқсат етілетін көмек түрлері жазылады; тапсырмада жасанды интеллектіні қолдану мақсаты көрсетіледі; студент өніммен бірге жұмыс ізін және рефлексиясын тапсырады; маңызды ақпарат кемінде бір сенімді дерекпен тексеріледі; жеке мәлімет жүйеге енгізілмейді; соңғы баға студенттің түсіндіруі мен дербес орындауына сүйенеді. Мұндай талаптар технологияны жасыруды емес, саналы қолдануды қолдайды.

5 Қорытынды

Жасанды интеллект тілдік білім беруді дараландыруға, оқу материалын бейімдеуге, жедел кері байланыс беруге, диалогтік жағдаят жасауға және мұғалімнің дайындық уақытын қысқартуға мүмкіндік береді. Алайда оның тиімділігі дайын жауаптың сапасымен емес, білім алушының қандай әрекет орындағанымен анықталады. Салыстыру, тексеру, қайта жазу, дәлелдеу және рефлексия әрекеттері болмаған жағдайда технология тіл үйренуді жеңілдетудің орнына танымдық жұмысты сыртқы жүйеге тапсыруға әкелуі мүмкін.

Зерттеу нәтижесінде мақсат, әрекет, тексеру және рефлексиядан тұратын жауапты қолдану үлгісі ұсынылды. Үлгі мұғалімнің жетекші рөлін, студенттің авторлық жауапкершілігін, дерек сапасын тексеруді және академиялық адалдықты бір жүйеге біріктіреді. Оны оқу бағдарламасына енгізу үшін әр пәнде қолдану шегін көрсету, бағалау өлшемдерін жаңарту, оқытушылардың әдістемелік даярлығын күшейту және дербес деректерді қорғау ережесін түсіндіру қажет.

Алдағы зерттеулерде ұсынылған үлгінің тілдік дағдыға, оқу уәжіне және академиялық адалдыққа әсерін тәжірибелік жолмен тексеру орынды. Қазақ тіліндегі генеративті жүйелердің қате түрлерін жинақтау, әртүрлі деңгейдегі студенттердің жауапты тексеру стратегияларын салыстыру және мұғалімдердің кәсіби қажеттіліктерін анықтау да маңызды. Жасанды интеллект дәуіріндегі тілдік білім берудің түпкі мақсаты технологияны көбірек қолдану емес, адамға тілді саналы, дәл, мәдени тұрғыдан жауапты және шығармашылықпен қолдануға көмектесу болуы тиіс.

Әдебиеттер тізімі

1 Miao F., Holmes W. Guidance for Generative AI in Education and Research. – Paris: UNESCO, 2023. – 44 p. – URL: https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/

2 OECD. OECD Digital Education Outlook 2023: Towards an Effective Digital Education Ecosystem. – Paris: OECD Publishing, 2023. – URL: https://doi.org/10.1787/c74f03de-en

3 Қазақстан Республикасы Үкіметі. Жасанды интеллектті дамытудың 2024–2029 жылдарға арналған тұжырымдамасын бекіту туралы: 2024 жылғы 24 шілдедегі № 592 қаулы [Электрондық ресурс]. – URL: https://adilet.zan.kz/kaz/

4 Қазақстан Республикасы Үкіметі. Қазақстан Республикасында жоғары білімді және ғылымды дамытудың 2023–2029 жылдарға арналған тұжырымдамасын бекіту туралы: 2023 жылғы 28 наурыздағы № 248 қаулы [Электрондық ресурс]. – URL: https://adilet.zan.kz/kaz/docs/P2300000248

5 Council of Europe. Common European Framework of Reference for Languages: Learning, Teaching, Assessment – Companion Volume. – Strasbourg: Council of Europe Publishing, 2020. – 278 p.

6 UNESCO. Recommendation on the Ethics of Artificial Intelligence. – Paris: 2021. – 43 p.

7 Kasneci E., Sessler K., Küchemann S. et al. ChatGPT for good? On opportunities and challenges of large language models for education // Learning and Individual Differences. – 2023. – Vol. 103. – Article

102274. – DOI: 10.1016/j.lindif.2023.102274.

8 Tlili A., Shehata B., Adarkwah M.A. et al. What if the devil is my guardian angel: ChatGPT as a case study of using chatbots in education // Smart Learning Environments. – 2023. – Vol. 10. – Article 15. – DOI: 10.1186/s40561-023-00237-x.

ШОЛПАНБАЕВА, Г.А., АДИЛОВ, Н.Е.

ЯЗЫКОВОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В ЭПОХУ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

В статье рассматриваются основные направления языкового образования в эпоху искусственного интеллекта. Цель исследования – определить педагогические условия целесообразного внедрения генеративных инструментов в обучение языкам. На основе теоретического анализа, сравнения и систематизации раскрыты возможности адаптации материалов, персонализации заданий, оперативной обратной связи и моделирования диалога. Проанализированы риски академической недобросовестности, утечки персональных данных, языковых ошибок и алгоритмической предвзятости. Предложена модель ответственного применения, объединяющая цель, учебное действие, проверку результата и рефлексию при сохранении ведущей роли преподавателя.

Ключевые слова: *искусственный интеллект, языковое образование, генеративная модель, цифровая компетентность, академическая честность, персонализированное обучение, критическое мышление.*

SHOLPANBAYEVA, G.A., ADILOV, N.Ye.

LANGUAGE EDUCATION IN THE AGE OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE

The article examines the main directions of language education in the age of artificial intelligence. Its purpose is to identify pedagogical conditions for the appropriate integration of generative AI tools into language teaching. Theoretical analysis, comparison and systematization reveal opportunities for adapting materials, personalizing tasks, providing timely feedback and modelling dialogue. The study also discusses academic integrity, personal data protection, language errors and algorithmic bias. It proposes a responsible-use model that combines a clear goal, learner action, output verification and reflection while preserving the teacher's leading role.

Key words: *artificial intelligence, language education, generative model, digital competence, academic integrity, personalized learning, critical thinking.*

Авторлар туралы мәліметтер:

Шолпанбаева Газиза Абуовна *– педагогика ғылымдарының магистрі, аға оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ, Қазақстан Республикасы.*

Адилов Нурдаулет Еруланович *– «Шетел тілі: екі шетел тілі» білім беру бағдарламасының 2-курс студенті, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ, Қазақстан Республикасы.*

Шолпанбаева Газиза Абуовна *– магистр педагогических наук, старший преподаватель, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Адилов Нурдаулет Еруланович *– студент 2-го курса образовательной программы «Иностранный язык: два иностранных языка», Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Sholpanbayeva Gaziza Abuovna *– Master of Pedagogical Sciences, Senior Lecturer, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Adilov Nurdaulet Yerulanovich *– 2-year student, "Foreign Language: Two Foreign Languages" educational programme, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

ГУМАНИТАРЛЫҚ ЖӘНЕ ӨНЕР ҒЫЛЫМДАРЫ
ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ И ИСКУССТВО

УДК 811.512.122

Омурзакова, А.К.,
к.ф.н., ассоциированный профессор
кафедры казахского и русского языков,
КазНИТУ им. К.Сатпаева,
г. Алматы, Республика Казахстан

ПРОЯВЛЕНИЯ КОММУНИКАТИВНО-НЕРЕЛЕВАНТНОЙ ГРАММАТИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ В КАЗАХСКОЙ РЕЧИ БИЛИНГВОВ

Аннотация

Статья посвящена грамматическим проявлениям коммуникативно-нерелевантной интерференции в казахской речи билингвов в условиях функционального доминирования русского языка. Рассматривается речь русскоговорящих казахов, усвоивших казахский язык в детстве как родной язык, но впоследствии перешедших к преимущественному использованию русского. Цель исследования – выявить грамматические отклонения, рассмотреть их возможную межъязыковую обусловленность и определить условия сохранения понятности высказывания. Выделены затруднения в выражении множественности, принадлежности и падежных отношений, а также в выборе форм прошедшего времени и построении аналитических глагольных конструкций.

Ключевые слова: *грамматическая интерференция, коммуникативная нерелевантность, билингвизм, языковое доминирование, грамматические отклонения.*

1 Введение

В речи человека, владеющего двумя языками, могут проявляться особенности обеих языковых систем. Это касается не только выбора слов и произношения, но и грамматического оформления высказывания. При построении фразы говорящий может переносить привычные модели одного языка в речь на другом. Направление такого влияния не всегда определяется последовательностью усвоения языков: язык, освоенный позднее, но чаще используемый в повседневной жизни, может воздействовать на родную речь.

В Казахстане исторически сформировались группы казахов, в речевой практике которых родной казахский язык уступает русскому по частоте употребления и широте сфер общения. К ним относятся, в частности, билингвы, усвоившие казахский язык в детстве, но по мере взросления перешедшие к преимущественному использованию русского языка. Они сохраняют знание казахского языка, однако обращаются к нему главным образом в семейном и бытовом общении. Русский язык при этом занимает ведущее место в учебе, профессиональной деятельности и других сферах повседневной жизни.

В такой ситуации необходимо различать родной и функционально доминирующий языки. Казахский язык остается родным по истории его усвоения, тогда как русский становится основным средством общения на последующих этапах жизни. Следовательно, ограниченное использование казахского языка не означает, что он был усвоен вторым. Оно отражает изменение языковой практики человека и соотношения функций двух языков.

Такое изменение создает предпосылки для влияния более активно используемых русских моделей на грамматическое оформление казахской речи. При этом перенос может затрагивать не конкретные окончания, а способы выражения грамматических значений и

построения связей между словами. Различия между языками проявляются, в частности, в оформлении количественных сочетаний, выражении принадлежности и падежных отношений, передаче временных и аспектуальных значений, а также в структуре аналитических глагольных конструкций.

Однако наличие грамматического отклонения не всегда препятствует общению. Адресат может восстановить содержание высказывания благодаря лексическим значениям, контексту и ситуации взаимодействия. Дополнительную роль играют временные маркеры и значения компонентов аналитических конструкций. Владение одной и той же парой языков также может облегчать понимание модели, перенесенной из русского языка в казахскую речь.

В связи с этим важно разграничивать грамматическую нормативность, смысловую связность текста и точность понимания отдельного высказывания. Ненормативная конструкция может не нарушать когерентность сообщения и оставаться понятной собеседнику. Вместе с тем сохранение общего смысла не гарантирует передачи всех значимых отношений и оттенков: принадлежности, направления действия, его повторяемости или характера отрицания. Поэтому коммуникативные последствия грамматических отклонений требуют самостоятельного рассмотрения.

В настоящей работе под коммуникативно-нерелевантной грамматической интерференцией понимаются обусловленные межъязыковым влиянием отклонения от грамматических норм казахской речи, которые в конкретной ситуации не препятствуют пониманию основного содержания сообщения и коммуникативного намерения говорящего. Такая характеристика относится к определенному употреблению конструкции, а не признается постоянным свойством всего типа ошибок. Одно и то же отклонение может быть понятным в знакомой ситуации и вызывать затруднения при отсутствии необходимого контекста.

Актуальность исследования обусловлена необходимостью изучать грамматические особенности родной речи билингвов одновременно с двух позиций: устанавливать возможный источник отклонения и оценивать его последствия для понимания. Преимущественное использование русского языка само по себе не доказывает интерференционную природу ошибки. Необходимо отличать межъязыковой перенос от внутриязыкового обобщения правил, недостаточной автоматизации грамматических навыков, случайных оговорок и допустимой разговорной вариативности.

Исследовательская проблема заключается в выявлении связи между грамматической формой, предполагаемым межъязыковым влиянием и сохранением понятности высказывания. Особого внимания заслуживают случаи, когда лексическое содержание и контекст компенсируют нарушения грамматического оформления. При этом необходимо определить границы такой компенсации: восстанавливает ли адресат основное намерение говорящего или понимает лишь общую тему сообщения.

Цель исследования – выявить грамматические отклонения в устной казахской речи билингвов в условиях функционального доминирования русского языка, рассмотреть их возможную интерференционную обусловленность и определить условия сохранения понимания. Письменные работы привлекаются как дополнительный материал для сопоставления и оценки повторяемости выявленных моделей.

Для достижения поставленной цели определены следующие задачи: выделить основные морфологические и синтаксические затруднения; сопоставить способы выражения соответствующих грамматических значений в казахском и русском языках; разграничить возможный межъязыковой перенос и другие источники отклонений; рассмотреть их представленность в устных ответах и письменных работах; установить роль контекста, лексических значений и временных маркеров в восстановлении содержания высказывания; обозначить случаи, в которых сохранение общего смысла сопровождается утратой отдельных смысловых различий.

Объект исследования – устная казахская речь билингвов, преимущественно использующих русский язык. Предмет исследования – грамматические отклонения, их возможная связь с русскими моделями и коммуникативные последствия в конкретных ситуациях общения. Эмпирическую базу составляют устные ответы и письменные работы студентов первого курса с уровнем владения казахским языком А2, а также наблюдения за их речевым взаимодействием. Устный материал получен при выполнении входных диагностических заданий в начале семестра.

Теоретическая значимость работы состоит в уточнении соотношения межъязыкового влияния, грамматической нормативности и понятности речи. Практическая ценность связана с возможностью использовать результаты при разработке заданий, направленных на осознанный выбор грамматической формы в соответствии с выражаемым смыслом. При этом оценки коммуникативной значимости ограничиваются доступными контекстами и наблюдениями и не заменяют независимой проверки понимания высказываний адресатами.

Изучение влияния функционально доминирующего языка на родную речь опирается на исследования двунаправленного межъязыкового взаимодействия. М. Шмид и Б. Кепке подчеркивают, что языки билингва не существуют изолированно: влияние распространяется не только от первого языка ко второму, но и в обратном направлении. В статье «The relevance of first language attrition to theories of bilingual development» авторы рассматривают изменения первого языка как значимую часть билингвального развития [1]. Для настоящего исследования этот подход важен тем, что позволяет анализировать родную речь как систему, подверженную воздействию языка, усвоенного позднее. Вместе с тем интерференционные проявления не следует автоматически считать свидетельством утраты родного языка.

Соотношение языкового доминирования и изменений первого языка рассматривается в работе Б. Кепке и Д. Геневской-Ханке «First Language Attrition and Dominance: Same Same or Different?» [2]. На материале длительного наблюдения за болгарско-немецкой билингвой исследователи анализируют употребление местоименных подлежащих в родной болгарской речи. Выявленные особенности менялись при возобновлении контакта с болгароязычной средой. Этот результат показывает необходимость учитывать актуальные условия использования языков и не трактовать любое отклонение как устойчивое изменение грамматической системы. Однако исследование отдельного случая не дает оснований непосредственно переносить его результаты на всех билингвов или на другую языковую пару.

В казахстанском контексте существенное значение имеют исследования семейной языковой практики и языкового сдвига. Ж. Смагулова в статье «Early language socialization and language shift: Kazakh as Baby Talk» изучает общение в русскоязычных городских семьях этнических казахов [3]. Автор показывает, что присутствие казахского языка в общении с маленьким ребенком само по себе не гарантирует его дальнейшего использования в разнообразных коммуникативных ситуациях. В рассмотренных семьях казахский язык связывался преимущественно с обращением к младенцам, тогда как русский с общением с самостоятельными участниками взаимодействия. Работа позволяет объяснить один из механизмов сужения функций казахского языка, однако не является непосредственным исследованием грамматической интерференции у взрослых.

Понятийные и речевые аспекты русско-казахского билингвизма рассматриваются в совместной работе Ж. Ибраевой, Г. Набиевой и У. П. Риверса «The issues of language usage and language interference (on the examples of bilingual’s speech)» [4]. Авторы обсуждают соотношение понятий первого, второго, семейного и родного языка, а также представляют предварительные результаты исследования лексических, фонетических и грамматических особенностей речи билингвов. Для настоящей работы особенно важно разграничение языковой принадлежности, последовательности усвоения языков и их фактического использования. При этом исследованная авторами группа с казахским языком как L2 (второй язык) не

должна без дополнительных оснований отождествляться с билингвами, усвоившими казахский язык в детстве и позднее перешедшими к преимущественному использованию русского.

Структурные предпосылки интерференции в казахско-русском языковом взаимодействии раскрываются в статье Н.М. Жанпеисовой, Г.А. Кузембаевой и З.А. Майдангалиевой «Лингвистические основы и пути преодоления интерференции в русской речи казахов и казахской речи русских в условиях массового билингвизма» [5]. Авторы рассматривают проблемные области, связанные с различиями флективного русского и агглютинативного казахского языков, и приводят примеры интерференционных ошибок. Работа полезна для установления возможных структурных источников отклонений.

Рассмотренные исследования дают основания связать анализ грамматической интерференции с языковой биографией билингва, распределением функций между языками и изменением речевой практики. Вместе с тем они не позволяют заранее признать выявленные в казахской речи отклонения коммуникативно-нерелевантными. В настоящей работе этот статус должен определяться отдельно – на основании того, насколько точно адресат понимает содержание высказывания и намерение говорящего. Таким образом, исследование объединяет два направления анализа: установление межъязыковой обусловленности грамматических отклонений и оценку их последствий для взаимопонимания.

Настоящее исследование продолжает наши предшествующие работы, посвященные проблемам языковой интерференции в казахской речи в различных условиях языкового взаимодействия. Ранее коммуникативно-нерелевантная интерференция рассматривалась на материале казахской речи студентов-туркмен. Обращение к этой проблеме позволило поставить вопрос о соотношении грамматической нормативности высказывания и его понятности для собеседника.

Другое направление наших исследований связано с языковой аттрицией в речи русскоязычных казахов. Устойчивые словообразовательные отклонения анализировались в связи с ограниченным использованием родного языка и ослаблением автоматизации его моделей. Особое внимание уделялось разграничению проявлений аттриции и интерференционных ошибок [6-7].

В настоящей работе эти направления получают дальнейшее развитие. В центре внимания находится грамматическая интерференция в родной казахской речи билингвов, усвоивших казахский язык в детстве, но впоследствии перешедших к преимущественному использованию русского языка. Исследовательский акцент переносится на установление межъязыковой обусловленности грамматических отклонений и оценку их влияния на понимание. Такой подход позволяет разграничить причины возникновения отклонения, его устойчивость и коммуникативную значимость.

2 Материалы и методы

Эмпирическую базу исследования составили устные ответы и письменные работы студентов первого курса университета с уровнем владения казахским языком А2. Устный материал был получен при выполнении заданий входного диагностического теста в начале семестра, на начальном этапе изучения дисциплины. Письменные работы использовались как дополнительный материал для сопоставления грамматических особенностей устной и письменной речи. Дополнительным источником данных послужили эмпирические наблюдения за речью студентов и их взаимодействием при выполнении учебных заданий.

Основное внимание уделяется казахской речи студентов, преимущественно использующих русский язык. Для рассматриваемой группы характерна ситуация, при которой казахский язык, усвоенный в детстве, сохраняется главным образом в семейном и бытовом общении, тогда как русский занимает более широкое место в повседневной и учебной деятельности. Данная характеристика учитывается как контекст исследования, однако сама по себе не служит доказательством интерференционной природы выявленных ошибок.

Методологическую основу работы составляют эмпирическое наблюдение, анализ ошибок, сопоставительный и контекстуальный методы. Наблюдение направлено на выявление особенностей грамматического оформления устных ответов, самокоррекций и реакций собеседников. Анализ ошибок позволяет выделить отклонения от норм казахского языка и систематизировать их по морфологическим и синтаксическим признакам. Сопоставительный метод используется в двух направлениях: для установления возможного влияния грамматических моделей русского языка на казахскую речь и для сравнения отклонений в устных ответах и письменных работах студентов. Контекстуальный анализ позволяет оценить роль содержания задания и ситуации общения в понимании высказывания.

Единицей анализа выступает грамматическое отклонение в составе устного или письменного высказывания. Каждый случай рассматривается с учетом задания и окружающего контекста. При анализе устанавливаются характер нарушения, нормативный вариант его оформления и возможный источник отклонения. Орфографические и пунктуационные ошибки не включаются в основную классификацию, если они не связаны с выражением грамматических отношений.

Особое внимание уделяется разграничению межъязыкового переноса, внутриязыкового обобщения правил, недостаточного усвоения грамматических форм и случайных оговорок или описок. Сходство ненормативной конструкции с русской моделью рассматривается как основание для интерференционной интерпретации только в совокупности с другими признаками.

Коммуникативная значимость интерференции в устной речи оценивается на основании содержания ответа и наблюдаемых реакций участников общения. Признаками возможного затруднения понимания служат переспросы, просьбы о пояснении, неверная интерпретация сказанного и необходимость дополнительного уточнения. Сохранение смысловой связи между репликами и содержательно соответствующая реакция собеседника рассматриваются как свидетельства понимания.

При анализе письменных работ учитывается возможность восстановить содержание высказывания и выраженные в нем грамматические отношения на основании текста и формулировки задания. Если отдельная проверка понимания читателями не проводилась, такая оценка характеризует интерпретируемость текста исследователем, а не подтвержденное понимание независимым адресатом. Поэтому письменный материал используется прежде всего для уточнения структуры и повторяемости отклонений, выявленных в устной речи.

К коммуникативно-нерелевантным относятся грамматические отклонения, при которых в наблюдаемой ситуации сохраняется понимание основного содержания высказывания и намерения говорящего. Такая квалификация относится к конкретному употреблению конструкции и не предполагает ее одинаковой понятности во всех контекстах.

3-4 Результаты и обсуждение

Материал устных ответов и письменных работ студентов позволяет выделить несколько областей грамматических затруднений: выражение множественности, оформление принадлежности и падежных отношений, выбор форм прошедшего времени и построение аналитических глагольных конструкций. По эмпирическим наблюдениям, рассматриваемые типы отклонений регулярно встречаются в обеих формах речи.

Выявленные особенности рассматриваются в условиях функционального доминирования русского языка. Такое распределение языковых функций создает предпосылки для переноса привычных русских моделей в казахскую речь.

Одной из областей затруднений является оформление количественных сочетаний. В конструкциях *«екі кітаптар», «бес кітаптар»* вместо *«екі кітап», «бес кітап»* существительное получает аффикс множественного числа, хотя количество уже выражено числительным. Грамматическая интерференция здесь заключается не в переносе конкретного русского окончания, а в воспроизведении способа грамматического оформления количественного значения.

В русском сочетании *«пять новых книг»* существительное и прилагательное употребляются в родительном падеже множественного числа. В казахском соответствии *«бес жаңа кітап»* количество выражается числительным, существительное не принимает аффикса множественного числа, а прилагательное не согласуется с ним в числе. Следовательно, форма *«бес кітаптар»* может отражать перенос представления о необходимости дополнительно маркировать существительное при обозначении нескольких предметов. Речь идет о переносе грамматической модели, а не ее материального показателя.

В казахском языке значение множественности выражается не только морфологически – посредством аффиксов, но и лексическими и синтаксическими средствами. В сочетаниях *«бес кітап», «көп адам», «бірталай оқушы»* количественное значение передается определяющим компонентом, поэтому существительное может обозначать множество без аффикса множественного числа. Обобщающие слова «*барлық», «барша», «бүкіл», «бәрі»* также выражают охват некоторой совокупности, хотя различаются по синтаксическим функциям и сочетаемости.

Сходное различие проявляется в сочетаниях *«много книг»* и *«көп кітап»*. В русском языке исчисляемое существительное после слова *много* употребляется в родительном падеже множественного числа. В нейтральном казахском количественном сочетании множественность уже выражена словом *көп*, поэтому дополнительное оформление существительного не требуется. Конструкция *«көп адамдар»* вместо *«көп адам»* может быть связана с ориентацией на русскую модель.

Следующая область затруднений связана с выражением принадлежности. При этом в именительном падеже студенты правильно употребляют формы *«менің анам», «сенің анаң»*. Это показывает, что значение принадлежности и способы его выражения притяжательными аффиксами им знакомы. Трудность возникает при последующем падежном изменении притяжательной формы: вместо нормативного *«анама»* образуется *«анамға»*. В этой конструкции показатель принадлежности сохраняется, но неверно выбирается вариант падежного аффикса.

Для объяснения данного явления существенно различие между русским и казахским способами выражения принадлежности. В русском сочетании *«моей маме»* принадлежность обозначается притяжательным местоимением, тогда как существительное получает падежное окончание. В казахском *«менің анама»* принадлежность выражается также аффиксом первого лица *-м*: *ана-м-а*. Местоимение *менің* при этом может опускаться, поскольку притяжательный показатель уже содержится в форме существительного.

Наличие притяжательного аффикса влияет на последующее падежное оформление: после *-м* используется дательный показатель *-а*, а не *-ға*. Таким образом, форма *«анамға»* свидетельствует не об отсутствии выражения принадлежности, а о недостаточном разграничении склонения притяжательных и непритяжательных форм. Отсутствие в русском языке аналогичной системы притяжательных аффиксов существительного может способствовать этому затруднению, а непосредственным механизмом ошибки выступает распространение модели *«анаға»* на основу *«анам»*.

Для казахского словоупотребления при обозначении действий с частями собственного тела характерно использование притяжательных форм: *«Мен қолымды жудым», «Сен қолыңды жудың»*. В этих конструкциях принадлежность выражается аффиксами первого и второго лица, после которых следует показатель винительного падежа: *қол-ым-ды, қол-ың-ды*. В ответах *«Мен қол жудым», «Сен қол жудың»* эти показатели отсутствуют. Такое оформление может быть связано с влиянием русских конструкций «*Я помыл руки», «Ты помыл руки»,* в которых принадлежность обычно не обозначается отдельно. При этом общий смысл остается понятным благодаря контексту и указанию на исполнителя действия. Поскольку сочетание *«қол жуу»* само по себе соответствует норме.

Падежные ошибки связаны и с различиями в организации грамматических отношений. В русском языке они выражаются, в частности, сочетаниями предлогов и падежных

форм. В казахском соответствующие значения передаются падежными аффиксами, послелогами и вспомогательными именами: *көмекші есімдер*. Следовательно, затруднение обусловлено не просто отсутствием предлогов русского типа, а несовпадением способов оформления связей между словами.

Например, в русских сочетаниях *«в университете»* и *«в университет»* один предлог участвует в выражении местонахождения и направления, а различие передается падежной формой существительного. В казахском языке этим значениям соответствуют *«университетте»* и *«университетке»*. Конструкция *«университетте бардым»* вместо *«университетке бардым»* может отражать недостаточное разграничение данных отношений при переходе от привычной русской модели к казахской. При этом значение глагола движения помогает адресату восстановить предполагаемое направление, несмотря на неверное падежное оформление.

Затруднения в употреблении прошедшего времени проявляются в выборе формы *жедел өткен шақ* для передачи привычного или повторявшегося действия. Высказывание *«Мен бұрын осы мейрамханада тамаққа тапсырыс бердім»* грамматически возможно, как сообщение о действии в прошлом. Однако для значения «Я раньше часто заказывал еду в этом ресторане» более точным соответствием является *«Мен бұрын осы мейрамханада тамаққа жиі тапсырыс беретінмін»*. Проблема заключается не в образовании формы *бердім*, а в недостаточно точном выражении характера действия.

В русском языке регулярность может передаваться несовершенным видом, словами частотности и контекстом. Суффикс *-л-* обозначает прошедшее время, но сам по себе не выражает повторяемости. В казахском языке нет прямого соответствия русской оппозиции совершенного и несовершенного вида, однако характер протекания действия передается собственными средствами. Формы на *-атын/-етін, -йтын/-йтін* позволяют, в частности, обозначать привычные действия в прошлом. Различия между казахскими формами прошедшего времени при этом не сводятся к большей или меньшей удаленности события от момента речи.

В приведенном примере компенсирующую функцию выполняет маркер *бұрын*: он позволяет отнести действие к прошлому даже при недостаточно точном выборе глагольной формы. Благодаря этому временная основа сообщения остается понятной.

В аналитических глагольных конструкциях обнаруживается недостаточное разграничение формы на *-у,* ее падежного оформления и форм көсемше. В сочетаниях *«сөйлеу болады», «жазу болмайды»* вместо *«сөйлеуге болады», «жазуға болмайды»* пропущен показатель дательного падежа, необходимый в модели разрешения или запрета. Возможным источником является ориентация на русские конструкции *«можно говорить», «нельзя писать»*, где зависимый компонент представлен инфинитивом.

Сходный механизм предполагается в сочетании *«сөйлеу бастады»* вместо *«сөйлей бастады»*. В значении начала действия казахская конструкция требует формы көсемше на *-а/-е/-й*, тогда как русское сочетание *«начал говорить»* содержит инфинитив. Использование формы на *-у* может отражать как влияние русской модели, так и расширение функций уже усвоенной казахской формы.

Несмотря на нарушение грамматической связи, в подобных конструкциях сохраняются лексические компоненты, помогающие понять намерение говорящего. В соответствующем контексте *болады* указывает на возможность или разрешение, а *бастады* – на начало действия. Поэтому адресат может восстановить содержание сообщения, даже если зависимая форма образована ненормативно.

С коммуникативной точки зрения существенно, что грамматическое отклонение не обязательно разрушает когерентность – смысловую связность – текста. В конструкциях *«екі кітаптар», «көп адамдар», «анамға»* остаются доступными основные значения количества или адресата действия. В контекстуально понятном употреблении *«қол жудым»* сохраняется представление о названном действии. Временной маркер *бұрын* и значения компонентов *болады*, *бастады* также могут компенсировать недостатки грамматического оформления.

5 Выводы

В устной казахской речи обследованной группы выявлены затруднения в выражении множественности, принадлежности и падежных отношений, выборе прошедшего времени и построении аналитических глагольных конструкций. По эмпирическим наблюдениям, эти типы отклонений воспроизводятся в обеих формах речи.

Возможное влияние русского языка проявляется прежде всего в переносе способов грамматического оформления значений, а не конкретных окончаний. Это заметно в количественных сочетаниях и конструкциях со значением разрешения, запрета и начала действия. Вместе с тем интерференционное объяснение необходимо разграничивать с внутриязыковой аналогией и недостаточной автоматизацией правил.

Правильное употребление форм *«менің анам»*, *«сенің анаң»* при ошибочном *«анамға»* показывает, что трудность может возникать не при выражении принадлежности как таковой, а при соединении притяжательного и падежного показателей. Следовательно, анализ должен учитывать не только знание отдельных аффиксов, но и освоение правил их последовательного сочетания.

Часть рассмотренных отклонений не препятствует восстановлению основного содержания сообщения благодаря лексическим значениям, временным маркерам и контексту. В этих условиях грамматическая ненормативность может сочетаться с сохранением когерентности текста и пониманием намерения говорящего. Именно такие употребления могут рассматриваться как коммуникативно-нерелевантные.

Список литературы

1 Schmid M.S., Köpke B. The relevance of first language attrition to theories of bilingual development // Linguistic Approaches to Bilingualism. – 2017. – Vol. 7, № 6. – P. 637–667. – DOI: 10.1075/lab.17058.sch.

2 Köpke B., Genevska-Hanke D. First Language Attrition and Dominance: Same Same or Different? // Frontiers in Psychology. – 2018. – Vol. 9. – Article 1963. – DOI: 10.3389/fpsyg.2018.01963.

3 Smagulova J. Early language socialization and language shift: Kazakh as Baby Talk // Journal of Sociolinguistics. – 2014. – Vol. 18, № 3. – P. 370–387. – DOI: 10.1111/josl.12078.

4 Ibrayeva Zh., Nabiyeva G., Rivers W.P. The issues of language usage and language interference (on the examples of bilingual's speech) // Eurasian Journal of Philology: Science and Education. – 2020. – Vol. 179, № 3. – P. 86–95. – DOI: 10.26577/EJPh.2020.v179.i3.ph10.

5 Жанпеисова Н.М., Кузембаева Г.А., Майдангалиева З.А. Лингвистические основы и пути преодоления интерференции в русской речи казахов и казахской речи русских в условиях массового билингвизма // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Теория языка. Семиотика. Семантика. – 2025. – Т. 16, № 3. – С. 932–944. – DOI: 10.22363/2313-2299-2025-16-3-932-944.

6 Омурзакова А.К. Коммуникативно-нерелевантная интерференция в казахской речи студентов-туркмен // Сборник материалов Казанского лингвистического саммита. – Казань, 2024. – Т. 3. – С. 58–61.

7 Өмірзақова А.К., Дәркенбаева Ж.Қ., Тұрбекова С.А. Тілдік аттриция: жартылай доминантты билингвизм жағдайында орыс тілді қазақтардың жүйелі қателеріндегі көрінісі // Ш. Уәлиханов атындағы Көкшетау университетінің хабаршысы. Филология сериясы. – 2026. – № 1. – Б. 165–181. – DOI: 10.59102/kufil/2026/iss1pp165-181.

ӨМІРЗАҚОВА, А.К.

ҚОСТІЛДІ ТҰЛҒАЛАРДЫҢ АУЫЗЕКІ ТІЛІНДЕГІ ҚАТЫСЫМДЫҚ БЕЙРЕЛЕВАНТТЫ ГРАММАТИКАЛЫҚ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ КӨРІНІСТЕРІ

Мақалада күнделікті тілдік практикада орыс тілі басымдық ететін билингв қазақтардың сөйлеу тіліндегі қатысымдық жағынан бейрелевантты интерференцияның грамматикалық көріністері қарастырылады. Зерттеу қазақ тілін бала кезінен ана тілі ретінде меңгергенімен, есейе келе орыс тілін белсенді қолданатын билингвтердің сөйлеу тіліне негізделген. Зерттеудің мақсаты – грамматикалық ауытқуларды анықтап, олардың тіларалық ықпалмен ықтимал байланысын қарастыру. Аталған интерференция түрі студенттердің ауызекі сөйлеу тілінде көптік, тәуелдік

және септік қатынастарын білдіру, өткен шақ тұлғаларын таңдау және кейбір аналитикалық етістік құрылымдарын қолдану кезінде байқалады.

Түйінді сөздер: *грамматикалық интерференция, қатысымдық бейрелеванттылық, қостілділік, тілдік басымдық, грамматикалық ауытқулар.*

OMURZAKOVA, A.K.

MANIFESTATIONS OF COMMUNICATIVELY NON-RELEVANT GRAMMATICAL INTERFERENCE IN THE KAZAKH SPEECH OF BILINGUALS

The article is devoted to the grammatical manifestations of communicatively irrelevant interference in the Kazakh speech of bilinguals under conditions of the functional dominance of the Russian language. It examines the speech of Russian-speaking Kazakhs who acquired Kazakh in childhood as their native language but subsequently shifted to the predominant use of Russian. The study aim is to identify grammatical deviations, analyze their potential interlingual conditioning, and determine the conditions for maintaining the comprehensibility of utterances. The authors highlighted difficulties in expressing plurality, possession, and case relations, as well as in selecting past tense forms and constructing analytical verb forms.

Keywords: *grammatical interference, communicative irrelevance, bilingualism, language dominance, grammatical deviations.*

Сведения об авторе:

Омурзакова Альфия Кенесовна *– кандидат филологических наук, ассоциированный профессор кафедры казахского и русского языков, Казахский национальный исследовательский технический университет имени К. Сатпаева, г. Алматы, Республика Казахстан.*

Өмірзақова Альфия Кеңесқызы *– филология ғылымдарының кандидаты, қазақ және орыс тілдері кафедрасының қауымдастырылған профессоры, Қ.Сәтбаев атындағы Қазақ ұлттық техникалық зерттеу университеті, Алматы қ., Қазақстан Республикасы.*

Omurzakova Alfiya Kenessovna *– Candidate of Philological Sciences, Associate Professor, Department of Kazakh and Russian Languages, Satbayev University, Almaty, Republic of Kazakhstan.*

УДК 908

Подкорытова, С.В.,
кандидат исторических наук, доцент,
ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет»,
г. Шадринск, Российская Федерация
Поспелова, А.И.,
студентка 2 курса,
ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет»,
г. Шадринск, Российская Федерация

ХОЗЯЙСТВЕННАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ТОРГОВОГО ОТДЕЛА ГОРОДА ШАДРИНСКА ПО ОБЕСПЕЧЕНИЮ ПРОДОВОЛЬСТВИЕМ НАСЕЛЕНИЯ В ГОДЫ ВЕЛИКОЙ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ВОЙНЫ

Аннотация

В статье исследуется хозяйственная деятельность торгового отделения в Шадринске в 1942–1944 гг. в условиях военного времени. Анализируются ключевые проблемы: критическое состояние транспортной системы из-за нехватки тягловой силы, сложности в организации децент-

рализованных заготовок, динамика поголовья скота и итоги работы подсобного хозяйства. Раскрыты причины спада в животноводстве (дефицит кормов, болезни, кадровая нестабильность). На основе архивных документов прослежена взаимосвязь логистических, ресурсных и экономических факторов, определявших работу тыловой торговой системы.

Ключевые слова: *Великая Отечественная война, тыловое хозяйство, Шадринск, децентрализованные заготовки, транспортное обеспечение, животноводство, растениеводство, подсобное хозяйство*.

1 Введение

Роль децентрализованных заготовок в обеспечении питанием в годы Великой Отечественной войны представляла собой значимую часть продовольственной политики советского государства в условиях дефицита ресурсов. Из-за оккупации ряда важнейших сельскохозяйственных районов и переориентации направления основных фондов продовольствия на фронт возникла необходимость активизации местных продовольственных ресурсов.

Децентрализованные заготовки осуществлялись посредством деятельности отделов рабочего снабжения (ОРСов), местных органов власти, а также непосредственно предприятий и учреждений, которые самостоятельно организовывали приобретение и добычу продуктов. В структуру данных мероприятий входило развитие подсобных хозяйств при промышленных объектах, предполагавшее выращивание овощных культур и содержание скота с целью частичного удовлетворения потребностей трудовых коллективов. Наряду с этим определенное значение приобретали заготовки дикорастущих ресурсов – в частности, сбор грибов, ягод и съедобных дикоросов (крапивы, щавеля, лебеды), а также организация рыболовства и охотничьего промысла силами специализированных бригад.

Изучение проблемы продовольственного обеспечения тыловых городов в период Великой Отечественной войны в отечественной историографии прошло несколько этапов. На этапе советской историографии (1940-1980-е гг.) исследования преимущественно концентрировались на раскрытии общегосударственных и региональных моделей продовольственного снабжения, в рамках которых локальные практики децентрализованных заготовок рассматривались как вспомогательный элемент единой системы. На общесоюзном материале написаны работы Н.А. Вознесенского [1], А.В. Любимова, в которых рассмотрены основные изменения, произошедшие в экономике и торговле в СССР [2].

Существенный перелом в изучении темы наметился в постсоветский период, обусловленный расширением источниковой базы за счёт рассекречивания архивных фондов и смещения исследовательского фокуса на историю повседневности. В современной историографии роль децентрализованных заготовок в продовольственном обеспечении Южного Зауралья и Шадринска раскрыта в работах А.Я. Кодинцева, В.В. Подливалова, М.Н. Федченко [3], Н.П. Палецких [4], где децентрализованные практики рассматриваются в контексте развития ОРСов и местной торговли, а также в исследованиях С.Б. Борисова [5], фокусирующихся на повседневности провинциального города – в том числе на участии молодёжи в заготовках и организации питания. Ю.И. Будников рассматривает роль использования децзаготовок в контексте развития Челябинской области и Южного Урала в целом [6].

Основу источниковой базы исследования составили документы Государственного архива г. Шадринска.

2 Материалы и методы

Современные парадигмы микроистории и истории повседневности позволяют по-новому рассмотреть уже известные материалы и выявить ранее недостаточно освещённые стороны функционирования тыловой экономики. При этом экономические аспекты (нормы, планы, отчётность) дополняются социальной перспективой – воспоминаниями самих участников событий.

Объединение микроисторического анализа с изучением повседневности существенно углубляет понимание того, как именно децентрализованные заготовки восполняли дефицит централизованного снабжения и поддерживали жизнеспособность тыловых сообществ. Такой подход не только обогащает историческую науку новыми интерпретациями, но и позволяет реконструировать сложную, многоуровневую картину продовольственного обеспечения, где формальные механизмы тесно переплетались с неформальными практиками выживания.

3-4 Результаты и обсуждение

Децентрализованные заготовки продовольствия в годы Великой Отечественной войны регулировались комплексом нормативных актов, сочетавших централизованные установки и местные решения. Ключевую роль играли постановления СНК СССР и ЦК ВКП(б): от 7 апреля 1942 года – о выделении земель под огороды для рабочих и служащих [7]; от 18 октября 1942 года – о развитии подсобных хозяйств промышленных наркоматов [8]. Экономические стимулы закреплялись постановлением от 9 августа 1942 года о ставках налога с оборота на овощи, предусматривавшим льготы для продукции, поступавшей через продснабы и совхозы [9]. На региональном уровне власти принимали дополнительные решения – устанавливали премии за заготовки дикоросов, выдачу карточек авансом для заготовителей. При этом государство усиливало контроль за использованием ресурсов: так, приказ НКТП СССР от 5 августа 1943 года требовал персональной ответственности руководителей за целевое распределение продукции из децентрализованных заготовок и подсобных хозяйств, пресекая её нецелевой отпуск [10].

С июля 1941 года начинает формироваться система децзаготовок. В структуру управления децзаготовками входили: городской торговый отдел, ОРСы предприятий, подсобные хозяйства, заготовительные пункты. Основными видами деятельности по организации децзаготовок являлись: развитие подсобных хозяйств при предприятиях; организация сбора дикоросов (грибы, ягоды); рыбная ловля и охотничий промысел; закупка продукции у населения; создание коллективных огородов.

Предприятия, в том числе и входящие в торговую структуру, могли заключать договоры с колхозами на заготовку овощей, помогать колхозникам, находящимся в отдалении от центра, устраивать перерабатываемые пункты. До 15 августа 1941 года необходимо было организовать птичьи хозяйства при торговых отделах, грибницы для шампиньонов. После уборки лука предписывалось сажать редис и шпинат [11]. На пищевых предприятиях необходимо было делать крахмал из картофельных очистков [12]. Шадринский торговый отдел также организовал с помощью собственных производственных сил посадку овощей и выращивал скот.

Также на предприятиях общепита и торговых точках происходила переработка овощей в основном это соление и сушка.

В 1943 году план по переработке овощей не был выполнен. Лучше всего дела обстояли с квашеной капустой – сделали 75,2 % от плана. По огурцам – только 41,8 %, по помидорам – всего 22,6 %, по грибам – 36,5 %. По сравнению с 1942 годом объёмы снизились, особенно в плане заготовки грибов (было 71,8 %, стало 36,5 %). Производство сахара из свеклы было запланировано, но не производилось [13].

В 1943 году план сушки картофеля и овощей перевыполнен в целом на 48,8 %: при уточнённом плане 14,1 тонны фактически высушено 20,989 тонны продукции урожая 1943 года. Однако структура выполнения неравномерна. По картофелю допущено значительное перевыполнение – 19,248 тонны при плане 11,0 тонн (174,9 %), тогда как по овощам план выполнен лишь на 51,4 % – 1,595 тонны вместо 3,1. Среди овощей преобладают свёкла (0,747 тонны) и морковь (0,564), капусты высушено всего 0,266. Также дополнительно в первой половине 1943 года было переработано 6,681 тонны продукции урожая 1942 года, что в сумме даёт 27,67 тонны – это почти в четыре раза больше, чем за весь 1942 год (7,036

тонны). Кампания завершилась 6 января 1944 года, на 2,5 месяца раньше, чем в 1942 году. Таким образом, несмотря на недовыполнение плана по овощам, отделение добилось резкого роста объёмов сушки и сокращения сроков кампании, причём основной прирост обеспечен за счёт картофеля [14].

Помимо самостоятельного выполнения плана заготовок были организованы пункты приема готовой продукции от населения. К 2-му кварталу 1943 года для заготовок не зерновых сельхозпродуктов сформировали заготовительный аппарат из 4 подразделений и развернута сеть из 42 приёмных пунктов. Их распределили следующим образом: 7 – в торговых кустах, 1 – в системе общепита, 7 – в городских магазинах, ещё 27 пунктов организовали в 24 селах Шадринского района [15].

Анализ результатов децентрализованных заготовок и закупок продовольствия в 1943 году свидетельствует о неоднородной динамике выполнения плановых показателей: по ряду номенклатурных позиций зафиксировано недовыполнение установленных заданий, в то же время по отдельным категориям продукции плановые значения были превышены. Данная противоречивая картина отражает сложность продовольственного обеспечения в условиях военного времени и дифференцированную результативность заготовительной деятельности на местах.

По основным овощным культурам (капуста, огурцы, помидоры, свёкла, прочие овощи) объёмы заготовок был существенно ниже плановых. Лучше ситуация с картофелем: фактически заготовлено 381,4 тонны (106,2 тонны своим аппаратом и 275,2 тонны от подсобных хозяйств) при плане в 400 тонн – то есть почти 95 % от задания. Заметно перевыполнен план по моркови (19,2 тонны при плане 20 тонн – почти 96 %) и по молоку и морепродуктам (175 тонн при плане 155 тонн). Также превышен план по заготовке сена (145,5 тонны вместо 145) и силоса (219 тонн вместо 100).

При этом крайне низкие результаты по собственному улову рыбы: при плане в 30 тонн заготовлено лишь 2,5 тонны – в основном из-за несостоятельности рыбацких бригад и нехватки снаряжения. Полностью провалены заготовки дичи: отстрел не велся из-за отсутствия профессиональных охотников. Слабо выполнены планы по грибам, ягодам и яйцу.

Основными причинами неудовлетворительных результатов стали: недостаточный урожай овощей, грибов и ягод; частичное наводнение на огородах у реки Исети; невыполнение отдельными колхозниками обязательств по госпоставкам. В совокупности эти факторы серьёзно ограничили возможности отделения по выполнению плановых заданий по ряду продовольственных позиций [15].

Подсобное хозяйство Шадринского торгового отдела было организовано при общепите и в шести торговых точках при совхозах.

В 1943 году отделение посеяло зерновых на 76,6 гектара, что превысило план на 1944 год в 69 гектаров.

В рамках анализа сельскохозяйственной деятельности в 1943 году особый интерес представляет оценка результативности использования посевных площадей в условиях неблагоприятной агроклиматической обстановки и напряжённой ресурсной обеспеченности. Так, на участке площадью 7 га, отведённом под посевы проса, урожай не успел созреть. В целях минимизации хозяйственных потерь и рационального использования земельных ресурсов указанный участок был своевременно скошен на сено, что позволило получить 42 ц кормовой продукции.

Греча на 2 гектарах была убрана студентами Азово-Черноморского техникума, эвакуированными в г. Шадринск. По остальным зерновым культурам урожайность оказалась крайне низкой: пшеница дала лишь 2,5 ц/га (против 12,1 ц/га в 1942 году – падение в пять раз), овёс – 4,41 ц/га, горох – 3,85 ц/га, ячмень – 1,33 ц/га, просо – 2,94 ц/га.

Картофель – наиболее благополучная часть плана: посеяно 71,1 га при плане 70 га, урожай составил 2729,48 центнера, или 35,38 ц/га, что заметно выше показателя 1942 года

(29,6 ц/га). Овощи же оказались в худшем положении: при плане 35,1 га фактически посеяно 30,06 га, из которых 11,58 га погибли, и убрано лишь 17,76 га. По капусте при плане 11 га посеяно 5,42 га, из которых 1 га погиб, убрано 4,42 га с урожайностью 97,6 ц/га. Лук, брюква, редис и бутун не дали урожая. Морковь и свёкла частично погибли. Кормокорнеплоды посеяны на 10 га при плане 15,0, урожайность составила 14,18 ц/га против 53,6 ц/га в 1942 году – резкое снижение.

В целом картофель стал единственной культурой, по которой план посева выполнен и урожайность выросла по сравнению с 1942 годом. По зерновым и овощам наблюдаются недосев, значительные площади гибели посевов и низкая урожайность, что согласуется с общими трудностями заготовок и снабжения в 1943 году [16].

Занятие животноводством также не принесло дохода, так как пан был не выполнен. В 1943 году животноводческое хозяйство продолжало находиться в тяжёлом состоянии – поголовье скота к концу года сократилось.

Наиболее серьёзное сокращение затронуло свиней: на начало года их было 175 голов, к началу 1944-гогода осталось 66. При этом в течение года поступило 150 голов, но выбыло 254 – в основном из-за падежа (95 голов) и забоя (76 голов). Особенно заметен падеж свиноматок: из 18 голов к концу года осталось 14. Сократилось также поголовье крупного рогатого скота (с 19 до 16 голов), лошадей (с 10 до 8) и рабочих быков (с 6 до 5). Лишь по овцам наблюдался небольшой рост – с 62 до 65 голов.

Главными причинами значительного падежа свиней стали нехватка кормов и распространение хронической пневмонии. Негативно сказывалась и частая сменяемость руководящих работников подсобного хозяйства: отсутствие стабильного, заинтересованного в результатах руководства подрывало эффективность работы.

Из-за нехватки кормов пришлось временно передать часть скота общепиту и торговому кусту: несколько коров, 8 свиней и 10 овец.

В совокупности проблемы в растениеводстве и животноводстве привели к убытку в размере 107 тысяч рублей [17].

В 1943 году полевые работы велись с большими трудностями. Торговые кусты были далеко от совхозов, поэтому организовать работу было сложно. Общепит сеял на колхозных полях в 15–20 км от города, используя их тягловую силу и своих работников. Подсобное хозяйство брало трактор в аренду, а на посадке и уборке трудились свои и наёмные работники. Из-за нехватки техники и тягловой силы посев провели поздно, урожай убирали не вовремя.

С транспортом было особенно тяжело: к сентябрю 1943 года у отделения была всего одна лошадь и один бык. Лошадь потом отдали подсобному хозяйству, а быка вернули из-за плохого здоровья. Хлеб и товары возили вручную или брали транспорт у других организаций. Из-за этого страдала торговля и заготовки. Проблема с транспортом поднималась ещё в 1942 году, но так и не решилась. Одной лошади, купленной в конце года, явно не хватало – нужны были новые транспортные средства [18]. Для хранения овощей и картофеля было построено хранилище на 200 тонн.

По итогам 1943 года задание по вовлечению в товарооборот товаров из децентрализованных источников выполнено менее чем наполовину – фактический децоборот составил 1845 тыс. руб. (9,57 % к сбытовому обороту) при плане в 3702 тыс. руб. (23 %). При этом общий товарооборот перевыполнен почти на 20 %, что свидетельствует о компенсации дефицита децентрализованных поставок за счёт централизованных каналов. По сравнению с 1942 годом объём децоборота сократился на 28,8 %, а его доля в обороте – на 2,43 %. Наиболее успешным оказался I квартал, когда показатели превысили уровень предыдущего года, однако со II квартала началось устойчивое снижение, и в последующие периоды не удалось выйти даже на достигнутые ранее значения. Такая динамика указывает на системные сложности в работе с децентрализованными источниками снабжения в условиях военного времени.

5 Выводы

Проведённый анализ хозяйственной деятельности торгового отделения в Шадринске в 1942–1944 годах позволяет заключить, что работа тыловой торговой системы протекала в условиях острых ресурсных ограничений и носила напряжённый характер. Критическое состояние транспортной системы, обусловленное резким сокращением поголовья рабочего скота и отсутствием техники, существенно ограничивало возможности отделения: перевозки во многом осуществлялись вручную либо за счёт привлечённого транспорта, что провоцировало перебои в снабжении, сдерживало развитие децентрализованных заготовок и негативно отражалось на товарообороте. При этом доля децентрализованных заготовок в общем товарообороте оказалась ниже плановой, а их динамика отличалась нестабильностью – она определялась как логистическими сложностями, так и недостаточной мотивацией сдатчиков.

В сфере животноводства прослеживался выраженный спад поголовья, наиболее ощутимый в свиноводстве: потери были вызваны комплексом факторов – нехваткой кормов, распространением заболеваний, а также частой сменяемостью руководящих кадров. Относительно более устойчивой выглядела ситуация в овцеводстве, где за счёт приплода удалось добиться небольшого роста численности животных. Растениеводческая деятельность характеризовалась неравномерными результатами: наряду с достаточно высокой урожайностью отдельных культур (например, картофеля и турнепса) фиксировались серьёзные провалы по другим направлениям – в частности, был полностью утрачен урожай гороха, а затраты на выращивание овощных культур заметно превышали затраты на иные виды сельхозпродукции.

Кадровая ситуация в отделении отличалась противоречивой динамикой: при общем росте численности персонала сохранялся острый дефицит квалифицированных специалистов, а значительную долю работников составляли женщины. Перераспределение трудовых ресурсов шло в сторону увеличения штата в сельхозпроизводстве и новых производственных подразделениях, однако это не компенсировало нехватку профильных кадров, таких как плотники, столяры, бухгалтеры, заведующие производством. Финансовое положение подсобного хозяйства оставалось сложным: деятельность отделения сопровождалась убытками, которые были обусловлены совокупным воздействием транспортных, ресурсных и организационных трудностей.

Таким образом, эффективность работы тыловой хозяйственной системы в рассматриваемый период определялась не столько выполнением плановых показателей, сколько способностью адаптироваться к экстремальным условиям военного времени – острым дефицитам транспорта, кормов, квалифицированных кадров, а также к меняющейся оперативной обстановке. Архивные материалы наглядно демонстрируют, что устойчивость системы обеспечивалась за счёт мобилизации внутренних резервов, привлечения сторонних ресурсов и перераспределения трудовых и материальных потоков, однако этих мер оказывалось недостаточно для преодоления системных ограничений.

6 Благодарности

Исследование выполнено при финансовой поддержке научно-исследовательских работ по приоритетным направлениям деятельности вузов партнеров ЮУрГГПУ и ШГПУ в 2026 году по теме «Повседневная жизнь провинциального города в годы Великой Отечественной войны» (№06.26.10-12Д/16-406 от 2 июня 2026 г.).

Список литературы

1 Вознесенский, Н.А. Военная экономика СССР в период Отечественной войны. – М.: Госполитиздат, 1948. – 192 с.

2 Любимов, А.В. Торговля и снабжение в годы Великой Отечественной войны. – М., 1968.

3 Кодинцев А.Я., Подливалов В.В., Федченко М.Н. Экономика Южного Зауралья периода Великой Отечественной войны и первых послевоенных лет (1941-1953). – Курган: Изд-во Курганского гос. ун-та, 2004. – 160 с.

4 Палецких Н.П. ОРСы и кооперативная торговля на Урале в годы Великой Отечественной войны // Вестник Челябинской государственной агроинженерной академии. – 2010. – Т. 57. – С. 272-276.

5 Борисов С.Б. Великая Отечественная война 1941-1945 гг. в трудах преподавателей Шадринского государственного педагогического университета // Вестник Шадринского государственного педагогического университета. – 2020. – № 3 (47). – С. 153-157.

6 Будников, Ю.И. Освоение децентрализованных источников продовольственного снабжения тружеников оборонных предприятий Урала в годы Великой Отечественной войны // Наука ЮУРГУ. Материалы 70-й научной конференции. – Челябинск: изд. центр ЮУРГУ, 2018. – С. 244-250.

7 Законодательные и административно-правовые акты военного времени. 22 марта 1942 г. – 1 мая 1943 г. – М.: Юрид. изд-во НКЮ СССР, 1943.

8 Решения партии и правительства по хозяйственным вопросам : сборник документов / сост.: К.У. Черненко и М.С. Смиртюкова. 1941-1952 годы. – Москва: Политиздат, 1967-1988, 1968. – 751 с.

9 Собрание постановлений и распоряжений правительства СССР за 1942 г. № 1-11 / Упр. Делами Совета Народ. Комиссаров Союза ССР. – М.: Б. и., б. г. – 200 с.

10 ГАШ.Ф. 647.Оп.1.Д.439. Л.161

11 ГАШ.Ф. 647.Оп.1.Д.431. Л.107,

12 ГАШ.Ф. 647.Оп.1.Д.431. Л.116

13 ГАШ. Р-468. Оп. 3. Д. 7. Л. 3.

14 ГАШ. Р-468. Оп. 3. Д. 7. Л. 4.

15 ГАШ. Р-468. Оп. 3. Д. 7. Л. 6.

16 ГАШ. Р-468. Оп. 3. Д. 7. Л. 8.

17 ГАШ. Р-468. Оп. 3. Д. 7. Л. 10.

18 ГАШ. Р-468. Оп. 3. Д. 7. Л. 9.

ПОДКОРЫТОВА, С.В., ПОСПЕЛОВА, А.И.

ШАДРИНСК ҚАЛАСЫ САУДА БӨЛІМІНІҢ ҰЛЫ ОТАН СОҒЫСЫ ЖЫЛДАРЫ ХАЛЫҚТЫ АЗЫҚ-ТҮЛІКПЕН ҚАМТАМАСЫЗ ЕТУ ЖӨНІНДЕГІ ШАРУАШЫЛЫҚ ҚЫЗМЕТІ

Мақалада 1942–1944 жылдары соғыс жағдайында Шадринск қаласының сауда бөлімінің шаруашылық қызметі зерттеледі. Негізгі мәселелер талданады: тарту күшінің жетіспеушілігінен көлік жүйесінің сыни жағдайы, орталықсыздандырылған дайындамаларды ұйымдастырудағы қиындықтар, мал басының динамикасы және қосалқы шаруашылық жұмысының қорытындылары. Мал шаруашылығының құлдырау себептері (жем-шөп тапшылығы, аурулар, кадрлық тұрақсыздық) ашып көрсетілген. Мұрағаттық құжаттар негізінде тыл сауда жүйесінің жұмысын айқындаған логистикалық, ресурстық және экономикалық факторлардың өзара байланысы бақыланған.

Түйінді сөздер: *Ұлы Отан соғысы, тыл шаруашылығы, Шадринск, орталықсыздандырылған дайындамалар, көлікпен қамтамасыз ету, мал шаруашылығы, өсімдік шаруашылығы, қосалқы шаруашылық.*

PODKORYTOVA, S.V., POSPELOVA, A.I.

ECONOMIC ACTIVITY OF THE TRADE DEPARTMENT OF SHADRINSK IN PROVIDING THE POPULATION WITH FOOD DURING THE GREAT PATRIOTIC WAR

The article examines the economic activities of the trading department in Shadrinsk in 1942–1944 under wartime conditions. It analyses key problems, including the critical state of the transport system due to a shortage of draft power, difficulties in organising decentralised procurements, livestock population dynamics, and the performance of the subsidiary farm. The reasons for the decline in animal husbandry are revealed – feed shortages, diseases, and staff instability. Based on archival documents, the article traces the interconnection of logistical, resource, and economic factors that determined the operation of the rear-area trading system.

Keywords**:** *Great Patriotic War, rear-area economy, Shadrinsk, decentralised procurements, transport support, animal husbandry, crop production, subsidiary farm.*

Сведения об авторах:

Подкорытова Светлана Валерьевна *– кандидат исторических наук, доцент, доцент кафедры истории и права, ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет», г. Шадринск, Российская Федерация.*

Поспелова Анастасия Игоревна *– студентка 2 курса гуманитарного института, ФГБОУ ВО «Шадринский государственный педагогический университет», г. Шадринск, Российская Федерация.*

Подкорытова Светлана Валерьевна *– тарих ғылымдарының кандидаты, доцент, тарих және құқық кафедрасының доценті, «Шадр мемлекеттік педагогикалық университеті» ФМБ ЖББМ, Шадринск қ., Ресей Федерациясы.*

Поспелова Анастасия Игоревна *– 2-курс студенті, Гуманитарлық институт, ФГБОУ ВО «Шадринск мемлекеттік педагогикалық университеті», Шадринск қаласы, Ресей Федерациясы.*

Podkorytova Svetlana Valeriyevna *– Candidate of Historical Sciences, Associate Professor, Department of history and law, Shadrinsk State Pedagogical University FSBEI HE, Shadrinsk, Russian Federation.*

Pospelova Anastassiya Igorevna *– 2nd-year student, Humanities Institute, Shadrinsk State Pedagogical University FSBEI HE, Shadrinsk, Russian Federation.*

ЖАРАТЫЛЫСТАНУ ҒЫЛЫМДАРЫ
ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

УДК 517.962:517.521

Демисенов, Б.Н.,
кандидат физико-математических наук,
ассистент профессора кафедры физики,
математики и цифровых технологий,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Сергеев, Д.В.,
учитель математики,
КГУ «Общеобразовательная школа №19
отдела образования города Костаная»,
магистрант 2-го курса
ОП 7М01507 – Математика,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Тажахметов, А.Т.,
ученик 10 «Б» класса,
КГУ «Общеобразовательная школа №19
отдела образования города Костаная»,
г. Костанай, Республика Казахстан

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ И ИТЕРАЦИЙ НЕЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА НА КЛАССИЧЕСКИХ ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$

Аннотация

В работе исследуется поведение классических числовых последовательностей арифметической и геометрической прогрессий под воздействием нелинейного оператора вида $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$. Актуальность исследования обусловлена развитием методов дискретного анализа и изучением нелинейных преобразований регулярных структур. В качестве основного метода исследования используется метод математической индукции, а также аппарат алгебраических преобразований рекуррентных соотношений.

В статье строго доказывается серия теорем, согласно которым оператор T обладает свойством инвариантности структуры: при многократном применении (итерациях) он переводит арифметическую прогрессию в арифметическую, а геометрическую в геометрическую прогрессию. Найдены явные аналитические формулы для элементов первого порядка, а также выведены общие закономерности для параметров прогрессий (первых членов и разностей/знаменателей) при итерациях произвольного k-го порядка. Полученные результаты расширяют представления о динамике нелинейных операторов на числовых последовательностях и могут найти применение в теоретической математике и прикладных задачах дискретного анализа.

Ключевые слова: *нелинейный оператор, числовые последовательности, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия, итерации оператора, метод математической индукции.*

1 Введение

Современное математическое образование и академические исследования в области дискретного анализа ориентированы на глубокое изучение динамических систем, рекуррентных соотношений и преобразований числовых последовательностей. Важным аспектом фундаментальной математической подготовки является развитие исследовательской культуры и абстрактного мышления, предполагающих способность анализировать поведение математических объектов при действии нелинейных операторов, выявлять инвариантные структуры и строить строгие доказательства индуктивного характера.

Одним из ключевых направлений дискретного анализа является теория числовых последовательностей, в частности классических арифметических и геометрических прогрессий. Данные объекты обладали и обладают широким спектром применений, служа базовой моделью для изучения дискретных процессов [1].

Несмотря на глубокую разработанность классической теории прогрессий, в современной практике и научно-исследовательской литературе преобладает анализ линейных рекуррентных соотношений. В то же время поведение классических прогрессий под воздействием нелинейных дискретных операторов остается недостаточно изученным. В частности, слабо освещены вопросы сохранения структурной принадлежности (инвариантности) прогрессий при многократных итерациях нелинейных преобразований, а также выявления явных функциональных зависимостей для их основных параметров.

В результате возникает противоречие между широким применением нелинейных операторов в современной прикладной и теоретической математике и недостаточной изученностью свойств и итераций нелинейного оператора вида $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$ на классах классических числовых последовательностей.

Проблема исследования заключается в необходимости теоретического обоснования замкнутости классов арифметических и геометрических прогрессий относительно действия оператора T, а также в получении явных аналитических формул для их параметров при итерациях произвольного k-го порядка.

Целью данной статьи является исследование свойств и итераций нелинейного оператора $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$ на классических числовых последовательностях (арифметической и геометрической прогрессиях), установление явления замкнутости данных классов и вывод общих формул для параметров последовательностей на k-й итерации.

Для достижения поставленной цели были сформулированы следующие задачи:

1. Проанализировать действие оператора T на арифметическую прогрессию, установить вид получаемой последовательности и вывести формулы для ее первого члена ${a_1}^{(1)}$ и разности $d^{(1)}$.

2. Доказать с помощью метода математической индукции теорему об итерациях k-го порядка для арифметической прогрессии с получением явных аналитических выражений для ${a_1}^{(\mathrm{k})}$ и $d^{(k)}$.

3. Исследовать действие оператора T на геометрическую прогрессию, доказав сохранение ее структуры и получив формулы для первого члена ${b_1}^{(1)}$ и знаменателя $q^{(1)}$.

4. Доказать с помощью метода математической индукции теорему об итерациях k-го порядка для геометрической прогрессии с получением явных аналитических выражений для ${b_1}^{(\mathrm{k})}$ и $q^{(k)}$.

Научная новизна исследования заключается в том, что в нем впервые:

1. Расширение теоретической базы: Уточнены свойства и характеристики итераций нелинейного разностного оператора при его приложении к классическим числовым последовательностям.

2. Доказана инвариантность классов арифметических и геометрических прогрессий относительно нелинейного оператора $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$.

3. Получены и строго доказаны методом математической индукции общие формулы k-й итерации для первых членов, разностей и знаменателей прогрессий произвольного порядка k.

4. Выведены явные формулы сумм первых n членов для преобразованных последовательностей при первой итерации.

2 Материалы и методы

Настоящее исследование носит теоретико-методический и аналитический характер и направлено на изучение свойств и итераций нелинейного оператора, действующего в пространстве классических числовых последовательностей.

В работе использовались следующие методы и подходы:

– теоретический анализ специальной математической и научно-методической литературы по вопросам теории рекуррентных соотношений и нелинейных преобразований дискретных систем;

– математическое моделирование итеративных процессов с использованием дискретного нелинейного оператора;

– символьные алгебраические преобразования (разложение разности квадратов) и метод математической индукции для строгого доказательства общих закономерностей высших порядков;

– качественный анализ числовых характеристик и динамики параметров последовательностей на основе конкретных числовых примеров [2].

Объекты исследования и аппарат:

1. Нелинейный оператор:

Пусть задан дискретный оператор T, действующий на произвольный элемент числовой последовательности (a_k) по правилу:

$$T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$$

Итерации оператора высших порядков обозначаются верхним индексом в скобках (например, первая итерация $T(a_n) = {a_n}^{(1)}$, вторая ${a_n}^{(2)}$ и т.д.).

Базовые числовые последовательности:

Арифметическая прогрессия a_n, заданная первым членом a_1 и разностью d, общий член которой имеет вид:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

Геометрическая прогрессия b_n, заданная первым членом b_1 и знаменателем q $(q \neq 0)$, общий член которой определяется формулой:

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

В рамках предлагаемого подхода оператор T рассматривается как динамическое преобразование, переводящее исходную регулярную структуру в новую числовую последовательность. Целью методологии является доказательство того, что классы арифметических и геометрических прогрессий инвариантны относительно оператора T, а также вывод явных рекуррентных формул для их параметров на любом шаге итерации k [3].

3-4 Результаты и обсуждение

1. Исследование действия оператора T на геометрическую прогрессию.

Рассмотрим действие нелинейного оператора $T(b_k) = {b_{k+1}}^2 - {b_k}^2$ на геометрическую последовательность b_n с первым членом b_1 и знаменателем $(q \neq 0, q \neq \pm 1)$: [4]

$b_n = b_1 q^{n-1}$ $(n = 1,2,3, \dots)$

1.1. Числовые эксперименты и эмпирические наблюдения

Для анализа характера получаемых последовательностей были проведены тестовые вычисления первой итерации $b_n^{(1)} = T(b_n) = {b_{n+1}}^2 - {b_n}^2$

Пример 1: Пусть дана геометрическая прогрессия b_n: 1,2,4,8,16,32 … $(b_1 = 1, q = 2)$. Применяя оператор T, получаем члены новой последовательности $\mathrm{b}_\mathrm{n}^{(1)}$:

$$\mathrm{b}_1^{(1)} = 2^2 - 1^2 = 3$$
$$\mathrm{b}_2^{(1)} = 4^2 - 2^2 = 12 = 3 * 4$$
$$\mathrm{b}_3^{(1)} = 8^2 - 4^2 = 48 = 3 * 4^2$$
$$\mathrm{b}_4^{(1)} = 16^2 - 8^2 = 192 = 3 * 4^3$$
$$\mathrm{b}_5^{(1)} = 32^2 - 16^2 = 768 = 3 * 4^4$$
$$\dots$$

Новая последовательность $b_n^{(1)}$: $3, 12, 48, 192, 768, \dots$ представляет собой геометрическую прогрессию с первым членом $b_1^{(1)} = 3$ и знаменателем$q^{(1)} = 4 = 2^2$.

Пример 2: Пусть b_n: 2,6,18,54,162, … $(b_1 = 2, q = 3)$.

$$\mathrm{b}_1^{(1)} = 6^2 - 2^2 = 32$$
$$\mathrm{b}_2^{(1)} = 18^2 - 6^2 = 288 = 32 * 9$$
$$\mathrm{b}_3^{(1)} = 54^2 - 18^2 = 2592 = 32 * 9^2$$
$$\mathrm{b}_4^{(1)} = 162^2 - 54^2 = 23328 = 32 * 9^3$$
$$\dots$$

Новая последовательность $b_n^{(1)}$: $32; 288; 2592; 23328;$ ... представляет собой геометрическую прогрессию с первым членом $b_1^{(1)} = 32$ и знаменателем $q^{(1)} = 9 = 3^2$.

1.2. Первая итерация оператора (Теорема 1)

Теорема 1. Оператор $T(b_k) = {b_{k+1}}^2 - {b_k}^2$ при воздействии на геометрическую прогрессию b_n с первым членом b_1 и знаменателем q отображает её в новую геометрическую прогрессию $b_n^{(1)}$, параметры которой связаны с исходными соотношениями:

$$\mathrm{b}_1^{(1)} = \mathrm{b}_1^2(\mathrm{q}^2 - 1), \mathrm{q}^{(1)} = \mathrm{q}^2$$

Доказательство. Пусть дана геометрическая прогрессия $b_n = b_1 q^{n-1}$. Подставим формулу общего члена в выражение для $\mathrm{b}_\mathrm{n}^{(1)} = \mathrm{b}_{\mathrm{n}+1}^2 - \mathrm{b}_\mathrm{n}^2$

$$b_n^{(1)} = (b_1 q^n)^2 - (b_1 q^{n-1})^2$$
$$b_n^{(1)} = b_1^2 q^{2n} - b_1^2 q^{2(n-1)}$$

Вынесем общий множитель $b_1^2 q^{2(n-1)}$ за скобки

$$b_n^{(1)} = b_1^2 q^{2(n-1)}(q^{2n-2(n-1)} - 1 = b_1^2 q^{2(n-1)}(q^2 - 1)$$

Перегруппировав множители, получаем:

$$b_n^{(1)} = b_1^2(q^2 - 1)\ (q^2)^{n-1}$$

Сравнивая это выражение со стандартной формулой общего члена геометрической прогрессии $b_n^{(1)} = b_1^{(1)}(q^{(1)})^{n-1}$, убеждаемся, что последовательность $b_n^{(1)}$ действительно является геометрической прогрессией с $\mathrm{b}_1^{(1)} = \mathrm{b}_1^2(\mathrm{q}^2 - 1), \mathrm{q}^{(1)} = \mathrm{q}^2$. Теорема доказана [5].

1.3. Следствия первой итерации.

Следствие 1 (О законах суммы первой итерации):

Сумма первых n членов преобразованной геометрической прогрессии $b_n^{(1)}$ равна:

$$S_n^{(1)} = \frac{b_1^{(1)}((q^{(1)})^n - 1)}{q^{(1)} - 1} = \frac{b_1^2(q^2 - 1)(q^{2n} - 1)}{q^2 - 1} = b_1^2(q^{2n} - 1)\ (q \neq \pm 1)$$

Следствие 2 (О бесконечно убывающей геометрической прогрессии):

Если исходная прогрессия b_n бесконечно убывает ($|q| < 1$), то так как $q^{(1)} = q^2$, первая итерация $b_n^{(1)}$ также является бесконечно убывающей геометрической прогрессией.

Сумма всех членов $\mathrm{S}^{(1)}$ такой прогрессии вычисляется по формуле:

$$S^{(1)} = \frac{b_1^{(1)}}{1 - q^{(1)}} = \frac{b_1^2(q^2 - 1)}{1 - q^2} = -b_1^2$$

1.4. Исследование итераций высших порядков.

Исследуем последовательное применение оператора T для выявления общих закономерностей k-й итерации:

1. Вторая итерация ($k = 2$)

$$q^{(2)} = (q^{(1)})^2 = (q^2)^2 = q^4$$

$$\mathrm{b}_1^{(2)} = (\mathrm{b}_1^{(1)})^2\left((\mathrm{q}^{(1)})^2 - 1\right) = \left(\mathrm{b}_1^2(\mathrm{q}^2 - 1)\right)^2((\mathrm{q}^2)^2 - 1)$$

$$\mathrm{b}_1^{(2)} = \mathrm{b}_1^4(\mathrm{q}^2 - 1)^2(\mathrm{q}^4 - 1) = \mathrm{b}_1^4(\mathrm{q}^2 - 1)^3(\mathrm{q}^2 + 1)$$

2. Третья итерация ($k = 3$)

$$q^{(3)} = (q^{(2)})^2 = (q^4)^2 = q^8$$

$$\mathrm{b}_1^{(3)} = (\mathrm{b}_1^{(2)})^2\left((\mathrm{q}^{(2)})^2 - 1\right)$$

$$\mathrm{b}_1^{(3)} = (\mathrm{b}_1^4(\mathrm{q}^2 - 1)^3(\mathrm{q}^2 + 1))^2(q^8 - 1)$$

Раскрывая $q^8 - 1 = (q^4 + 1)(q^2 + 1)(q^2 - 1)$, получаем

$$\mathrm{b}_1^{(3)} = b_1^8(\mathrm{q}^2 - 1)^7(\mathrm{q}^2 + 1)^3(\mathrm{q}^4 + 1)$$

3. Четвертая итерация ($k = 4$)

$$q^{(4)} = (q^{(3)})^2 = (q^8)^2 = q^{16}$$

$$\mathrm{b}_1^{(4)} = (\mathrm{b}_1^{(3)})^2\left((\mathrm{q}^{(3)})^2 - 1\right)$$

$$\mathrm{b}_1^{(4)} = (b_1^8(\mathrm{q}^2 - 1)^7(\mathrm{q}^2 + 1)^3(\mathrm{q}^4 + 1))^2((\mathrm{q}^8)^2 - 1)$$

$$\mathrm{b}_1^{(4)} = b_1^{16}(\mathrm{q}^2 - 1)^{14}(\mathrm{q}^2 + 1)^6(\mathrm{q}^4 + 1)^2(\mathrm{q}^8 + 1)(\mathrm{q}^4 + 1)(\mathrm{q}^2 + 1)(\mathrm{q}^2 - 1)$$

$$\mathrm{b}_1^{(4)} = b_1^{16}(\mathrm{q}^2 - 1)^{15}(\mathrm{q}^2 + 1)^7(\mathrm{q}^4 + 1)^3(\mathrm{q}^8 + 1)$$

1.5. Итерации произвольного k-го порядка

Теорема 2. Для любого натурального порядка итерации $k \geq 1$ оператор T переводит геометрическую прогрессию (b_n) со знаменателем q и первым членом b_1 в новую геометрическую прогрессию $\mathrm{b}_\mathrm{n}^{(\mathrm{k})}$, параметры которой задаются явными формулами:

$$\mathrm{q}^{(\mathrm{k})} = \mathrm{q}^{2^\mathrm{k}}$$

$$\mathrm{b}_1^{(\mathrm{k})} = \mathrm{b}_1^{2^\mathrm{k}}(q^2 - 1)^{2^k - 1}(q^2 + 1)^{2^{k-1} - 1}(q^4 + 1)^{2^{k-2} - 1}(q^8 + 1)^{2^{k-3} - 1} \dots (q^{2^{k-1}} + 1)$$

Доказательство (метод математической индукции):

1. База индукции:

При $k = 1$ получаем $\mathrm{q}^{(1)} = \mathrm{q}^2$ и $b_1^{(1)} = b_1^2(q^2 - 1)$, что полностью совпадает с ранее доказанными формулами первой итерации (Теорема 1). База верна.

2. Предположение индукции:

Предположим, что формулы верны для порядка k:

$$\mathrm{q}^{(\mathrm{k})} = \mathrm{q}^{2^\mathrm{k}}$$

$$\mathrm{b}_1^{(\mathrm{k})} = \mathrm{b}_1^{2^\mathrm{k}}(q^2 - 1)^{2^k - 1}(q^2 + 1)^{2^{k-1} - 1}(q^4 + 1)^{2^{k-2} - 1}(q^8 + 1)^{2^{k-3} - 1} \dots (q^{2^{k-1}} + 1)$$

3. Шаг индукции: Докажем справедливость формулы для порядка $k + 1$.

3.1. Для знаменателя:

$$q^{(\mathrm{k}+1)} = q^{2^{k+1}}$$

$$q^{(\mathrm{k}+1)} = (q^{(\mathrm{k})})^2 = (\mathrm{q}^{2^\mathrm{k}})^2 = q^{2*2^k} = q^{2^{k+1}}$$

3.2. Для первого члена:

$$\mathrm{b}_1^{(\mathrm{k}+1)} = \mathrm{b}_1^{2^{k+1}}(q^2 - 1)^{2^{k+1} - 1}(q^2 + 1)^{2^k - 1}(q^4 + 1)^{2^{k-1} - 1}(q^8 + 1)^{2^{k-2} - 1} \dots (q^{2^k} + 1)$$

По определению оператора и доказанному правилу пересчета:

$$\mathrm{b}_1^{(\mathrm{k}+1)} = (b_2^{(\mathrm{k})})^2 - (\mathrm{b}_1^{(\mathrm{k})})^2$$

$$\mathrm{b}_1^{(\mathrm{k}+1)} = \left(b_2^{(k)} - b_1^{(k)}\right)\left(b_2^{(k)} + b_1^{(k)}\right)$$

Учитывая, что $b_2^{(k)} = b_1^{(k)} q^{(k)} = b_1^{(k)} q^{2^k}$, имеем:

$$\mathrm{b}_1^{(\mathrm{k}+1)} = \left(b_1^{(k)} q^{2^k} - b_1^{(k)}\right)\left(b_1^{(k)} q^{2^k} + b_1^{(k)}\right) = (b_1^{(k)})^2 \left(q^{2^k} - 1\right)\left(q^{2^k} + 1\right)$$

Подставим значение $b_1^{(k)}$ из предположения индукции:

$$\mathrm{b}_1^{(\mathrm{k})} = \mathrm{b}_1^{2^{\mathrm{k}}} (q^2-1)^{2^k-1}(q^2+1)^{2^{k-1}-1}(q^4+1)^{2^{k-2}-1}(q^8+1)^{2^{k-3}-1} \dots (q^{2^{k-1}}+1)$$

$$(\mathrm{b}_1^{(\mathrm{k})})^2 = \mathrm{b}_1^{2^{\mathrm{k}+1}} (q^2-1)^{2^{k+1}-2}(q^2+1)^{2^k-2}(q^4+1)^{2^{k-1}-2}(q^8+1)^{2^{k-2}-2} \dots \left(q^{2^{k-1}}+1\right)^2$$

Имеем:

$$\mathrm{b}_1^{(\mathrm{k}+1)} = (\mathrm{b}_1^{2^{\mathrm{k}+1}} (q^2-1)^{2^{k+1}-2}(q^2+1)^{2^k-2}(q^4+1)^{2^{k-1}-2}(q^8+1)^{2^{k-2}-2} \dots \left(q^{2^{k-1}} + +1\right)^2) * (\mathrm{q}^2-1)\,(\mathrm{q}^2+1)\,(\mathrm{q}^4+1)\,(\mathrm{q}^8+1) \dots (\mathrm{q}^{2^{\mathrm{k}-1}}+1)\,\left(q^{2^k}+1\right)$$

$$\mathrm{b}_1^{(\mathrm{k}+1)} = \mathrm{b}_1^{2^{\mathrm{k}+1}} (q^2-1)^{2^{k+1}-1}(q^2+1)^{2^k-1}(q^4+1)^{2^{k-1}-1}(q^8+1)^{2^{k-2}-1} \dots (q^{2^k}+1)$$

Предположение доказано для любого $k \geq 1$.

2. Исследование действия оператора T на арифметическую прогрессию.

Рассмотрим действие нелинейного оператора $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$ на арифметическую прогрессию (a_n) с первым членом a_1 и разностью d:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \ (n = 1,2,3 \dots)[5]$$

2.1. Числовые эксперименты и эмпирические наблюдения

Проведем тестовые вычисления первой итерации $\mathrm{a}_\mathrm{n}^{(1)} = \mathrm{T}(\mathrm{a}_\mathrm{n}) = \mathrm{a}_{\mathrm{n}+1}^2 - \mathrm{a}_\mathrm{n}^2$

Пример 1: Пусть дана арифметическая прогрессия a_n: 1, 3, 5, 7, 9, … $(a_1 = 1, d = 2)$.

$$\mathrm{a}_1^{(1)} = 3^2 - 1^2 = 8$$
$$\mathrm{a}_2^{(1)} = 5^2 - 3^2 = 16$$
$$\mathrm{a}_3^{(1)} = 7^2 - 5^2 = 24$$
$$\mathrm{a}_4^{(1)} = 9^2 - 7^2 = 32$$
$$\mathrm{a}_5^{(1)} = 11^2 - 9^2 = 40$$
$$\dots$$

Последовательность $\mathrm{a}_\mathrm{n}^{(1)}$: 8, 16, 24, 32, 40, … представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом $\mathrm{a}_1^{(1)} = 8$ и разностью $\mathrm{d}^{(1)} = 8$

Пример 2: Пусть дана арифметическая прогрессия a_n: 2,5,8,11,14, … $(a_1 = 2, d = 3)$.

$$\mathrm{a}_1^{(1)} = 5^2 - 2^2 = 21$$
$$\mathrm{a}_2^{(1)} = 8^2 - 5^2 = 39$$
$$\mathrm{a}_3^{(1)} = 11^2 - 8^2 = 57$$
$$\mathrm{a}_4^{(1)} = 14^2 - 11^2 = 75$$

Последовательность a_n: 2,5,8,11,14, … представляет собой арифметическую прогрессию с первым членом $\mathrm{a}_1^{(1)} = 21$ и разностью $\mathrm{d}^{(1)} = 18$

2.2. Первая итерация оператора

Теорема 3. Оператор $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$ при воздействии на арифметическую прогрессию a_n с первым членом a_1 и разностью d отображает её в новую арифметическую прогрессию $\mathrm{a}_\mathrm{n}^{(1)}$, параметры которой связаны с исходными соотношениями:

$$\mathrm{a}_1^{(1)} = 2\mathrm{a}_1\mathrm{d} + \mathrm{d}^2,\ d^{(1)} = 2d^2$$

Доказательство.

Вычислим члены новой последовательности $\mathrm{a}_\mathrm{n}^{(1)}$ с помощью разложения разности квадратов:

$$\mathrm{a}_\mathrm{n}^{(1)} = \mathrm{a}_{\mathrm{n}+1}^2 - \mathrm{a}_\mathrm{n}^2 = (\mathrm{a}_{\mathrm{n}+1} - \mathrm{a}_\mathrm{n})(\mathrm{a}_{\mathrm{n}+1} + \mathrm{a}_\mathrm{n})$$

Так как $a_n = a_1 + (n-1)d$, разность соседних членов равна $\mathrm{a_{n+1}} - \mathrm{a_n} = \mathrm{d}$, а их сумма равна:

$$\mathrm{a_{n+1}} + \mathrm{a_n} = (\mathrm{a_1} + \mathrm{nd}) + (\mathrm{a_1} + (\mathrm{n}-1)\mathrm{d}) = 2\mathrm{a_1} + (2\mathrm{n}-1)\mathrm{d}$$

Подставляя эти выражения, получаем:

$$\mathrm{a_n^{(1)}} = \mathrm{d}(2\mathrm{a_1} + (2\mathrm{n}-1)\mathrm{d}) = 2a_1 d + (2n-1)d^2$$

Преобразуем формулу к виду k-го члена арифметической прогрессии:

$$\mathrm{a_n^{(1)}} = (2a_1 d + d^2) + \ (n-1)2d^2$$

Таким образом, $\mathrm{a_n^{(1)}}$ есть арифметическая прогрессия с $\mathrm{a_1^{(1)}} = 2\mathrm{a_1 d} + \mathrm{d}^2$ и $d^{(1)} = 2d^2$. Теорема доказана.

2.3. Основные формулы первой итерации

Формула общего члена:

$$\mathrm{a_n^{(1)}} = 2a_1 d + (2n-1)d^2$$

Сумма первых n членов ($S_\mathrm{n}^{(1)}$):

$$S_\mathrm{n}^{(1)} = \frac{\mathrm{a_1^{(1)}} + \mathrm{a_n^{(1)}}}{2}\mathrm{n} = \frac{(2\mathrm{a_1 d} + \mathrm{d}^2) + (2a_1 d + (2n-1)d^2)}{2}n$$

$$S_\mathrm{n}^{(1)} = \frac{4\mathrm{a_1 d} + 2\mathrm{nd}^2}{2}\mathrm{n} = (2\mathrm{a_1 d} + \mathrm{nd}^2)\mathrm{n}$$

2.4. Исследование итераций высших порядков

Проследим последовательное применение оператора T для выявления структуры первого члена и разности на высших итерациях ($k = 1, 2, 3, 4 \ldots$):

1. Первая итерация ($k = 1$)

$$d^{(1)} = 2d^2$$

$$\mathrm{a_1^{(1)}} = 2\mathrm{a_1 d} + \mathrm{d}^2 = 2\mathrm{a_1 d} + 1 * 2^{2^1-2}\mathrm{d}^2$$

2. Вторая итерация ($k = 2$)

Применяем Теорему 1 к полученной прогрессии $\mathrm{a_n^{(1)}}$:

$$\mathrm{d}^{(2)} = 2(\mathrm{d}^{(1)})^2 = 2(2\mathrm{d}^2)^2 = 8d^4 = 2^3 d^4$$

$$\mathrm{a_1^{(2)}} = 2\mathrm{a_1^{(1)}}\mathrm{d}^{(1)} + (\mathrm{d}^{(1)})^2 = 2(2\mathrm{a_1 d} + \mathrm{d}^2)(2\mathrm{d}^2) + (2\mathrm{d}^2)^2 = 8a_1 d^3 + 8d^4$$

$$\mathrm{a_1^{(2)}} = 2^3 a_1 d^3 + 2^3 d^4 = 2^3 a_1 d^3 + 2 * 2^{2^2-2} d^4$$

3. Третья итерация ($k = 3$)

$$\mathrm{d}^{(3)} = 2(\mathrm{d}^{(2)})^2 = 2(8\mathrm{d}^4)^2 = 128d^8 = 2^7 d^8$$

$$\mathrm{a_1^{(3)}} = 2\mathrm{a_1^{(2)}}\mathrm{d}^{(2)} + (\mathrm{d}^{(2)})^2 = 2(8\mathrm{a_1 d}^3 + 8\mathrm{d}^4)(8\mathrm{d}^4) + (8\mathrm{d}^4)^2 = 128a_1 d^7 + 192d^8$$

$$\mathrm{a_1^{(3)}} = 2^7 a_1 d^7 + 3 * 2^{2^3-2} d^8$$

4. Четвертая итерация ($k = 4$)

$$\mathrm{d}^{(4)} = 2(\mathrm{d}^{(3)})^2 = 2(128\mathrm{d}^8)^2 = 32768d^{16} = 2^{15} d^{16}$$

$$\mathrm{a_1^{(4)}} = 2\mathrm{a_1^{(3)}}\mathrm{d}^{(3)} + (\mathrm{d}^{(3)})^2 = 2(128a_1 d^7 + 192d^8)(128d^8) + (128d^8)^2$$

$$\mathrm{a_1^{(4)}} = 32768a_1 d^{15} + 65536d^{16} = 2^{15} a_1 d^{15} + 2^{16} d^{16}$$

$$\mathrm{a_1^{(4)}} = 2^{15} a_1 d^{15} + 4 * 2^{2^4-2} d^{16}$$

2.5. Итерации произвольного k-го порядка

Теорема 4. Для любого натурального порядка итерации $k \geq 1$ оператор $\mathrm{T}(\mathrm{a_k}) = \mathrm{a_{k+1}^2} - \mathrm{a_k^2}$ отображает арифметическую прогрессию (a_n) с первым членом $\mathrm{a_1}$ и разностью d в новую арифметическую прогрессию $a_n^{(k)}$, параметры которой задаются явными формулами:

$$\mathrm{d}^{(\mathrm{k})} = 2^{2^\mathrm{k}-1}\mathrm{d}^{2^\mathrm{k}}$$

$$\mathrm{a_1^{(k)}} = 2^{2^\mathrm{k}-1}\mathrm{a_1 d}^{2^\mathrm{k}-1} + \mathrm{k}2^{2^\mathrm{k}-2}\mathrm{d}^{2^\mathrm{k}}$$

Доказательство (метод математической индукции):

1. База индукции (пункт 2.4):

При $k = 1$ получаем:

$$d^{(1)} = 2d^2$$

$$\mathrm{a}_1^{(1)} = 2\mathrm{a}_1\mathrm{d} + \mathrm{d}^2 = 2\mathrm{a}_1\mathrm{d} + 1 * 2^{2^1-2}\mathrm{d}^2$$

При $k = 2$ получаем:

$$\mathrm{d}^{(2)} = 2^3 d^4$$

$$\mathrm{a}_1^{(2)} = 2^3 a_1 d^3 + 2 * 2^{2^2-2} d^4$$

При $k = 3$ получаем:

$$\mathrm{d}^{(3)} = 2^7 d^8$$

$$\mathrm{a}_1^{(3)} = 2^7 a_1 d^7 + 3 * 2^{2^3-2} d^8$$

При $k = 4$ получаем:

$$\mathrm{d}^{(4)} = 2^{15} d^{16}$$

$$\mathrm{a}_1^{(4)} = 2^{15} a_1 d^{15} + 4 * 2^{2^4-2} d^{16}$$

2. Предположение индукции:

Предположим, что формулы верны для порядка k:

$$\mathrm{d}^{(\mathrm{k})} = 2^{2^{\mathrm{k}}-1}\mathrm{d}^{2^{\mathrm{k}}}$$

$$\mathrm{a}_1^{(\mathrm{k})} = 2^{2^{\mathrm{k}}-1}\mathrm{a}_1\mathrm{d}^{2^{\mathrm{k}}-1} + \mathrm{k}2^{2^{\mathrm{k}}-2}\mathrm{d}^{2^{\mathrm{k}}}$$

3. Шаг индукции: Докажем справедливость формулы для порядка $k + 1$.

3.1. Для разности:

$$d^{(k+1)} = 2^{2^{k+1}-1} d^{2^{k+1}}$$

$$d^{(k+1)} = 2(d^{(k)})^2 = 2(2^{2^k-1} d^{2^k})^2 = 2 * 2^{2^{k+1}-2} d^{2^{k+1}} = 2^{2^{k+1}-1} d^{2^{k+1}}$$

3.2 Для первого члена:

$$\mathrm{a}_1^{(\mathrm{k}+1)} = 2^{2^{\mathrm{k}+1}-1}\mathrm{a}_1\mathrm{d}^{2^{\mathrm{k}+1}-1} + (\mathrm{k}+1)2^{2^{\mathrm{k}+1}-2}\mathrm{d}^{2^{\mathrm{k}+1}}$$

По определению оператора и доказанному правилу пересчета:

$$\mathrm{a}_1^{(\mathrm{k}+1)} = (a_2^{(\mathrm{k})})^2 - (\mathrm{a}_1^{(\mathrm{k})})^2$$

$$\mathrm{a}_1^{(\mathrm{k}+1)} = \left(a_2^{(k)} - a_1^{(k)}\right)\left(a_2^{(k)} + a_1^{(k)}\right)$$

Учитывая, что:

$a_2^{(k)} = a_1^{(k)} + d^{(k)} = 2^{2^k-1} a_1 d^{2^k-1} + k2^{2^k-2} d^{2^k} + 2^{2^k-1} d^{2^k}$,

имеем:

$$\mathrm{a}_1^{(\mathrm{k}+1)} = (2^{2^k-1} a_1 d^{2^k-1} + k2^{2^k-2} d^{2^k} + 2^{2^k-1} d^{2^k} - 2^{2^{\mathrm{k}}-1}\mathrm{a}_1\mathrm{d}^{2^{\mathrm{k}}-1} - \mathrm{k}2^{2^{\mathrm{k}}-2}\mathrm{d}^{2^{\mathrm{k}}}) *$$

$$* (2^{2^k-1} a_1 d^{2^k-1} + k2^{2^k-2} d^{2^k} + 2^{2^k-1} d^{2^k} + 2^{2^{\mathrm{k}}-1}\mathrm{a}_1\mathrm{d}^{2^{\mathrm{k}}-1} + \mathrm{k}2^{2^{\mathrm{k}}-2}\mathrm{d}^{2^{\mathrm{k}}})$$

$$\mathrm{a}_1^{(\mathrm{k}+1)} = 2^{2^k-1} d^{2^k}(2 * 2^{2^k-1} a_1 d^{2^k-1} + 2k2^{2^k-2} d^{2^k} + 2^{2^k-1} d^{2^k})$$

$$\mathrm{a}_1^{(\mathrm{k}+1)} = 2 * (2^{2^k-1})^2 a_1 d^{2^{k+1}-1} + 2^{2^k-1} d^{2^k} 2^{2^k-1} d^{2^k}(k+1)$$

$$\mathrm{a}_1^{(\mathrm{k}+1)} = 2^{2^{\mathrm{k}+1}-1}\mathrm{a}_1\mathrm{d}^{2^{\mathrm{k}+1}-1} + (\mathrm{k}+1)2^{2^{\mathrm{k}+1}-2}\mathrm{d}^{2^{\mathrm{k}+1}}$$

Предположение доказано для любого $k \geq 1$.

5 Выводы

В настоящем исследовании было проведено комплексное теоретическое и аналитическое изучение свойств и итераций дискретного нелинейного оператора вида $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$ на классах классических числовых последовательностей арифметической и геометрической прогрессиях.

В ходе работы получены следующие основные результаты:

1. Доказана инвариантность структур: строго установлено, что оператор T обладает свойством сохранения класса последовательностей. Применение оператора к арифмети-

ческой прогрессии переводит её в новую арифметическую прогрессию, а к геометрической в новую геометрическую прогрессию.

2. Выведены формулы первой итерации: получены явные аналитические выражения для связи параметров исходных и преобразованных последовательностей (первых членов, разностей и знаменателей).

Для геометрической прогрессии доказано, что:

$$b_1^{(1)} = b_1^2(q^2 - 1), q^{(1)} = q^2$$

Для арифметической прогрессии доказано, что:

$$a_1^{(1)} = 2a_1 d + d^2,\ d^{(1)} = 2d^2$$

3. Исследованы итерации высших порядков: путем последовательного анализа и доказательства методом математической индукции выведены общие формулы для параметров прогрессий произвольного k-го порядка итерации:

Для геометрической прогрессии доказано, что:

$$q^{(k)} = q^{2^k}$$

$$b_1^{(k)} = b_1^{2^k}(q^2-1)^{2^k-1}(q^2+1)^{2^{k-1}-1}(q^4+1)^{2^{k-2}-1}(q^8+1)^{2^{k-3}-1}\dots(q^{2^{k-1}}+1)$$

Для арифметической прогрессии доказано, что:

$$d^{(k)} = 2^{2^k-1}d^{2^k}$$

$$a_1^{(k)} = 2^{2^k-1}a_1 d^{2^k-1} + k2^{2^k-2}d^{2^k}$$

Полученные результаты расширяют представления о динамике нелинейных операторов на дискретных структурах и могут быть использованы в дальнейших теоретических исследованиях рекуррентных соотношений, а также в учебных курсах по высшей математике и дискретному анализу.

Список литературы

1 Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3 т. Т. I. – М.: Физматлит, 2003. – 680 с.

2 Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М.: Наука, 1975. – 432 с.

3 Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. – М.: Бином. Лаборатория знаний, 2020. – 636 с.

4 Прасолов В.В. Задачи по олимпиадной математике. – М.: МЦНМО, 2019. – 336 с.

5 Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Лань, 2021. – 176 с.

6 Далингер В.А. Методика реализации межпредметных связей при обучении математике. – Омск: Изд-во ОмГПУ, 2017. – 432 с.

7 Elaydi S.N. An Introduction to Difference Equations. – 3rd ed. – New York: Springer, 2005. – 539 p.

8 Mickens R.E. Difference Equations: Theory and Applications. – 2nd ed. – Boca Raton: CRC Press, 2015. – 486 p.

9 Devaney R.L. An Introduction to Chaotic Dynamical Systems. – 2nd ed. – Boca Raton: CRC Press, 2018. – 352 p.

10 Peitgen H.-O., Jürgens H., Saupe D. Chaos and Fractals: New Frontiers of Science. – 2nd ed. – New York: Springer, 2004. – 864 p.

11 Silverstein S. Nonlinear operators on discrete sequence spaces // Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 2018. – Vol. 462, № 2. – P. 1120–1135.

12 Martinez J., Gomez R. Iterative behaviors of quadratic operators on arithmetic and geometric progressions // Applicable Analysis and Discrete Mathematics. – 2021. – Vol. 15, № 1. – P. 89–104.

ДЕМИСЕНОВ, Б.Н., СЕРГЕЕВ, Д.В., ТАЖАХМЕТОВ, А.Т.

КЛАССИКАЛЫҚ САНДЫҚ ТІЗБЕКТЕРДЕГІ СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ОПЕРАТОРДЫҢ ҚАСИЕТТЕРІ МЕН ИТЕРАЦИЯЛАРЫН ЗЕРТТЕУ

Жұмыста классикалық сандық тізбектердің арифметикалық және геометриялық прогрессиялардың $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$ түріндегі сызықтық емес операторлардың әсерінен өзгеру сипаты

зерттеледі. Зерттеудің өзектілігі дискретті талдау әдістерінің дамуымен және тұрақты құрылымдардың сызықтық емес түрленулерін зерделеумен байланысты. Негізгі зерттеу әдісі ретінде математикалық индукция әдісі, сондай-ақ рекуррентік қатынастардың алгебраикалық түрленулер аппараты қолданылады.

Мақалада T операторының құрылымдық инвариантты қасиетіне ие екендігін растайтын теоремалар сериясы қатаң түрде дәлелденеді: бірнеше рет қолданғанда (итерацияларда) ол арифметикалық прогрессияны арифметикалық прогрессияға, ал геометриялық прогрессияны геометриялық прогрессияға көшіреді. Бірінші ретті элементтер үшін айқын аналитикалық формулалар табылды, сондай-ақ кез келген k-ретті итерациялар кезіндегі прогрессия параметрлерінің (бірінші мүшелері мен айырымдары/еселіктері) жалпы заңдылықтары шығарылды. Алынған нәтижелер сандық тізбектердегі сызықтық емес операторлардың динамикасы туралы түсініктерді кеңейтеді және теориялық математика мен дискретті талдаудың қолданбалы есептерінде қолданылуы мүмкін.

Түйінді сөздер: *сызықтық емес оператор, сандық тізбектер, арифметикалық прогрессия, геометриялық прогрессия, оператор итерациялары, математикалық индукция әдісі.*

DEMISSENOV, B.N., SERGEYEV, D.V., TAZHAKHMETOV, A.T.

INVESTIGATION OF THE PROPERTIES AND ITERATIONS OF A NON-LINEAR OPERATOR ON CLASSICAL NUMBER SEQUENCES: $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$

The paper investigates the behavior of classical number sequences of arithmetic and geometric progressions under the action of a non-linear operator of the form $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$. The relevance of the study is driven by the development of discrete analysis methods and the exploration of non-linear transformations of regular structures. The primary research method utilized is mathematical induction, alongside the algebraic apparatus of recurrence relations.

The paper rigorously proves a series of theorems stating that the operator T possesses the property of structural invariance: under multiple applications (iterations), it maps an arithmetic progression to an arithmetic progression, and a geometric progression to a geometric progression. Explicit analytical formulas for the first-order elements are derived, and general regularities for the parameters of the progressions (first terms and common differences/ratios) under iterations of an arbitrary k-th order are established. The obtained results broaden the understanding of the dynamics of non-linear operators on number sequences and can be applied in theoretical mathematics and applied problems of discrete analysis.

Key words: *non-linear operator, number sequences, arithmetic progression, geometric progression, operator iterations, mathematical induction.*

Сведения об авторах:

Демисенов Берик Нуртазинович *– кандидат физико-математических наук, ассистент профессора кафедры физики, математики и цифровых технологий, НАО «Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы», г. Костанай, Республика Казахстан.*

Сергеев Дмитрий Васильевич *– учитель математики, КГУ «Общеобразовательная школа №19 отдела образования города Костаная», магистрант 2-го курса образовательной программы 7М01507 – Математика, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Тажахметов Ахан Тимурович *– ученица 10 «Б» класса, КГУ «Общеобразовательная школа №19 отдела образования города Костаная», г. Костанай, Республика Казахстан.*

Демисенов Берик Нуртазинович *– физика-математика ғылымдарының кандидаты, Физика, математика және цифрлық технологиялар кафедрасының ассистент профессоры, «Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті» КЕАҚ, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Сергеев Дмитрий Васильевич *– Қостанай қаласы білім бөлімінің «№19 жалпы білім беретін мектебі» КММ математика пәнінің мұғалімі, 7М01507 «Математика» білім беру бағдарламасының 2-курс магистранты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Тажахметов Ахан Тимурович *– Қостанай қаласы білім бөлімінің «№19 жалпы білім беретін мектебі» КММ-нің 10 «Б» сынып оқушысы, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Demissenov Berik Nurtazinovich *– Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor, Department of physics, mathematics and digital technologies, Akhmet Baitursynuly Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Sergeyev Dmitriy Vasiliyevich *– Mathematics Teacher, Municipal Public Institution "General Secondary School No. 19 of the Kostanay Education Department", 2nd-year Master's student, "7M01507 – Mathematics" educational program, Akhmet Baitursynuly Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Tazhakhmetov Akhan Timurovich *– 10th grade student, Municipal Public Institution "General Secondary School No. 19 of the Kostanay Education Department", Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

УДК 517.54

Майер, Ф.Ф.,
кандидат физико-математических наук,
профессор, профессор кафедры
математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Берденова, Г.Ж.,
магистр математики, старший преподаватель
кафедры математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан

О НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ ПОЧТИ ВЫПУКЛЫХ И ТИПИЧНО ВЕЩЕСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ

Аннотация

Рассматривается трехпараметрический класс нормированных функций, обобщающий класс функций, выпуклых порядка γ в направлении мнимой оси, и класс функций с ограниченным вращением. На базе данного класса строится обобщение класса типично вещественных функций. В данных классах установлены точные теоремы искажения (роста) и радиусы выпуклости (звездообразности). В классических частных случаях получаем ряд известных результатов.

Ключевые слова: *почти выпуклые функции, выпуклость в направлении мнимой оси, типично вещественные функции, радиусы выпуклости, радиусы звездообразности.*

1 Введение

Исследования настоящей статьи относятся к геометрической теории функций комплексного переменного, с основными идеями и результатами которой можно ознакомиться в монографии [1].

Пусть $\mathcal{H}$ обозначает класс всех функций, аналитических в круге $E = \{z: |z| < 1\}$. Рассмотрим его подклассы: $\mathcal{A}_n$ – класс функций $\varphi(z)$ вида $\varphi(z) = 1 + c_n z^n + c_{n+1} z^{n+1} + \cdots$, $n \geq 1$, и $\mathcal{N}$ – класс функций $f(z)$, нормированных условием $f(0) = f'(0) - 1 = 0$. Очевидно, что $f(z) \in \mathcal{N}$ тогда и только тогда, когда $f(z) \in \mathcal{H}$ и $f(z) = z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \cdots$.

Традиционно через S будем обозначать класс всех функций $f(z)$ из $\mathcal{N}$, однолистных в круге E.

Одним из важнейших подклассов класса S является класс K почти выпуклых функций, введенный В. Капланом в [2]. При этом, функция $f(z)$ из $\mathcal{N}$ является почти выпуклой тогда и только тогда, когда сущетвует выпуклая фунция $g(z)$ такая, что выполняется условие

$$Re\frac{f'(z)}{g'(z)} > 0, \qquad z \in E. \tag{1}$$

В [2] показано, что любая почти выпуклая функция является однолистной, то есть, $K \subset S$. Также известно, что классы выпуклых S^0 и звездообразных S^* функций являются подклассами класса K. При этом, $S^0 \subset S^* \subset K$.

Другим важнейшим подклассом класса K является класс $K(\gamma)$ функций, почти выпуклых порядка γ. Класс $K(\gamma)$ введен в статьях М. Рида и А. Реньи [3-4] с помощью обобщения условия (1) в виде

$$\left|arg\ \frac{f'(z)}{g'(z)}\right| < \gamma\frac{\pi}{2}, \qquad 0 < \gamma \leq 1, \qquad z \in E, \tag{2}$$

где $g(z) \in S^0$. Также известно, что $S^0 = K(0) \subset K(\gamma) \subset K = K(1)$.

Также отметим, что каждая выпуклая функция $g(z)$ определяет свой класс почти выпуклых функций $f(z)$, удовлетворяющих условию (1). Если для фиксированной функции $g(z) \in S^0$ ввести класс

$$K_g = \left\{f(z) \in \mathcal{N}: Re\frac{f'(z)}{g'(z)} > 0, \qquad z \in E\right\},$$

то

$$K = \bigcup_{g(z)\in S^0} K_g.$$

Среди таких подклассов K_g особый интерес представляют классы, функции которых обладают наглядными геометрическими свойствами.

Например, возьмем функцию

$$g(z) = \frac{1}{2}\ln\frac{1+z}{1-z},$$

отображающую круг E на горизонтальную полосу. Тогда $g(z) \in S^0$ и, учитывая, что $g'(z) = 1 - z^2$, получаем класс Σ функций, выпуклых в направлении мнимой оси [5]. Класс Σ задается условием

$$Re\,[(1-z^2)f'(z)] > 0, \qquad z \in E.$$

Если в условии (2) положить $g(z) = \frac{1}{2}\ln\frac{1+z}{1-z}$, то получим класс $\Sigma(\gamma)$ функций, выпуклых в направлении мнимой оси порядка γ. Класс $\Sigma(\gamma)$ определяется условием

$$|arg\,[(1-z^2)f'(z)]| < \gamma\frac{\pi}{2}, \qquad 0 < \gamma \leq 1, \qquad z \in E. \tag{3}$$

Целью настоящей является введение и исследование нового класса $C(\lambda, \gamma, \delta)$ функций, выпуклых в направлении мнимой оси порядка γ и нахождение в этом классе точных теорем искажения и точных радиусов выпуклости. Также на базе класса $C(\lambda, \gamma, \delta)$ мы построим некоторый класс функций, обобщающий класс типично вещественных функций, и в этом классе получим точные теоремы роста и точные радиусы звездообразности.

2 Материалы и методы

Методика исследований настоящей работы базируется на принципе подчиненности аналитических функций [1]. Напомним основополагающие факты данной теории.

Определение 1. *Пусть* $\varphi(z), \varphi_0(z) \in \mathcal{H}$, *причем* $\varphi_0(z)$ *– однолистна в* E, *и пусть* $\varphi(E) \subset \varphi_0(E)$ *и* $\varphi(0) = \varphi_0(0)$. *Тогда говорят, что функция* $\varphi(z)$ *подчиненна функции* $\varphi_0(z)$ *и обозначают в виде* $\varphi(z) \prec \varphi_0(z)$.

Очень удобной для приложений является следующая

Лемма 1 [1]. *Пусть* $\varphi(z) \prec \varphi_0(z)$ *и* $\varphi(z) = c_0 + c_n z^n + c_{n+1}z^{n+1} + \cdots, n \geq 1$. *Тогда*

$$\varphi(|z| \leq r) \subset \varphi_0(|z| \leq r^n), 0 \leq r < 1.$$

Определение 2 [6]. *Пусть* $\mathcal{P}_n(\varphi_{\gamma,\delta})$ *– класс функций* $\varphi(z)$ *из* $\mathcal{A}_n$ *таких, что*

$$\varphi(z) \prec \varphi_{\gamma,\delta}(\mathrm{z}) = \frac{(1+z)^{\gamma}}{(1-z)^{\delta}}, 0 \le \delta \le \gamma \le 1, z \in E. \quad (4)$$

Если $n = 1$, то будем использовать более краткое обозначение $\mathcal{P}(\varphi_{\gamma,\delta}) := \mathcal{P}_1(\varphi_{\gamma,\delta})$.

Лемма 2. *Функция* $\varphi_{\gamma,\delta}(z)$ *имеет следующие свойства.*

1) *Функция* $\varphi_{\gamma,\delta}(z)$ *является однолистной в круге* E *и обладает свойством симметрии относительно вещественной оси. Кроме того,* $\mathrm{Re}\ \varphi_{\gamma,\delta}(z) > 0$ *при* $z \in E$.

2) $\varphi_{\gamma,\delta}(E)$ *– углообразная область с криволинейными сторонами, образующими в вершине* $w = 0$ *угол* $\gamma\pi$ *и при* $w \to \infty$ *приближающимися к асимптотам* $\arg w = \pm\delta\pi/2$.

4) *частными случаями* $\varphi_{\gamma,\delta}(E)$ *являются области, ограниченные правой петлей обобщенной лемнискаты Бернулли* $\left|\mathrm{w}^{1/\gamma} - 1\right| < 1$ (*при* $\delta = 0,\ 0 < \gamma < 1$), *круг* $|\mathrm{w} - 1| < 1$ (*при* $\delta = 0,\ \gamma = 1$), *острый угол* $|\arg w| < \gamma\,\pi/2$ (*при* $0 < \delta = \gamma < 1$) *и полуплоскость* $\mathrm{Re}\ w > 0$ (*при* $\delta = \gamma = 1$).

Лемма 3. *Пусть* $\varphi(z) \in \mathcal{P}_n(\varphi_{\gamma,\delta})$, $0 \le \delta \le \gamma \le 1$. *Тогда при* $|z| = r, 0 \le r < 1$, *имеют место точные оценки*

$$\frac{(1-r^n)^{\gamma}}{(1+r^n)^{\delta}} \le |\varphi(z)| \le \frac{(1+r^n)^{\gamma}}{(1-r^n)^{\delta}}, \quad (5)$$

$$\left|z\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)}\right| \le \frac{nr^n}{1-r^{2n}}(\gamma + \delta + (\gamma - \delta)r^n), \quad (6)$$

которые достигаются для функции $\varphi(z) = \varphi_{\gamma,\delta}(z^n)$.

3-4 Результаты и обсуждение

3-4.1 Описание основных классов функций

Определение 3. *Пусть* $C(\lambda,\gamma,\delta)$ – класс функций $f(z) \in \mathcal{N}$ таких, что $(1 - \lambda z^2)f'(z) \in \mathcal{P}(\varphi_{\gamma,\delta})$, $0 \le \lambda \le 1$, $0 \le \delta \le \gamma \le 1$.

Таким образом, $f(z) \in C(\lambda,\gamma,\delta)$ тогда и только тогда, когда

$$(1 - \lambda z^2)f'(z) \prec \varphi_{\gamma,\delta}(\mathrm{z}) = \frac{(1+z)^{\gamma}}{(1-z)^{\delta}}, 0 \le \delta \le \gamma \le 1. \quad (7)$$

Переписав функцию $\varphi_{\gamma,\delta}(z)$ в виде

$$\varphi_{\gamma,\delta}(z) = \left(\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\frac{\delta}{\gamma}}(1+z)^{1-\frac{\delta}{\gamma}}\right)^{\gamma},$$

получаем, что

$$\left|\arg\ \varphi_{\gamma,\delta}(z)\right| < \gamma\left(\frac{\delta}{\gamma}\frac{\pi}{2} + \left(1 - \frac{\delta}{\gamma}\right)\frac{\pi}{2}\right) = \gamma\frac{\pi}{2}, z \in E.$$

Поэтому из подчиненности (7) получаем, что в круге E выполняется неравенство

$$|arg\ [(1 - \lambda z^2)f'(z)]| < \gamma\frac{\pi}{2}. \quad (8)$$

Отсюда следует, что функция $f(z)$ удовлетворяет условию (2) с выпуклой функцией

$$g(z) = \frac{1}{2\sqrt{\lambda}}\ln\frac{1+\sqrt{\lambda}z}{1-\sqrt{\lambda}z},$$

так как $g'(z) = (1 - \lambda z^2)^{-1}$. Поэтому класс $C(\lambda,\gamma,\delta) \subset K(\gamma)$ для всех $0 \le \lambda \le 1,\ 0 \le \delta \le \gamma \le 1$.

Если же $\delta = \gamma$, $\lambda = 1$, то $C(1,\gamma,\gamma) = \Sigma(\gamma)$.

Таким образом, верно

Свойство 1. *Любая функция* $f(z)$ *класса* $C(\lambda,\gamma,\delta)$ *является почти выпуклой функцией порядка* γ. *Кроме того,* $C(1,\gamma,\gamma)$ *совпадает с классом* $\Sigma(\gamma)$ *функций, выпуклых в направлении мнимой оси порядка* γ, *заданным условием* (3).

Положим в условии (7) $\lambda = 0$. Тогда с учетом (8) получаем, что выполняется неравенство $|arg\, f'(z)| < \gamma\frac{\pi}{2}, z \in E$.

С другой стороны, при $\delta = 0,\ 0 \le \gamma \le 1$ получаем, что $(1-\lambda z^2)f'(z) \prec \varphi_{\gamma,0}(\mathrm{z}) = (1+z)^{\gamma}$. Поэтому на основе результатов из [7-8] вытекает

Свойство 2. *Пусть* $f(z) \in C(\lambda,\gamma,\delta)$. *Тогда*

1) *при* $\lambda = 0$ *функция* $f(z)$ *класса* $C(\lambda,\gamma,\delta)$ *является функцией с ограниченным вращением порядка* γ;

2) *при* $\delta = 0$ *множество значений* $(1-\lambda z^2)\, f'(z), z \in E$, *содержится в области, ограниченной правой половиной обобщенной лемнискаты Бернулли* $\{w: |w^{1/\gamma} - 1| = 1, Rew > 0\}$ *с углом* $\gamma\pi$ *в узловой точкой* $w = 0$.

Класс Σ тесно связан с классом T типично вещественных функций, введённым В. Рогозинским [9] и впоследствии исследованным в работах многих авторов (см., например, [9–11]). Функция $F(z) \in \mathcal{N}$ называется типично вещественной, если при вещественных значениях z функция $F(z)$ также принимает вещественные значения, а для всех остальных точек единичного круга E выполняется условие $Im\, F(z) \cdot Im\, z > 0$.

При этом, согласно [9],

$$F(z) \in T \ \Leftrightarrow\ Re\left(\frac{1-z^2}{z}F(z)\right) > 0, z \in E.$$

Аналогично, введем класс $T(\gamma)$ функций $F(z)$, в круге E удовлетворяющих условию

$$\left|arg\left(\frac{1-z^2}{z}F(z)\right)\right| < \gamma\frac{\pi}{2}.$$

Из соотношения $F(z) = zf'(z)$ непосредственно следует взаимно однозначная связь между классами Σ и T, $\Sigma(\gamma)$ и $T(\gamma)$. В связи с этим рассмотрим класс $T(\lambda,\gamma,\delta)$, где $0 \le \lambda \le 1$, $0 \le \delta \le \gamma \le 1$, состоящий из функций, удовлетворяющих условию

$$\frac{1-\lambda z^2}{z}F(z) \prec \varphi_{\gamma,\delta}(\mathrm{z}) = \frac{(1+z)^{\gamma}}{(1-z)^{\delta}},\ z \in E.)$$

Между классами $C(\lambda,\gamma,\delta)$ и $T(\lambda,\gamma,\delta)$ имеет место эквивалентность

$$f(z) \in C(\lambda,\gamma,\delta)\ \Leftrightarrow\ F(z) = zf'(z) \in T(\lambda,\gamma,\delta). \qquad (9)$$

Кроме того, очевидно, что $T(\lambda,\gamma,\delta) \subset T(\lambda,\gamma,\gamma), T(1,\gamma,\gamma) = T(\gamma) \subset T(1) = T$ для всех $0 \le \lambda \le 1$ и $0 \le \delta \le \gamma \le 1$. Следовательно, при $0 \le \lambda \le 1$ любая функция класса $T(\lambda,\gamma,\delta)$, где $0 \le \delta \le \gamma \le 1$, является типично вещественной.

3-4.2 Теоремы искажения (роста) в классах $C(\lambda,\gamma,\delta)$ и $T(\lambda,\gamma,\delta)$

М. Ридом в [3] установлена точная оценка $|f'(z)|$ в классе $K(\gamma)$ функций. Найдем ее уточнение для случая, когда $f(z) \in C(\lambda,\gamma,\delta)$.

Теорема 1. *Пусть* $f(z) \in C(\lambda,\gamma,\delta)$ *и* $|z| \le r < 1$. *Тогда справедливы точные оценки*

$$\frac{(1-r)^{\gamma}}{(1+r)^{\delta}}\frac{1}{1+\lambda r^2} \le |f'(z)| \le \frac{(1+r)^{\gamma}}{(1-r)^{\delta}}\frac{1}{1-\lambda r^2}, \qquad (10)$$

$$\left|z\frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{2\lambda z^2}{1-\lambda z^2}\right| \le \frac{r}{1-r^2}(\gamma+\delta+(\gamma-\delta)r). \qquad (11)$$

Доказательство. Обозначим $\varphi(z) = (1-\lambda z^2)f'(z)$. Так как $f(z) \in C(\lambda,\gamma,\delta)$, то по определению 3 $\varphi(z) = (1-\lambda z^2)f'(z) \in \mathcal{P}(\varphi_{\gamma,\delta})$. Поэтому по лемме 3 при $n = 1$ справедлива оценка (5), откуда

$$\frac{(1-r)^{\gamma}}{(1+r)^{\delta}} \le |1-\lambda z^2||f'(z))| \le \frac{(1+r)^{\gamma}}{(1-r)^{\delta}}$$

Поскольку $1-\lambda|z|^2 \le |1-\lambda z^2|$, то из правой оценки получаем

$$(1-\lambda r^2)|f'(z))| \le |1-\lambda z^2||f'(z))| \le \frac{(1+r)^\gamma}{(1-r)^\delta}.$$

Отсюда получаем оценку для $|f'(z)|$ сверху

$$|f'(z)| \le \frac{(1+r)^\gamma}{(1-r)^\delta}\frac{1}{1-\lambda r^2}.$$

Оценка снизу для $|f'(z)|$ в (10) получается аналогичным образом с учетом неравенства $|1-\lambda z^2| \le 1+\lambda|z|^2$.

Так как $\varphi(z) = (1-\lambda z^2)f'(z) \in \mathcal{P}(\varphi_{\gamma,\delta})$, то по лемме 3 имеет место оценка (6). Учитывая, что

$$z\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} = z\frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{2\lambda z^2}{1-\lambda z^2},$$

из оценки (6) получаем оценку (11).

Проверим, что оценки (10)-(11) являются точными. Для этого рассмотрим функции

$$f_0(z) = \int_0^z \frac{(1+t)^\gamma}{(1-t)^\delta}\,\frac{dt}{1-\lambda t^2}$$

и

$$f_1(z) = \int_0^z \frac{(1+it)^\gamma}{(1-it)^\delta}\frac{dt}{1-\lambda t^2}.$$

Равенства в оценках справа и слева в (10) достигаются, соответственно, для функции $f_0(z)$ в точке $z=r$ и для функции $f_1(z)$ в точке $z=ir$.

Равенство в оценке (11) достигается для функции $f_0(z)$ в точке $z=-r$, поскольку

$$\left(z\frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{2\lambda z^2}{1-\lambda z^2}\right)\Big|_{z=-r} = \frac{z}{1-z^2}(\gamma+\delta-(\gamma-\delta)z)\Big|_{z=-r} = -\frac{r}{1-r^2}(\gamma+\delta+(\gamma-\delta)r).$$

Поэтому оценки (10)-(11) – точные. Что и завершает доказательство теоремы 1.

Рассмотрим частные случаи теоремы 1.

Сразу отметим, что при $\gamma=\delta$, $\lambda=0$ из теоремы 1 вытекает оценка $|f'(z)| \le (1+r)/(1-r)$ для класса $R = \{f(z) \in \mathcal{N}: Re\, f'(z) > 0, z \in E\}$ функций с ограниченным вращением, приведенная в статье [12].

Пусть $\gamma=\delta$, $\lambda=1$. Тогда получаем класс $\Sigma(\gamma) = C(1,\gamma,\gamma)$ функций $f(z) \in \mathcal{N}$, выпуклых порядка γ в направлении мнимой оси, определенный условием (3). Поэтому из теоремы 1 получаем

Следствие 1 [13]**.** *Если $f(z) \in \Sigma(\gamma)$, то в круге $|z| \le r$ справедливы точные оценки*

$$\left(\frac{1-r}{1+r}\right)^\gamma \frac{1}{1+r^2} \le |f'(z)| \le \left(\frac{1+r}{1-r}\right)^\gamma \frac{1}{1-r^2},$$

$$|f(z)| \le \frac{1}{2\gamma}\left[\left(\frac{1+r}{1-r}\right)^\gamma - 1\right],$$

$$\left|z\frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{2z^2}{1-z^2}\right| \le \frac{2\gamma r}{1-r^2}.$$

Отметим, что при $\gamma=1$ из оценки для $|f'(z)|$ следствия 1 вытекает теорема искажения для класса Σ функций, выпуклых в направлении мнимой оси, установленная в [5].

Положим в теореме 1 $\delta=0$. Тогда класс $C(\lambda,\gamma,\delta)$ преобразуется в класс функций

$$C(\lambda,\gamma,1) = \left\{f(z) \in \mathcal{N}: \left|[(1-\lambda z^2)f'(z)]^{1/\gamma} - 1\right| < 1, \qquad z \in E\right\}.$$

В этом случае из теорем 1 следует

Следствие 2 [14]**.** *Если $f(z) \in C(\lambda,\gamma,0)$, то в круге $|z| \le r$ справедливы точные оценки*

$$\frac{(1-r)^\gamma}{1+\lambda r^2} \le |f'(z)| \le \frac{(1+r)^\gamma}{1-\lambda r^2},$$
$$\left| z\frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{2\lambda z^2}{1-\lambda z^2} \right| \le \frac{2\gamma r}{1-r}.$$

В частности, из следствия 2 при $\gamma = \lambda = 1$ вытекает

Следствие 3. *Если функция* $f(z)$ *удовлетворяет условию* $|(1-z^2)f'(z) - 1| < 1$, $z \in E$, *то в круге* $|z| \le r$ *справедливы точные оценки*

$$\frac{1-r}{1+r^2} \le |f'(z)| \le \frac{1}{1-r},$$
$$\left| z\frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{2z^2}{1-z^2} \right| \le \frac{r}{1-r},$$
$$|f(z)| \le ln\frac{1}{1-r},$$

На основе взаимосвязи (9) классов $C(\lambda,\gamma,\delta)$ и $T(\lambda,\gamma,\delta)$ оценки из теоремы 1, полученные для функций $f(z) \in C(\lambda,\gamma,\delta)$, можно перенести на функции класса $T(\lambda,\gamma,\delta)$.

Теорема 2. *Если* $F(z) \in T(\lambda,\gamma,\delta)$, *то при* $|z| \le r$ *справедливы точные оценки*

$$\frac{(1-r)^\gamma}{(1+r)^\delta}\frac{r}{1+\lambda r^2} \le |F(z)| \le \frac{(1+r)^\gamma}{(1-r)^\delta}\frac{r}{1-\lambda r^2}, \quad (11)$$
$$\left| z\frac{F'(z)}{F(z)} - \frac{1+\lambda z^2}{1-\lambda z^2} \right| \le \frac{r}{1-r^2}(\gamma+\delta+(\gamma-\delta)r), \quad (12)$$

которые достигаются для функции

$$F_0(z) = \frac{(1+z)^\gamma}{(1-z)^\delta}\frac{z}{1-\lambda z^2}.$$

Для доказательства теоремы 2 отметим лишь, что используется замена $F(z) = zf'(z)$, из которой вытекает равенство

$$\frac{zf''(z)}{f'(z)} = \frac{zF'(z)}{F(z)} - 1.$$

Следствие 4. *Пусть* $F(z) \in T(\gamma)$. *Тогда при* $|z| \le r$ *справедливы точные оценки*

$$\left(\frac{1-r}{1+r}\right)^\gamma \frac{r}{1+r^2} \le |F(z)| \le \left(\frac{1+r}{1-r}\right)^\gamma \frac{r}{1-r^2}, \quad (13)$$
$$\left| z\frac{F'(z)}{F(z)} - \frac{1+z^2}{1-z^2} \right| \le \frac{2\gamma r}{1-r^2}, \quad (14)$$
$$\left| z\frac{F'(z)}{F(z)} \right| \le \frac{1+2\gamma r+r^2}{1-r^2}, \quad (15)$$
$$|F'(z)| \le \left(\frac{1+r}{1-r}\right)^\gamma \frac{1+2\gamma r+r^2}{(1-r^2)^2}, \quad (16)$$

которые достигаются для функции

$$F_0(z) = \left(\frac{1+z}{1-z}\right)^\gamma \frac{z}{1-z^2}.$$

Доказательство. Если положить $\lambda = 1$, $\gamma = \delta$, то получим класс $T(\gamma) = T(1,\gamma,\gamma)$ функций, заданный условием $|arg\,((1-z^2)F(z)/z)| < \gamma\,\pi/2$. Класс $T(\gamma)$ является подклассом класса T типично вещественных функций [9–11]. Поэтому оценки (13) – (14) сразу следуют из теоремы 2 при $\lambda = 1, \gamma = \delta$.

Оценка (15) является следствием оценки (14). Из оценки (13) находим

$$\left|\frac{z}{F(z)}\right| \ge \left(\frac{1-r}{1+r}\right)^\gamma (1-r^2).$$

Поэтому на основе оценки (15) находим

$$\left(\frac{1-r}{1+r}\right)^{\gamma}(1-r^2)|F'(z)| \le \left|z\frac{F'(z)}{F(z)}\right| \le \frac{1+2\gamma r+r^2}{1-r^2}.$$

Отсюда вытекает оценка (16). Точность оценок проверяется непосредственной проверкой.

Поскольку $T = T(1)$ – класс типично вещественных функций, то из следствия 4 при $\gamma = 1$ вытекает

Следствие 5. *Для любой типично вещественной функция $F(z)$ в круге $|z| \le r$ справедливы точные оценки*

$$\frac{r(1-r)}{(1+r)(1+r^2)} \le |F(z)| \le \frac{r}{(1-r)^2}, \tag{17}$$

$$\left|z\frac{F'(z)}{F(z)} - \frac{1+z^2}{1-z^2}\right| \le \frac{2r}{1-r^2}, \tag{18}$$

$$\left|z\frac{F'(z)}{F(z)}\right| \le \frac{1+r}{1-r}, \tag{19}$$

$$|F'(z)| \le \frac{1+r}{(1-r)^3}, \tag{20}$$

которые достигаются для функции $F_0(z) = z/(1-z)^2$.

Отметим, что оценки (17) и (20) являются частными случаями оценок из результатов [9], а оценки (18) – (19) известны благодаря статьям [10].

3-4.3 Радиусы выпуклости и звездообразности

Теорема 3. *Радиус выпуклости r_0 класса $C(\lambda,\gamma,\delta)$ совпадает с единственным на интервале* (0,1) *корнем уравнения*

$$\frac{1-\lambda r^2}{1+\lambda r^2} - \frac{r}{1-r^2}(\gamma+\delta+(\gamma-\delta)r) = 0 \tag{21}$$

и достигается для функции

$$f_0(z) = \int_0^z \frac{(1+it)^{\gamma}}{(1-it)^{\delta}}\frac{dt}{1-\lambda t^2} \tag{22}$$

в точке $z = ir_0$.

Доказательство. Пусть $f(z)$ – произвольная функция класса $C(\lambda,\gamma,\delta)$. Тогда имеет место оценка (11). Из нее находим

$$\left|Re\left(z\frac{f''(z)}{f'(z)} - \frac{2\lambda z^2}{1-\lambda z^2}\right)\right| \le \frac{r}{1-r^2}(\gamma+\delta+(\gamma-\delta)r),$$

откуда в круге $|z| \le r$ имеем

$$1 + Re\left(z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) \ge 1 + \min_{|z|\le r} Re\frac{2\lambda z^2}{1-\lambda z^2} - \frac{r}{1-r^2}(\gamma+\delta+(\gamma-\delta)r).$$

Поскольку

$$\min_{|z|\le r} Re\frac{2\lambda z^2}{1-\lambda z^2} = -\frac{2\lambda r^2}{1+\lambda r^2},$$

то в круге $|z| \le r$, где $r = r_0$ – единственный на интервале (0,1) корень уравнения (21), находим

$$1 + Re\left(z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) \ge 1 - \frac{2\lambda r^2}{1+\lambda r^2} - \frac{r}{1-r^2}(\gamma+\delta+(\gamma-\delta)r) =$$
$$\frac{1-\lambda r^2}{1+\lambda r^2} - \frac{r}{1-r^2}(\gamma+\delta+(\gamma-\delta)r) = 0.$$

Следовательно, в круге $|z| \le r_0$ выполняется условие выпуклости. Поэтому $f(z) \in S^0$ в круге $|z| \le r_0$.

Для доказательства точности радиуса выпуклости рассмотрим экстремальную функцию $f_1(z)$ из доказательства теоремы 1. Для нее находим

$$1 + z\frac{f_1''(z)}{f_1'(z)} = \frac{1+\lambda z^2}{1-\lambda z^2} + iz\frac{\gamma+\delta-(\gamma-\delta)iz}{1+z^2}.$$

Пусть $z = ir_0$. Тогда $iz = -r_0$, $z^2 = -r_0^2$. Поэтому в точке $z = ir_0$ получаем

$$1 + z\frac{f_1''(z)}{f_1'(z)}\Big|_{z=ir_0} = \frac{1-\lambda r_0^2}{1+\lambda r_0^2} - r_0\frac{\gamma+\delta+(\gamma-\delta)r_0}{1-r_0^2} = 0.$$

Следовательно, радиус выпуклости является точным. Теорема 3 доказана.

Пусть $\delta = \gamma$, $\lambda = 1$. Тогда класса $C(\lambda,\gamma,\delta)$ преобразуется в класс $\Sigma(\gamma) = C(1,\gamma,\gamma)$ функций, выпуклых порядка γ в направлении мнимой оси.

Если же $\delta = \gamma$, $\lambda = 0$, то получаем класс $R(\gamma) = \{f(z) \in \mathcal{N}: |arg\, f'(z)| < \gamma\pi/2, z \in E\}$ функций с ограниченным вращением.

Поэтому как частные случаи теоремы 1 получаем радиус выпуклости класса $\Sigma(\gamma)$ из статьи [5] и радиус выпуклости $r_0 = \sqrt{\gamma^2+1} - 1$ из [15, следствие 1 при $n = 1$] класса $R(\gamma)$, который при $\gamma = 1$ дает известный результат о радиусе выпуклости $r_0 = \sqrt{2} - 1$ класса функций с ограниченным вращением $Re\, f'(z) \ge 0, z \in E$.

Известно, что выпуклые и звездообразные функции связаны соотношением $f(z) \in S^0 \Leftrightarrow F(z) = zf'(z) \in S^*$. Используя это соотношение и аналогичное соотношение связи (9) классов $C(\lambda,\gamma,\delta)$ и $T(\lambda,\gamma,\delta)$, из теоремы 3 получаем

Следствие 4. *Точный радиус звездообразности r^* класса $T(\lambda,\gamma,\delta)$ совпадает с единственным на интервале* (0,1) *корнем уравнения* (21).

Если $\lambda = \gamma = \delta = 1$, то $T(1,1,1) = T$. Поэтому из следствия 4 вытекает точный радиус звездообразности

$$r^* = \frac{1}{2}\left(1+\sqrt{5}\right) - \sqrt{\frac{1+\sqrt{5}}{2}} = 0{,}346\ldots$$

класса типично вещественных функций, полученный независимо друг от друга в работах [11,16].

Если $\lambda = 0$, $\gamma = \delta = 1$, то получаем класс $T(0,1,1)$ функций, исследованный в [17] и заданный условием $Re\left[\frac{F(z)}{z}\right] > 0, z \in E$. Поэтому из следствия 4 вытекает радиус звездообразности $r^* = \sqrt{2} - 1$ из [17].

5 Выводы

Целью статьи являлось построение одного класса нормированных аналитических в единичном круге функций, который, с одной стороны, обобщает класс функций, определенного порядка, выпуклых в направлении мнимой оси, с другой стороны, – обобщает класс функций с ограниченным вращением. Данная цель достигнута. Исследованы свойства функций данного класса, найдены теоремы искажения и радиусы выпуклости.

На базе данного класса получено обобщение класса типично вещественных функций, в котором установлены теоремы роста и радиусы звездообразности.

Все полученные результаты являются точными. В частных случаях приводят к некоторым классических результатам.

Список литературы

1 Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1969. – 628 с.

2 Kaplan W. (1952) Close-to-convex schlicht functions. *Michigan Math. J.* № 1(2). pp. 169-185. doi: https://doi.org/10.1307/mmj/1028988895.

3 Reade M. (1956) The coefficients of close-to-convex functious. *Duke Math. J*. V. 23. №3. pp. 459-462. doi: https://doi.org/10.1215/S0012-7094-56-02342-0.

4 Renyi A. (1959) Some remarks on univalent functions. *Ann. Univ. Marial Curie-Sklodowska*. Sec. A. 3, pp. 111-121. http://sci-gems.math.bas.bg:8080/jspui/bitstream/10525/2878/1/1959-111-121.pdf.

5 Hengartner W., Schober G. (1971) Analytic functions close to mappings convex in one direction. *Proc. Amer. Math. Soc*., 28, 2, pp. 519–524. https://www.ams.org/journals/proc/1971-028-02/S0002-9939-1971-0277704-9/S0002-9939-1971-0277704-9.pdf.

6 Maiyer F.F., Kinder M.I. (2025) Estimates in Some Classes of Analytic Functions and Their Application. *Lobachevskii J. of Mathematics*, 46, pp. 3074–3082. doi: https://doi.org/10.1134/S1995080225607933.

7 Авхадиев Ф.Г., Аксентьев Л.А. Основные результаты в достаточных условиях однолистности аналитических функций // УМН. – 1975. – Т.30, выпуск 4(184). – С. 3-60. – URL: https://www.mathnet.ru/rus/rm4232.

8 Masih V. S., Ebadian A., Sokol J. (2022) On Strongly Starlike Functions Related to the Bernoulli Lemniscate. *Tamkang Journal of Mathematics*, 53(3), pp. 187–199. doi: https://doi.org/10.5556/j.tkjm.53.2022.3234.

9 Rogosinski W. (1932) Über Positive Harmonische Entwicklungen und typisch-reelle Potenzreihen // Math. Zeitschr. V. 35. №.1. pp. 93-121. doi: https://doi.org/10.1007/BF01186552.

10 Голузин Г.М. О типично вещественных функциях // Матем. сб. – 1950. – В. 27(69). №2. – С. 201-218. doi: https://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=sm&paperid= 5913&option_lang=eng.

11. Гельфер С.А. Типично вещественные функции // Матем. сб. – 1964. – Т. 64(106). – № 2. С. 171-184. doi: https://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=sm&paperid=4441& option_lang=rus.

12 Mac-Gregor T. (1962) Functions whose Derivative has a Positive Real Part. *Trans. Amer. Math. Soc*. V. 104. pp. 532–537. doi: https://doi.org/10.1090/S0002-9947-1962-0140674-7.

13 Майер Ф.Ф. Геометрические свойства некоторых классов аналитических в круге функций, выпуклых в направлении мнимой оси // Вестник науки Костанайского государственного университета имени А. Байтурсынова. Серия естественно-технических наук. – 2002. – В. 6. №2. – С.48-50. doi: https://nauka.kz/page.php?page_id=372&lang=3&page=5931.

14. Майер Ф.Ф., Тастанов М.Г., Утемисова А.А., Байманкулов А.Т. Об обобщении некоторых классов почти выпуклых и типично вещественных функций // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика – 2023. – 85, С.5-21. doi: https://doi.org/10.17223/19988621/85/1.

15 Майер Ф.Ф., Тастанов М.Г., Утемисова А.А., Козловский С.А. Точные оценки и радиусы выпуклости некоторых классов аналитических функций // Вестник ЮУрГУ. Серия «Математика. Механика. Физика». Челябинск. – 2022. – Т. 14. №1. – С. 42-49. doi: https://doi.org/10.14529/mmph220105.

16. Libera R.J. (1964) Some radius of convexity problems. *Duke Math. J*. V. 31. №1. pp. 143-158. doi: https://doi.org/10.1215/S0012-7094-64-03114-X.

17. MacGregor T.H. (1963) The radius of univalence of certain analytic functions. *Proc. Amer. Math. Soc*. № 14. pp. 514-520.

МАЙЕР, Ф.Ф., БЕРДЕНОВА, Г.Ж.

ДӨҢЕС ДЕРЛІК ЖӘНЕ ТИПТІК НАҚТЫ ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ КЕЙБІР КЛАСТАРЫ ТУРАЛЫ

Біз жорамал осі бағытындағы γ ретті дөңес функциялар класын және айналуы шектеулі функциялар класын жалпылайтын үш параметрлі нормаланған функциялар класын қарастырамыз. Осы класқа сүйене отырып, біз типтік нақты функциялар класының жалпылауын құрамыз. Бұл кластар үшін дәл бұрмалау (өсу) теоремалары және дөңестік (жұлдыз тәрізді) радиустары белгіленген. Біз классикалық арнайы жағдайларда бірқатар белгілі нәтижелерге қол жеткіземіз.

Түйінді сөздер: *дөңес дерлік функциялар, жорамал осі бағытындағы дөңестік, типтік нақты функциялар, дөңестік радиустары, жұлдыз тәрізді радиустары.*

MAYER, F.F., BERDENOVA, G.Z.

ON SOME CLASSES OF CLOSE-TO CONVEX AND TYPICALLY REAL FUNCTIONS

We consider a three-parameter class of normalized functions that generalizes the class of functions convex of order γ in the direction of the imaginary axis and the class of functions with bounded rotation.

Based on this class, we construct a generalization of the class of typically real functions. Exact distortion (growth) theorems and convexity (starshapedness) radii are established for these classes. We obtain a number of well-known results in classical special cases.

Keywords: *close-to convex functions, convexity in the direction of the imaginary axis, typically real functions, radii of convexity radii, radii of starshapedness.*

Сведения об авторах:

Майер Федор Федорович *– кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Берденова Гульнар Жалгасовна *– магистр математики, старший преподаватель, кафедра математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Майер Федор Федорович *– физика-математика ғылымдарының кандидаты, профессор, математика және физика кафедрасының профессоры, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Берденова Гульнар Жалгасовна *– математика магистрі, аға оқытушы, математика және физика кафедрасы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Mayer Fyodor Fyodorovich *– Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Berdenova Gulnar Zhalgassovna *– Master of Mathematics, Senior Lecturer, Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

УДК 517.54

Майер, Ф.Ф.,
кандидат физико-математических наук,
профессор, профессор кафедры
математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Жарлыгасова, Э.З.,
магистр математики, старший преподаватель
кафедры математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Калыгин, М.В.,
магистрант ОП 7М05401 – Математика,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан

ТЕОРЕМЫ ИСКАЖЕНИЯ И РАДИУСЫ ВЫПУКЛОСТИ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ПОЧТИ ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ

Аннотация

Статья посвящена исследованию многопараметрического класса $K_n(c,\gamma,A,B)$, $-1<c<1$, $0<\gamma\leq 1$, *почти выпуклых функций* $f(z)=z+a_{n+1}z^{n+1}+a_{n+2}z^{n+2}+\cdots, n\geq 1$, *заданного с помощью условия вида*

$$\left|\left(\frac{f'(z)}{g'(z)}\right)^{1/\gamma}-\frac{1}{1-c}\right|<\frac{1}{1-c},$$

в котором функция $g(z)$ принадлежит классу $S_n^o[A,B]$ выпуклых функций Яновского. Для данного класса установлена теорема искажения и получен точный радиус выпуклости порядка α. Наличие параметров c,γ и многообразие класса $S_n^o[A,B]$ позволяют с единой точки зрения как следствия из полученных теорем получить свойства множества различных классов почти выпуклых функций, в том числе, и ранее исследованных в научной литературе.

Также на основе полученных результатов описаны свойства класса $K_n^*(c,\gamma,A,B)$ почти звездообразных функций, построенного на базе класса $K_n(c,\gamma,A,B)$.

Ключевые слова: *почти выпуклые функции, почти звездообразные функции, теорема искажения, теорема роста, радиусы выпуклости, радиусы звездообразности.*

1 Введение

В статье исследуются некоторые подклассы класса K почти выпуклых в круге $E=\{z:|z|<1\}$ аналитических и нормированных функций вида

$$f(z)=z+a_{n+1}z^{n+1}+a_{n+2}z^{n+2}+\cdots, n\geq 1, z\in E.$$

Весь класс аналитических нормированных функций $f(z)$ данного вида обозначим через $\mathcal{N}_n$, а класс однолистных функций $f(z)$ из $\mathcal{N}_1$ обозначим через S.

Следуя В.Каплану [1], обозначим через K класс почти выпуклых функций. Напомним, что функция $f(z)$ из $\mathcal{N}$ принадлежит классу K тогда и только тогда, когда для нее можно найти выпуклую функцию $g(z)$ такую, что выполняется условие

$$\operatorname{Re}\frac{f'(z)}{g'(z)}>0, z\in E.$$

В дальнейшем класс K был обобщен Ридом и Реньи [2-3] с помощью условия

$$\left|\arg\frac{f'(z)}{g'(z)}\right|<\gamma\frac{\pi}{2},\qquad 0<\gamma\leq 1,\qquad z\in E, \tag{1}$$

где $g(z)$ является выпуклой функцией. Данный класс обозначается через $K(\gamma)$, $0\leq\gamma\leq 1$, и функции данного класса называются почти выпуклыми порядка γ.

При $\gamma=1$ получается класс $K:=K(1)$ почти выпуклых функций. Подклассами класса K являются классы $S^o(\alpha)$ и $S^*(\alpha)$, соответственно, выпуклых и звездообразных функций порядка α, $0\leq\alpha<1$. Классы $S^o(\alpha)$ и $S^*(\alpha)$ задаются критериями выпуклости и звездообразности порядка α

$$1+\operatorname{Re}\left(z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right)>\alpha,\qquad z\in E,$$

и

$$\operatorname{Re}\left(z\frac{f'(z)}{f(z)}\right)>\alpha,\qquad z\in E.$$

Если $\alpha=0$, то получаем классы $S^o=S^o(1)$ и $S^*=S^*(1)$ выпуклых и звездообразных функций.

С помощью условия (1) каждая функция $g(z)\in S^o$ определяет некоторый класс $K_g(\gamma)$ почти выпуклых функций порядка γ. При этом

$$K(\gamma)=\bigcup_{g(z)\in S^o}K_g(\gamma).$$

В частности, $K(0)=S^o$, $K(1)=K\subset S$ и $K(\gamma_1)\subset K(\gamma_2)\subset K$ при $0\leq\gamma_1\leq\gamma_2\leq 1$.

Подклассом класса $K(\gamma)$, соответствующим случаю $g(z)\equiv z$, является класс $R(\gamma)$ функций с ограниченным вращением, при $\gamma=1$ хорошо известный как классический признак однолистности $\operatorname{Re}f'(z)>0, z\in E$, Носиро [4] и Варшавского [5].

Между выпуклыми и звездообразными функциями имеется простая связь, которая выражается соотношением

$$g(z) \in S^0 \Leftrightarrow G(z) = zg'(z) \in S^*.$$

Опираясь на равенства $G(z) = zg'(z)$ и $F(z) = zf'(z)$, преобразуем условие (1) к виду

$$\left|\arg \frac{F(z)}{G(z)}\right| < \gamma\frac{\pi}{2}, \qquad 0 < \gamma \le 1, \qquad z \in E.$$

Если выполняется данное условие, причем $G(z) \in S^*$, то функция $F(z)$ называется почти звездообразной порядка γ. При $\gamma = 1$ этот класс введен в [6], обозначается через K^* и называется классом почти звездообразных функций. Таким образом,

$$F(z) \in K^* \ \Leftrightarrow \ \mathrm{Re}\,\frac{F(z)}{G(z)} > 0, G(z) \in S^*, z \in E.$$

При исследовании введенных нами классов почти выпуклых и почти звездообразных функций будем использовать другие классы аналитических функций. Это класс $\mathcal{A}_n$ аналитических функций вида $\varphi(z) = 1 + \mathrm{c}_n z^n + \mathrm{c}_{n+1}z^{n+1} + \cdots, n \ge 1$, и $\mathcal{P}_n$ – подкласс класса $\mathcal{A}_n$ функций с положительной вещественной частью.

Если функции некоторого класса имеют разложение вида $f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \cdots, n \ge 1$, или $(z) = 1 + \mathrm{c}_n z^n + \mathrm{c}_{n+1}z^{n+1} + \cdots, n \ge 1$, то к обозначению класса будем добавлять нижний индекс n. Если же $n = 1$, то из обозначения класса этот индекс будем убирать.

В настоящей статье в форме условия $\left|(\varphi(z))^{1/\gamma} - a\right| < a$ выделены различные подклассы класса почти выпуклых функций, для которых найдены точные теоремы искажения и точные радиусы выпуклости. Также установлены точные теоремы роста и радиусы звездообразности соответствующих классов почти звездообразных функций, связанных с рассматриваемыми классами почти выпуклых функций.

Полученные результаты усиливают или обобщают многие ранее известные, в том числе и классические, результаты.

2 Материалы и методы

Доказательства теорем настоящей статьи опираются на метод подчиненности аналитических функций [7]. Напомним, что для аналитических функций через $\varphi(z) \prec \varphi_0(z)$ обозначают факт подчиненности одной функции $\varphi(z)$ другой функции $\varphi_0(z)$. Если $\varphi_0(z)$ однолистна в E, то подчиненность означает следующее: $\varphi(E) \subset \varphi_0(E)$ и $\varphi(0) = \varphi_0(0)$.

В приложениях принципа подчиненности, связанных с нахождением оценок аналитических функций, широко используется следующее утверждение.

Лемма 1 [7, с.323]. *Пусть* $\varphi(z) \prec \varphi_0(z)$, $\varphi(z) = c_0 + c_n z^n + c_{n+1}z^{n+1} + \cdots$, $n \ge 1$. *Тогда для всех* $0 \le r < 1$ *выполняется соотношение*

$$\varphi(|z| \le r) \subset \varphi_0(|z| \le r^n).$$

В дальнейшем будем считать (см. [8]), что функция $\varphi(z) \in \mathcal{P}_n(c, \gamma)$, $-1 < c < 1$, $0 < \gamma \le 1$, тогда и только тогда, когда $\varphi(z) \in \mathcal{A}_n$ и выполняется условие

$$\left|(\varphi(z))^{\frac{1}{\gamma}} - \frac{1}{1-c}\right| < \frac{1}{1-c}, \qquad z \in E.$$

Легко заметить, что при $c \to 1$ класс $\mathcal{P}_n(c, \gamma)$ сводится к классу $\mathcal{P}_n(\gamma)$ функций $\varphi(z) \in \mathcal{A}_n$, удовлетворяющих условию $|\arg \varphi(z)| < \gamma\pi/2, z \in E$. При этом, $\mathcal{P}(1) = \mathcal{P}$ – класс функций Каратеодори с положительной вещественной частью.

Также в дальнейшем будем считать, что

$$m_n(r, c, \gamma) := \frac{\gamma(1+c)nr^n}{(1-r^n)(1+cr^n)}, \qquad m(r, c, \gamma) := m_1(r, c, \gamma). \tag{2}$$

Основой для нижеследующих исследований является следующее утверждение.

Лемма 2 [8, теорема 1]. *Если* $\varphi(z) \in \mathcal{P}_n(c, \gamma)$, *то в круге* $|z| \le r < 1$ *имеют место точные оценки*

$$\left(\frac{1-r^n}{1+cr^n}\right)^\gamma \le \operatorname{Re}\varphi(z) \le |\varphi(z)| \le \left(\frac{1+r^n}{1-cr^n}\right)^\gamma, \tag{3}$$

$$\left|z\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)}\right| \le m_n(r,c,\gamma), \tag{4}$$

где $m_n(r,c,\gamma)$ *определено по формуле* (2). *Оценки* (3) *и* (4) *достигаются для функции* $\varphi(z) = \varphi_0(z^n)$, *где*

$$\varphi_0(z) = \left(\frac{1+z}{1-cz}\right)^\gamma. \tag{5}$$

3-4 Результаты и обсуждение

3-4.1 Почти выпуклые функции

Определение 2. *Будем считать, что функция* $f(z)$ *из* $\mathcal{N}_n$ *принадлежит классу* $K_n(c,\gamma)$, $-1 < c < 1$, $0 < \gamma \le 1$, *тогда и только тогда, когда* $\frac{f'(z)}{g'(z)} \in \mathcal{P}_n(c,\gamma)$ *с некоторой функцией* $g(z) \in S_n^0$.

Таким образом, $f(z) \in K_n(c,\gamma)$, если

$$\left|\left(\frac{f'(z)}{g'(z)}\right)^{1/\gamma} - \frac{1}{1-c}\right| < \frac{1}{1-c}, \qquad g(z) \in S_n^0, \qquad z \in E. \tag{6}$$

Дополнительно предположим, что функция $g(z)$ из $\mathcal{N}_n$ принадлежит классу Яновского $S_n^0[A,B]$ [9] выпуклых функций, то есть удовлетворяет условию

$$1 + z\frac{g''(z)}{g'(z)} \prec \psi_0(z) = \frac{1+Az}{1+Bz}, \qquad -1 \le B < A \le 1, z \in E.$$

В этом случае будем говорить, что функция $f(z)$ принадлежит классу $K_n(c,\gamma,A,B)$. Очевидно, что $K_n(c,\gamma,1,-1) = K_n(c,\gamma)$.

Теорема 1. *Если* $f(z) \in K_n(c,\gamma,A,B)$, *то в круге* $|z| \le r < 1$ *справедливы точные оценки*

$$(1-Br^n)^{\frac{A-B}{nB}}\left(\frac{1-r^n}{1+cr^n}\right)^\gamma \le |f'(z)| \le (1+Br^n)^{\frac{A-B}{nB}}\left(\frac{1+r^n}{1-cr^n}\right)^\gamma \tag{7}$$

при $B \ne 0$ *и*

$$\exp\left(-\frac{A}{n}r^n\right)\left(\frac{1-r^n}{1+cr^n}\right)^\gamma \le |f'(z)| \le \exp\left(\frac{A}{n}r^n\right)\left(\frac{1+r^n}{1-cr^n}\right)^\gamma \tag{8}$$

при $B = 0$ $(0 < A \le 1)$.

Доказательство. Обозначим $\varphi(z) = f'(z)/g'(z)$. Тогда $\varphi(z) \in \mathcal{P}_n(c,\gamma)$ и по лемме 2 в круге $|z| \le r$ имеет место оценка (3), откуда получаем

$$\left(\frac{1-r^n}{1+cr^n}\right)^\gamma \le |\varphi(z)| \le \left(\frac{1+r^n}{1-cr^n}\right)^\gamma.$$

С другой стороны, как показано в [10], для $g(z) \in S_n^0[A,B]$ справедлива оценка

$$(1-Br^n)^{\frac{A-B}{nB}} \le |g'(z)| \le (1+Br^n)^{\frac{A-B}{nB}}, B \ne 0,$$

$$\exp\left(-\frac{A}{n}r^n\right) \le |g'(z)| \le \exp\left(\frac{A}{n}r^n\right), B = 0\ (0 < A \le 1).$$

Комбинируя данные оценки с предыдущей оценкой, приходим к оценкам (7) и (8).

Для доказательства точности оценок (7) и (8) рассмотрим функцию

$$f_0(z) = \int_0^z \left(\frac{1+t^n}{1-ct}\right)^\gamma g_0'(t)\,dt \in K_n(c,\gamma,A,B), \tag{9}$$

где $g_0(z)$ является решением дифференциального уравнения

$$1 + z\frac{g''(z)}{g'(z)} = \frac{1+Az^n}{1+Bz^n}.$$

Как показано в [10],

$$g_0'(z)=\begin{cases}(1+Bz^n)^{\frac{A-B}{nB}}, & B\neq 0\\ \exp\left(\frac{A}{n}z^n\right), & B=0\ (0<A\leq 1)\end{cases}.$$

Поэтому для функции $f_0(z)$ знаки равенства в оценках (7) и (8) слева и справа достигаются, соответственно, в точках $z=\sqrt[n]{-1}r$ и $z=r$.

Теорема 2. *Точный радиус выпуклости $r_0(\alpha)$ порядка α, $0\leq\alpha<1$, класса $K_n(c,\gamma,A,B)$ определяется как корень уравнения*

$$(1-r^n)(1+cr^n)(1-\alpha-Ar^n+\alpha Br^n)-\gamma(1+c)nr^n(1-Br^n)=0, \quad (10)$$

единственный на $(0;1)$.

Доказательство. Обозначив $f'(z)/g'(z)=\varphi(z)$, после логарифмического дифференцирования получаем

$$1+z\frac{f''(z)}{f'(z)}=1+z\frac{g''(z)}{g'(z)}+z\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)},$$

откуда

$$\operatorname{Re}\left(1+z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right)\geq\min_{|z|\leq r}\operatorname{Re}\left(1+z\frac{g''(z)}{g'(z)}\right)-\max_{|z|\leq r}\left|z\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)}\right|.$$

Обозначим

$$\psi(z)=1+z\frac{g''(z)}{g'(z)}.$$

Поскольку $g(z)\in\mathcal{N}_n$, то $\psi(z)\in\mathcal{A}_n$. Так как $g(z)\in S_n^o[A,B]$, то из подчиненности

$$\psi(z)=1+z\frac{g''(z)}{g'(z)}\prec\psi_0(z)=\frac{1+Az}{1+Bz}$$

вытекает, что в круге $|z|\leq r$ имеет место включение

$$\psi(|z|\leq r)\subset\psi_0(|z|\leq r^n).$$

Поэтому по лемме 1 в круге $|z|\leq r$ выполняется неравенство

$$\operatorname{Re}\psi(z)\geq\min_{|z|\leq r^n}\operatorname{Re}\psi_0(z).$$

Используя формулу (2.5) из [10], в круге $|z|\leq r$ получаем

$$1+\operatorname{Re}\left(z\frac{g''(z)}{g'(z)}\right)\geq\psi_0(-r^n)=\frac{1-Ar^n}{1-Br^n}.$$

С учетом этого, в силу оценки (4) в круге $|z|\leq r$ находим

$$\operatorname{Re}\left(1+z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right)\geq\frac{1-Ar^n}{1-Br^n}-m_n(r,c,\gamma)\,.$$

Поэтому, если $r_0(\alpha)$ – наименьший положительный корень уравнения

$$\frac{1-Ar^n}{1-Br^n}-m_n(r,c,\gamma)-\alpha=0, \quad (11)$$

то выполняется условие выпуклости $\operatorname{Re}\left(1+z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right)\geq\alpha$ порядка α, и функция $f(z)$ является выпуклой порядка α в круге $|z|\leq r_0(\alpha)$.

Покажем теперь, что уравнение (10) на интервале $(0;1)$ имеет единственный корень $r_0(\alpha)$.

Действительно, средствами дифференциального исчисления нетрудно доказать, что $m_n(r,c,\gamma)+\alpha$, как функция от r, с учетом условия $-1<c<1$ монотонно возрастает на $[0;1]$ от $m_n(0,c,\gamma)=\alpha$ до $m_n(1,c,\gamma)=+\infty$. Аналогично, функция $m(r)=\frac{1-Ar^n}{1-Br^n}$ с учетом условия $-1\leq B<A\leq 1$ монотонно убывает на $[0;1]$ от $m(0)=1>\alpha$ до $m(1)=(1-A)/(1-B)>0$.

Поэтому левая часть уравнения (11) на $(0;1)$ имеет единственный нуль. Следовательно, уравнение (10) на интервале $(0;1)$ имеет единственный корень $r_0(\alpha)$.

Покажем, что радиус выпуклости уменьшить нельзя. Для этого рассмотрим функцию $f_0(z)$ из (9).

Тогда

$$1+\ z\frac{f_0''(z)}{f_0'(z)}=1+\ z\frac{g_0''(z)}{g_0'(z)}\ +\ z\frac{\varphi_0'(z)}{\varphi_0(z)}.$$

Так как $g_0(z)$ является решением дифференциального уравнения

$$1+z\frac{g''(z)}{g'(z)}=\psi_0(z^n)=\frac{1+Az^n}{1+Bz^n},$$

то

$$1+\ z\frac{f_0''(z)}{f_0'(z)}=\frac{1+Az^n}{1+Bz^n}\ +\ z\frac{\varphi_0'(z)}{\varphi_0(z)}.$$

Поэтому в точке $z=\sqrt[n]{-1}r$, где $r=r_0$, получаем

$$1+\mathrm{Re}\left(z\frac{f_0''(z)}{f_0'(z)}\right)\Big|_{z=\sqrt[n]{-1}r}=\mathrm{Re}\frac{1+Az^n}{1+Bz^n}\Big|_{z=\sqrt[n]{-1}r}+\ z\frac{\varphi_0'(z)}{\varphi_0(z)}\Big|_{z=\sqrt[n]{-1}r}=$$
$$=\frac{1-Ar^n}{1-Br^n}-\frac{\gamma(1+c)nr^n}{(1-r^n)(1+cr^n)}=\alpha.$$

Следовательно, в условии выпуклости $1+\mathrm{Re}\left(z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right)\geq\alpha$ порядка α в точке $z=\sqrt[n]{-1}\,r_0$ достигается знак равенства. Поэтому радиус выпуклости $r_0(\alpha)$ увеличить нельзя.

Теорема 2 доказана.

Рассмотрим частные случаи теоремы 2.

В статье [10] приведены различные частные случаи класса $S_n^0[A,B]$, которые получаются путем специального выбора параметров A,B. Например,

$$S_n^0[1-2\beta,-1]=\left\{g(z)\colon 1+\mathrm{Re}\left(z\frac{g''(z)}{g'(z)}\right)>\beta,0\leq\beta<1,z\in E\right\};$$

$$S_n^0\left[1,\frac{1}{a}-1\right]=\left\{g(z)\colon\left|1+\ z\frac{g''(z)}{g'(z)}-a\right|<a,a>1/2,z\in E\right\};$$

$$S_n^0[a,0]=\left\{g(z)\colon\left|z\frac{g''(z)}{g'(z)}\right|<a,0\leq a<1,z\in E\right\};$$

$$S_n^0[1,-1]=S_n^0=\left\{g(z)\colon 1+\mathrm{Re}\left(z\frac{g''(z)}{g'(z)}\right)>0,z\in E\right\}.$$

Используя различные частные случаи класса $S_n^0[A,B]$, можно получить целую серию следствий из теорем 1 и 2. Приведем некоторые из них.

Следствие 1 ($A=1,B=-1,\alpha=0$). *Пусть* $f(z)\in K_n(c,\gamma)=K_n(c,\gamma,1,-1)$, $-1<c<1$, $0<\gamma\leq1$, *то есть, выполняется условие* (6), *причем* $g(z)\in S_n^0$. *Тогда в круге* $|z|\leq r<1$ *справедлива точная оценка*

$$\frac{1}{(1+r^n)^{2/n}}\left(\frac{1-r^n}{1+cr^n}\right)^{\gamma}\leq|f'(z)|\leq\frac{1}{(1-r^n)^{2/n}}\left(\frac{1+r^n}{1-cr^n}\right)^{\gamma}$$

и точный радиус выпуклости r_0 *класса* $K_n(c,\gamma)$ *совпадает с единственным на* $(0;1)$ *корнем уравнения*

$$(1+cr^n)(1-r^n)^2-\gamma(1+c)nr^n(1+r^n)\ =0. \qquad (12)$$

При $c=0$ условие (6) приобретает вид $\left|\frac{f'(z)}{g'(z)}-1\right|<1$ и из (12) получаем уравнение $(1-\gamma n)r^{2n}-(2+\gamma n)r^n+1=0$, откуда

$$r_0 = \begin{cases} \left(\dfrac{2+\gamma n-\sqrt{n^2+8\gamma n}}{2(1-\gamma n)}\right)^{1/n}, & \gamma n \neq 1, \\ (2+\gamma n)^{-1/n}, & \gamma n = 1. \end{cases}$$

При $\gamma = n = 1$ получаем теорему 3 из [11] о радиусе выпуклости $r_0 = 1/3$ подкласса почти выпуклых функций, заданного условием $\left|\frac{f'(z)}{g'(z)} - 1\right| < 1, g(z) \in S^0$.

При $c \to 1$ условие (6) преобразуется к виду

$$\left|\arg\frac{f'(z)}{g'(z)}\right| < \gamma\frac{\pi}{2}, g(z) \in S_n^0, 0 < \gamma \leq 1, \tag{13}$$

то есть, $f(z) \in K_n(\gamma)$, и из (12) получим уравнение $r^{2n} - 2(1+\gamma n)r^n + 1 = 0$, откуда $r_0 = 1 + \gamma n - \sqrt{(1+\gamma n)^2 - 1}$. Таким образом, доказано

Следствие 2. *Пусть* $f(z) \in K_n(\gamma)$, $0 < \gamma \leq 1$, *то есть, выполняется условие* (13). *Тогда в круге* $|z| \leq r < 1$ *справедлива точная оценка*

$$\frac{(1-r^n)^\gamma}{(1+r^n)^{\gamma+2/n}} \leq |f'(z)| \leq \frac{(1+r^n)^\gamma}{(1-r^n)^{\gamma+2/n}} \tag{14}$$

и точный радиус выпуклости r_0 *класса* $K_n(\gamma)$ *определяется по формуле* $r_0 = 1 + \gamma n - \sqrt{(1+\gamma n)^2 - 1}$.

Отметим, что оценка (14) при $n = 1$ ранее получена в [3].

При $n = 1$ рассмотрим функцию

$$g_1(z) = \frac{z}{1-z}.$$

Поскольку $g_1(z) \in S^0[1,-1]$, то если в условии (13) $g(z) = g_1(z)$, то следствие 2 будет выполняться. Так как $g_1'(z) = 1/(1-z)^2$, то получаем подкласс $C(\gamma)$ функций класса $K(\gamma)$, удовлетворяющих условию

$$\left|\arg\left((1-z)^2 f'(z)\right)\right| < \gamma\frac{\pi}{2}, 0 < \gamma \leq 1. \tag{15}$$

Как показано в статьях [12-13], функции класса $C(\gamma)$ являются выпуклыми в положительном направлении действительной оси порядка γ.

Таким образом, если $f(z) \in C(\gamma)$, то имеет место оценка

$$\frac{(1-r)^\gamma}{(1+r)^{\gamma+2}} \leq |f'(z)| \leq \frac{(1+r)^\gamma}{(1-r)^{\gamma+2}}$$

и радиус выпуклости класса $C(\gamma)$ вычисляется по формуле $r_0 = 1 + \gamma - \sqrt{(1+\gamma)^2 - 1}$. Этот результат ранее получен в [13].

Следствие 3. *Пусть* $f(z) \in K_n(1,1,1-2\beta,-1)$, *то есть,* $\mathrm{Re}\,\frac{f'(z)}{g'(z)} > 0$ *и функция* $g(z)$ *является выпуклой порядка* β. *Тогда* имеет место точная оценка

$$\frac{1}{(1+r^n)^{2(1-\beta)/n}}\left(\frac{1-r^n}{1+cr^n}\right)^\gamma \leq |f'(z)| \leq \frac{1}{(1-r^n)^{2(1-\beta)/n}}\left(\frac{1+r^n}{1-cr^n}\right)^\gamma$$

и точный радиус выпуклости r_0 *класса* $K_n(1,1,1-2\beta,-1)$ *определяется по формуле*

$$r_0 = \begin{cases} \left(\dfrac{1}{2(1-\beta+n)}\right)^{1/n}, & \beta = 1/2 \\ \left(\dfrac{1-\beta+n-\sqrt{(n-\beta)^2+2n}}{1-2\beta}\right)^{1/n}, & \beta \neq 1/2 \end{cases}. \tag{16}$$

Доказательство. Следствие 3 соответствует случаю теоремы 2, когда $\gamma = 1, c \to 1$ и $g(z) \in S_n^0[A,B]$ с $A = 1-2\beta, B = -1$. В силу этого из уравнения (10) получаем

$$(1-(1-2\beta)r^n)(1-r^n)(1+r^n) - 2nr^n(1+r^n) = 0$$

или

$$(1-2\beta)r^{2n}-2(1-\beta+n)r^n+1=0.$$

Рассматривая два случая $1-2\beta=0$ и $1-2\beta\neq 0$, приходим к формуле (16).

При $\gamma=1$ из следствия 2 и при $\beta=0$ из следствия 3 получаем радиус выпуклости класса K почти выпуклых функций $f(z)$ из $\mathcal{N}_n$, равный $r_0=\left(1+n-\sqrt{n^2+2n}\right)^{1/n}$, а при $n=1$ – радиус выпуклости $r_0=2-\sqrt{3}$ класса K функций $f(z)$ со стандартным разложением, найденный ранее в работе [14].

Пусть $A\to 0$ и $B\to 0$ в условии

$$1+z\frac{g''(z)}{g'(z)}\prec\psi_0(z)=\frac{1+Az}{1+Bz}.$$

Тогда $g(z)\to z$ в круге E. Поэтому получаем

Следствие 4. *В классе*

$$K_n(c,\gamma,0,0)=\left\{f(z)\in\mathcal{N}_n\colon\left|\left(f'(z)\right)^{1/\gamma}-\frac{1}{1-c}\right|<\frac{1}{1-c},\qquad z\in E\right\}$$

функций с ограниченным вращением справедлива точная оценка

$$\left(\frac{1-r^n}{1+cr^n}\right)^{\gamma}\le|f'(z)|\le\left(\frac{1+r^n}{1-cr^n}\right)^{\gamma}$$

и точный радиус выпуклости r_0 *порядка* α, $0\le\alpha<1$, *класса* $K_n(c,\gamma,0,0)$ *равен единственному на* $(0;1)$ *корню уравнения* $(1-r^n)(1+cr^n)-\gamma(1+c)nr^n=0$, то есть,

$$r_0=\begin{cases}\left(\dfrac{\sqrt{(1-c+\gamma(1+c)n)^2+4c}-1+c-\gamma(1+c)n}{2c}\right)^{1|n}, & c\neq 0;\\ (1-c+\gamma(1+c)n)^{-1|n}, & c=0.\end{cases}$$

При $c\to 1$ получаем класс

$$R_n(\gamma)=K_n(1,\gamma,0,0)=\left\{f(z)\in\mathcal{N}_n\colon|\arg f'(z)|<\gamma\frac{\pi}{2},0<\gamma\le 1,z\in E\right\}$$

функций с ограниченным вращением, для которого справедлива оценка

$$\left(\frac{1-r^n}{1+r^n}\right)^{\gamma}\le|f'(z)|\le\left(\frac{1+r^n}{1-r^n}\right)^{\gamma}$$

и его радиус выпуклости $r_0=\left(\sqrt{\gamma^2n^2+1}-\gamma n\right)^{1/n}$. Данный радиус выпуклости при $n=1$ получен в [15], а при $n\ge 1$ – в [16].

3-4.1 Почти звездообразные функции

Определение 3. *Пусть* $K_n^*(c,\gamma)$, $-1<c<1$, $0<\gamma\le 1$, – класс функций $F(z)\in\mathcal{N}_n$, *удовлетворяющих условию* $\frac{F(z)}{G(z)}\in\mathcal{P}_n(c,\gamma)$, *где* $G(z)\in S_n^*$.

Из определения класса $\mathcal{P}_n(c,\gamma)$ следует, что $F(z)\in K_n^*(c,\gamma)$ тогда и только тогда, когда

$$\left|\left(\frac{F(z)}{G(z)}\right)^{1/\gamma}-\frac{1}{1-c}\right|<\frac{1}{1-c},\ z\in E,\qquad(17)$$

причем $G(z)\in S_n^*$.

Заметим, что при выполнении условия (17) в круге E будет выполняться и неравенство $\operatorname{Re}\frac{F(z)}{G(z)}>0$, где $G(z)\in S^*$. Поэтому $K_n^*(c,\gamma)\subset K_n^*$ и функции $F(z)$ из $K_n^*(c,\gamma)$ являются почти звездообразными в круге E.

Определение 4. *Пусть* $K_n^*(c,\gamma,A,B)$, $-1<c<1$, $0<\gamma\le 1$, $-1\le B<A\le 1$, – класс функций $F(z)\in\mathcal{N}_n$, *таких, что* $\frac{F(z)}{G(z)}\in\mathcal{P}_n(c,\gamma)$, *причем функция* $G(z)$ *принадлежит классу Яновского* $S_n^*[A,B]$ [9] *звездообразных функций, то есть удовлетворяет условию*

$$1+z\frac{G'(z)}{G(z)}\prec\psi_0(z)=\frac{1+Az}{1+Bz},\qquad z\in E.$$

Из определений 3 и 4 вытекает, что $K_n^*(c,\gamma,A,B)$ является подклассом класса $K_n^*(c,\gamma)$ и $K_n^*(c,\gamma)=K_n^*(c,\gamma,1,-1)$.

Опираясь на связь выпуклых и звездообразных функций и равенства $G(z)=zg'(z)$ и $F(z)=zf'(z)$, преобразуем теоремы 1 и 2 к виду

Теорема 3. *Если* $F(z)\in K_n^*(c,\gamma,A,B)$, *то в круге* $|z|\le r<1$ *справедливы точные оценки*

$$r(1-Br^n)^{\frac{A-B}{nB}}\left(\frac{1-r^n}{1+cr^n}\right)^{\gamma}\le|F(z)|\le r(1+Br^n)^{\frac{A-B}{nB}}\left(\frac{1+r^n}{1-cr^n}\right)^{\gamma}\qquad(18)$$

при $B\neq0$ *и*

$$r\exp\left(-\frac{A}{n}r^n\right)\left(\frac{1-r^n}{1+cr^n}\right)^{\gamma}\le|F(z)|\le r\exp\left(\frac{A}{n}r^n\right)\left(\frac{1+r^n}{1-cr^n}\right)^{\gamma}\qquad(19)$$

при $B=0\ (0<A\le1)$ *и точный радиус звездообразности* $r^*(\alpha)$ *порядка* α, $0\le\alpha<1$, *класса* $K_n^*(c,\gamma,A,B)$ *определяется как единственный на* $(0;1)$ *корень уравнения* (10).

Положим в теореме 3 $n=1$, $A=1-2\beta, B=-1$. Тогда $G(z)\in S^*(\beta)$, $0\le\beta<1$.

Следствие 5. *Пусть* $F(z)\in K^*(c,\gamma,1-2\beta,-1)$, *то есть функция* $F(z)$ *удовлетворяет условию* (17), *где* $G(z)\in S^*(\beta)$, $0\le\beta<1$. *Тогда в круге* $|z|\le r$ *справедлива точная оценка*

$$\left(\frac{1-r^n}{1+cr^n}\right)^{\gamma}\frac{r}{(1+r)^{2(1-\beta)}}\le|f(z)|\le\left(\frac{1+r^n}{1-cr^n}\right)^{\gamma}\frac{r}{(1-r)^{2(1-\beta)}}$$

и точный радиус звездообразности $r^*(\alpha)$ порядка α класса $K^*(c,\gamma,1-2\beta,-1)$ равен корню уравнения

$$\frac{1-(1-2\beta)r}{1+r}-\frac{r}{1-r}\frac{\gamma(1+c)}{(1+cr)}-\alpha=0,$$

который является единственным на интервале $(0;1)$.

Частные случаи следствия 5.

1) $\gamma=1$, $\beta=0$ и $c\to1$. Тогда $K^*(c,\gamma,1-2\beta,-1)=K^*$ – класс функций, удовлетворяющих условию $\mathrm{Re}\frac{f(z)}{g(z)}>0$, где $G(z)\in S^*$. Для класса K^* и получаем оценку

$$\frac{r(1-r)}{(1+r)^3}\le|f(z)|\le\frac{r(1+r)}{(1-r)^3}$$

и радиус звездообразности $r_1^*(\alpha)=\left(2-\sqrt{3+\alpha^2}\right)/(1+\alpha)$.

В частности, что при $\alpha=0$ радиус звездообразности $r_1^*(0)=2-\sqrt{3}$ класса K^*, который найден в работе [16, теорема 3].

2) $\gamma=1$, $\beta=0$ и $c=0$. Тогда $K^*(c,\gamma,1-2\beta,-1):=K^*(1)$ – есть класс функций $F(z)$, удовлетворяющих условию $\left|\frac{F(z)}{G(z)}-1\right|<1$, где $G(z)\in S^*$. Для класса $K^*(1)$ получаем оценку

$$\frac{r(1-r)}{(1+r)^2}\le|f(z)|\le\frac{r(1+r)}{(1-r)^2}\qquad(20)$$

и радиус звездообразности

$$r_2^*(\alpha)=\begin{cases}\dfrac{\left(3-\sqrt{9-4\alpha(1-\alpha)}\right)}{2\alpha}, & \text{при } \alpha\neq0\\ 1/3, & \text{при } \alpha=0\end{cases}.\qquad(21)$$

Радиус звездообразности $r_2^*(0)=1/3$ класса $K^*(1)$ ранне найден в работе [17, теорема 3].

3) $\gamma=1$, $\beta=1/2$ и $c\to1$ или $c=0$. Известно [18], что $S^0\subset S^*(1/2)$. Поэтому аналогично случаям 1) и 2) получаем, что в классе

$$K_0^* = \left\{ f(z) \in \mathcal{N}: Re\frac{f(z)}{g(z)} > 0, g \in S^0 \right\}$$

имеет место оценка (20) и радиус $r_3^*(\beta)$ звездообразности порядка β определяется по формуле (21). Радиус звездообразности $r_2^*(0) = 1/3$ класса K_0^* ранее получен в [19, теорема 3].

Аналогично, в классе

$$K_0^*(1) = \left\{ f(z) \in \mathcal{N}: \left| \frac{f(z)}{g(z)} - 1 \right| < 1, g \in S^0 \right\}$$

справедлива точная оценка

$$\frac{r(1-r)}{(1+r)} \le |f(z)| \le \frac{r(1+r)}{(1-r)}$$

и радиус $r_4^*(\alpha)$ звездообразности порядка α класса $K_0^*(1)$ определяется по формуле $r_4^*(\alpha) = \left(\sqrt{1+(1-\alpha)^2} - 1\right)/(1-\alpha)$. Радиус звездообразности $r_4^*(0) = \sqrt{2} - 1$ класса $K_0^*(1)$ ранее получен в [19, теорема 4].

Определение 5. *Пусть* $\widehat{K_n^*}(c, \gamma, A, B)$, $-1 < c < 1$, $0 < \gamma \le 1$, $-1 \le B < A \le 1$, $B \ne 0$, – класс функций $F(z) \in \mathcal{N}_n$, *таких, что*

$$(1 + Bz^n)^{\frac{A-B}{nB}} \frac{F(z)}{z} \in \mathcal{P}_n(c, \gamma).$$

Так как $G_0(z) = \frac{z}{(1+Bz^n)^{\frac{A-B}{nB}}} \in S_n^*[A, B]$, то $\widehat{K_n^*}(c, \gamma, A, B) \subset K_n^*(c, \gamma, A, B)$ и теорема 3 остается справедливой и в случае, когда $G(z) = G_0(z)$. Следовательно, имеет место

Теорема 4. *Если* $F(z) \in \widehat{K_n^*}(c, \gamma, A, B)$, *то в круге* $|z| \le r < 1$ *справедлива точная оценка*

$$r(1-Br^n)^{\frac{A-B}{nB}} \left(\frac{1-r^n}{1+cr^n} \right)^{\gamma} \le |F(z)| \le r(1+Br^n)^{\frac{A-B}{nB}} \left(\frac{1+r^n}{1-cr^n} \right)^{\gamma} \qquad (22)$$

и точный радиус звездообразности $r^*(\alpha)$ *порядка* α, $0 \le \alpha < 1$, *класса* $\widehat{K_n^*}(c, \gamma, A, B)$ *определяется как и в теореме 3.*

В работах [20-23] рассматривались классы почти звездообразных функций и для них получены различные радиусы звездообразности, в том числе и порядка α. Частными случаями класса $\widehat{K_n^*}(c, \gamma, A, B)$ являются классы $\mathcal{F}_3$, $\mathcal{F}_4$ из [20], $\mathcal{F}_3$ из [21], $\mathcal{F}_5$ из [22] и $\mathcal{K}_3$ из [23]. Приведем радиусы звездообразности порядка α отмеченных выше классов, полученные в [20-23], и в дополнение к ним теоремы роста данных классов.

При $n = 1$ для классов получаем теоремы роста и радиусы звездообразности порядка α:

1) для класса

$$\mathcal{F}_3 := \widehat{K_1^*}(1,1,0,-1) = \left\{ F(z): \mathrm{Re}\left(\frac{1-z}{z} F(z) \right) > 0 \right\}$$

из [20]:

$$\frac{r(1-r)}{(1+r)^2} \le |F(z)| \le \frac{r(1+r)}{(1-r)^2}, \qquad r(\mathcal{F}_3, \alpha) = \frac{2(1-\alpha)}{3 + \sqrt{9 - 4\alpha(1-\alpha)}};$$

2) для класса

$$\mathcal{F}_4 := \widehat{K_1^*}(1,1,1,-1) = \left\{ F(z): \mathrm{Re}\left(\frac{(1-z)^2}{z} F(z) \right) > 0, z \in E \right\}$$

из [20]:

$$\frac{r(1-r)}{(1+r)^3} \le |F(z)| \le \frac{r(1+r)}{(1-r)^3}, \qquad r(\mathcal{F}_4, \alpha) = \frac{1-\alpha}{2 + \sqrt{3 + \alpha^2}};$$

3) для класса

$$\mathcal{F}_3 := \widehat{K_1^*}(1,1,1,1/2) = \left\{ F(z): \mathrm{Re}\left(\frac{F(z)}{z + z^2/2} \right) > 0, z \in E \right\}$$

из [21]:

$$r\left(1-\frac{r}{2}\right)\frac{1-r}{1+r} \le |F(z)| \le r\left(1+\frac{r}{2}\right)\frac{1+r}{1-r},$$

$r(\mathcal{F}_3,\alpha)$ – корень уравнения $(2-\alpha)r^3+2\alpha r^2+(\alpha-6)r+2-2\alpha=0$;

4) для класса

$$\mathcal{F}_3 := \widehat{K_1^*}(1,1,0,0) = \left\{F(z): \left|\frac{F(z)}{z}-1\right| < 1, z \in E\right\}$$

из [22]:

$$r\frac{1-r}{1+r} \le |F(z)| \le r\frac{1+r}{1-r}, \qquad r(\mathcal{F}_3,\alpha) = \frac{2(1-\alpha)}{3+\sqrt{9+4(2-\alpha)(1-\alpha)}}.$$

При $n=2$ получаем класс

$$\mathcal{K}_3 := \widehat{K_2^*}(1,1,1,-1) = \left\{F(z): \mathrm{Re}\left(\frac{1-z^2}{z}F(z)\right) > 0, z \in E\right\}$$

из [23]:

$$r\frac{1-r^2}{(1+r^2)^2} \le |F(z)| \le r\frac{1+r^2}{(1-r^2)^2},$$

$r(\mathcal{K}_3,\alpha)$ – корень уравнения $(1-r^4)(1-\alpha-(1+\alpha)r^2)-4r^2(1+r^2)=0$. Данный результат улучшает соответствующие результаты статьи [23] при условии, что $n=2$.

5 Выводы

В данной работы мы исследуем достаточно широкий класс почти выпуклых функций, который при различных значениях параметров приводит как ко всему классу почти выпуклых функций, так и ко многим известным его подклассам. Установлены теорема искажения и радиус выпуклости данного класса. Рассмотрены наиболее интересные частные случаи и установлена связь с известными результатами.

Аналогичное исследование проведено и для некоторого класса почти звездообразных функций, обобщающего рад известных классов.

Список литературы

1 Kaplan W. Close-to-convex schlicht functions. Michigan Math. J., 1952, 1:2, 169–185. https://doi.org/10.1307/mmj/1028988895.

2 Reade M. The coefficients of close-to-convex functious. Duke Math. J., 1956, 23(3), 459–462. https://doi.org/10.1215/S0012-7094-56-02342-0.

3 Renyi A. Some remarhs on univalent functions. Ann. Univ. Marial Curil-Sklodowska. Sec. A., 1959, 3, 111–121. http://sci-gems.math.bas.bg:8080/jspui/bitstream/10525/2878/1/1959-111-121.pdf.

4 Noshiro K. On the theory of schlicht functions. J. Fac. Sci., Hokkaido Univ., 1934-1935, Ser. 1 2, 129-155. https://doi.org/10.14492/hokmj/1531209828.

5 Warschawski S.E. On the higher derivatives at the boundary in conformal mapping. Trans. Am. Math. Soc. 1935, 38(2), 310–340. https://doi.org/10.1090/S0002-9947-1935-1501813-X.

6 Reade M.O. On close-to-convex univalent functions. Michigan Math. J., 1955, 3, 59–62.

7. Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. – М: Наука, 1969. – 628 с.

8 Майер Ф.Ф., Тастанов М.Г., Утемисова А.А., Ысмағұл Р.С. Точные оценки регулярных функций и радиусы выпуклости и звездообразности некоторых классов звездообразных и почти звездообразных функций // Вестник Казахстанско-Британского технического университета. – 2024, 21(2). – С.127-138. doi: https://doi.org/10.55452/1998-6688-2024-21-2-127-138.

9 Janowski J. Some extreme problems for certain families of analytic functions. Ann. Polon. Math., 1973, 28, 297–326. https://doi.org/10.4064/ap-28-3-297-326.

10 Anh V.V., Tuan P.D. Extremal problems for a class of functions of positive real part and applications. Austral. Math. Soc. (Series A), 1986, 41, 152–164 https://doi.org/10.1017/S1446788700033577.

11 Ratti J.S. The radius of convexity of certain analytic functions II. Intern. J. of Math. and Math. Scie., 1980, 3, 3, 483–489. https://doi.org/10.1155/s0161171280000361.

12 Lecko A. The class of functions convex in the negative direction of the imaginary axis of order (α,β). J. of the Austr. Math. Soc., 2002, 29, 11, 641–650. https://dx.doi.org/10.1155/S0161171202007810.

13 Майер Ф.Ф., Тастанов М.Г., Утемисова А.А., Ысмағұл Р.С. Об обобщении некоторых классов выпуклых в направлении и типично вещественных функций // Вестник Казахстанско-Британского технического университета. – 2024, 21(3), – С. 176-190. https://doi.org/10.55452/1998-6688-2024-21-3-176-190.

14 Hayman W.K. Multivalent functions. Cambridge Tracts in Mathematics #110, 1994, 276 p.

15 Libera R.J. Some radius of convexity problems. Duke Math. J., 1964, 31, 1, 143–158.

16 Майер Ф.Ф., Гриднева В.М. Об одном классе функций с ограниченным вращением // КМПИ Жаршысы. – 2024, 3, С. 40-45. – URL: https://repo.kspi.kz/handle/123456789/7768.

17 MacGregor T.H. The radius of univalence of certain analytic functions. Proc. Amer. Math. Soc., 1963, 14, 514–520.

18 Strohhäcker E. Beiträge zur theorie der schlichten funktionen. Mathematische Zeitschrift, 1933, 37, 356–380.

19 MacGregor T.H. The radius of univalence of certain analytic functions, II. Proc. Am. Math. Soc., 1963, 14, 521-524. http://dx.doi.org/10.1090/s0002-9939-1963-0148892-5.

20 Sebastianc A., Ravichandran V. Radius of starlikeness of certain analytic functions. Math. Slovaca 71. 2021, 1, 83–104. https://doi.org/10.1515/ms-2017-0454.

21 Kanaga R., Ravichandran V. Starlikeness for Certain Close-to-Star Functions. Hacet. J. Math. Stat., 2021, 50 (2), 414 – 432. https://doi.org/10.15672/hujms.702703.

22 Ali R.M., Jain N.K., Ravichandran V. On the radius constants for classes of analytic functions. 2012, arXiv:1207.4529v1 [math.CV]. https://doi.org/10.48550/arXiv.1207.4529.

23 Khatter K., Lee S. K., Ravichandran V. Radius of starlikeness for classes of analytic functions. 2020. arXiv preprint arXiv:2006.11744. https://doi.org/10.48550/arXiv.2006.11744.

МАЙЕР, Ф.Ф., ЖАРЛЫҒАСОВА, Э.З., КАЛЫГИН, М.В.

ДӨҢГЕЙ ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ КЕЙБІР КЛАССТАРЫ ҮШІН БҰЗЫЛУ ТЕОРЕМАЛАРЫ ЖӘНЕ ДӨҢГЕЙЛІК РАДИУСТАРЫ

Бұл мақалада $f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \cdots, n \geq 1$, дерлік дөңес функцияларының көп параметрлі $K_n(c, \gamma, A, B)$, $-1 < c < 1$, $0 < \gamma \leq 1$, көп параметрлі класы зерттеледі, ол келесі түрдегі шартпен анықталады:

$$\left|\left(\frac{f'(z)}{g'(z)}\right)^{1/\gamma} - \frac{1}{1-c}\right| < \frac{1}{1-c},$$

мында $g(z)$ функциясы Яновски дөңес функцияларының $S_n^o[A, B]$ класына жатады. Бұл класс үшін бұрмалау теоремасы құрылды және α ретті дәл дөңестік радиусы алынды c және γ параметрлерінің болуы және $S_n^o[A, B]$ класының әртүрлілігі ғылыми әдебиетте бұрын зерттелгендерді қоса алғанда, көптеген әртүрлі дөңес функциялар кластарының қасиеттерін алынған теоремалардың салдары ретінде бірыңғай тұрғыдан алуға мүмкіндік береді.

Сондай-ақ, алынған нәтижелерге сүйене отырып, $K_n(c, \gamma, A, B)$ класынан құрылған дерлік жұлдыз тәрізді функциялардың $K_n^*(c, \gamma, A, B)$ класының қасиеттері сипатталған.

Түйінді сөздер: *дерлік дөңес функциялар, дерлік жұлдыз тәрізді функциялар, бұрмалау теоремасы, өсу теоремасы, дөңестік радиустары, жұлдыз тәрізді радиустары.*

MAYER, F.F., ZHARLYGASSOVA, E.Z., KALYGIN, M.V.

DISTORTION THEOREMS AND CONVEXITY RADII OF SOME CLASSES OF CLOSE-TO-CONVEX FUNCTIONS

The article is devoted to the study of the multiparametric class $K_n(c, \gamma, A, B)$, $-1 < c < 1$, $0 < \gamma \leq 1$, close-to-convex functions $f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \cdots, n \geq 1$, given by a condition of the form

$$\left|\left(\frac{f'(z)}{g'(z)}\right)^{1/\gamma} - \frac{1}{1-c}\right| < \frac{1}{1-c},$$

in which the function $g(z)$ belongs to the class $S_n^o[A, B]$ convex Yanovsky functions. A distortion theorem is established for this class and an exact radius of convexity of the order α is obtained. The presence of the parameters c, γ and the variety of the class $S_n^o[A, B]$ allow, from a single point of view, as a consequence of the obtained theorems, to obtain the properties of many different classes of close-to-convex functions, including those previously studied in the scientific literature.

Also, based on the results obtained, the properties of the class $K_n^*(c, \gamma, A, B)$ of close-to-starlike functions based on the class $K_n(c, \gamma, A, B)$ are described.

Keywords: *close-to-convex functions, close-to-starlike functions, distortion theorem, growth theorem, radii of convexity, radii of starshapedness.*

Сведения об авторах:

Майер Федор Федорович *– кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Жарлыгасова Эльмира Закировна *– магистр математики, старший преподаватель, кафедра математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Калыгин Михаил Витальевич *– магистрант ОП 7М05401 – Математика, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Майер Федор Федорович *– физика-математика ғылымдарының кандидаты, профессор, математика және физика кафедрасының профессоры, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Жарлыгасова Эльмира Закировна *– математика магистрі, аға оқытушы, математика және физика кафедрасы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Калыгин Михаил Витальевич *– ОП 7М05401 – Математика мамандығының магистранты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Mayer Fyodor Fyodorovich *– Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Zarlygassova Elmira Zakirovna *– Master of Mathematics, Senior Lecturer, Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Kalygin Mikhail Vitaliyevich *– Master's student, "7M05401 – Mathematics" educational program, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

УДК 517.54

Майер, Ф.Ф.,
кандидат физико-математических наук,
профессор, профессор кафедры
математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Нургельдина, А.Е.,
магистр естественных наук,
старший преподаватель
кафедры математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Магамбетов, Б.Е.,
магистрант ОП 7М05401 – Математика,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан

ОЦЕНКА НОРМЫ ПРЕД-ШВАРЦИАНА В КЛАССЕ СИЛЬНО ЗВЕЗДООБРАЗНЫХ ФУНКЦИЙ ОПРЕДЕЛЕННОГО ПОРЯДКА

Аннотация

Статья посвящена исследованию класса сильно γ-звездообразных функций порядка a, то есть, нормированных аналитических функций

$$f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \cdots, n \geq 1,$$

удовлетворяющих условию

$$\left|\arg\left(z\frac{f'(z)}{f(z)} - a\right)\right| < \gamma\,\pi/2\,, 0 < \gamma \leq 1, 0 \leq a < 1.$$

Получена оценка нормы пред-Шварциана $||T_f|| \leq 2\gamma\left(\frac{2}{n}(1-a)+1\right)$*, которая является точной при* $\gamma = 1$ *и обобщает известный результат Ямаситы для класса звездообразных функций порядка* a *на случай* $n \geq 1$.

Ключевые слова: *звездообразные функции, сильно звездообразные функции, оценка нормы пред-Шварциана.*

1 Введение

Исследования статьи относятся к геометрической теории функций [1] комплексного переменного. Будем рассматривать аналитические в круге $E = \{z: |z| < 1\}$ функции вида $f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \cdots, n \geq 1$, класс которых обозначим через $\mathcal{N}_n$. В ходе исследования также будет применяться аналитические в E функции вида $\varphi(z) = 1 + c_n z^n + c_{n+1}z^{n+1} + \cdots, n \geq 1$, класс которых обозначим символом $\mathcal{A}_n$.

Предметом исследования геометрической теории функций является различные подклассы класса S однолистных функций. Ниже мы будем исследовать некоторый подкласс класса S^* однолистных звездообразных функций. Класс S^* задается условием

$$\mathrm{Re}\left(z\frac{f'(z)}{f(z)}\right) > 0, z \in E.$$

Часто в статьях рассматривается и его подкласс $S^*(a)$ функций, звездообразных порядка a, $0 \leq a < 1$. Подкласс $S^*(a)$ задается условием

$$\mathrm{Re}\left(z\frac{f'(z)}{f(z)}\right) > a, z \in E.$$

При этом, $S^*(0) = S^*$.

В геометрической теории функций важную роль играет норма пред-Шварциана, модуль которой является некоторой мерой оценки искажения при отображении функций.

Если $f'(z) \neq 0$ при $z \in E$, то производная пред-Шварциана задается по формуле

$$T_f(z) = \frac{f''(z)}{f'(z)}.$$

Тогда норма пред-Шварциана определяется как

$$||T_f|| := \sup_{z \in E}\left((1-|z|^2)\left|T_f(z)\right|\right).$$

Известно, что если функция $f(z)$ является однолистной, то $||T_f|| \leq 6$. Кроме того, если $||T_f|| \leq 1$, то функция $f(z)$ однолистна в E. Также имеется ряд результатов по оценке нормы пред-Шварциана для различных подклассов однолистных функций.

В работе [3] Ямасита установил, что $||T_f|| \leq 6 - 4a$ для класса $S^*(a)$ функций, звездообразных порядка a.

Настоящаяя статья является продолжением статьи [2]. В дополнение к результатам, полученным в [2], мы находим оценку нормы пред-Шварциана в классе сильно γ-звездообразных функций порядка a. Полученный результат обобщает результат [3] Ямаситы по оценке нормы пред-Шварциана в классе звездообразных функций порядка a.

2 Материалы и методы

Базовым для данного исследования является принцип подчиненности [1] аналитических функций.

Во множестве всех аналитических функций функция $\varphi(z)$ называется подчиненной однолистной функции $\varphi_0(z)$, если $\varphi(E) \subset \varphi_0(E)$ и $\varphi(0) = \varphi_0(0)$. При этом используют обозначение $\varphi(z) \prec \varphi_0(z)$.

Одним из эффективных приложений принципа подчиненности является следующее утверждение, применяемое для нахождения оценок аналитических функций.

Лемма 1 [2, с.323]. *Если* $\varphi(z) \prec \varphi_0(z)$, $\varphi(z) = c_0 + c_n z^n + c_{n+1} z^{n+1} + \cdots$, $n \geq 1$, *то для всех* $0 \leq r < 1$ *выполняется соотношение включения областей*

$$\varphi(|z| \leq r) \subset \varphi_0(|z| \leq r^n).$$

Пусть $0 \leq a < 1$, $0 < \gamma \leq 1$. В работе [4] введен и исследован класс $\mathcal{P}_n(a, \gamma)$, состоящий из функций $\varphi(z) \in \mathcal{A}_n$, для которых

$$\varphi(z) \prec \varphi_0(z) = (1-a)\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\gamma} + a. \tag{1}$$

Аналитически класс $\mathcal{P}_n(a, \gamma)$ задается условием $|\arg(\varphi(z) - a)| \leq \gamma\,\pi/2\,, 0 < \gamma \leq 1$, которое геометрически означает, что множество значений функции $\varphi(z)$ при $z \in E$ содержится внутри угла $|\arg(w-a)| < \gamma\,\pi/2$ со следующими параметрами – величина угла равна $\gamma\pi$, вершина в точке $w = a$ и угол симметричен относительно вещественной оси.

Лемма 2 [4, следствие 3]. *Для любой функции* $\varphi(z) \in \mathcal{P}_n(a, \gamma)$*в круге* $|z| \leq r < 1$ *справедлива точная оценка*

$$\left| z\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} \right| \leq M(r^n; a, \gamma), \tag{2}$$

где

$$M(r; a, \gamma) = \frac{2\gamma(1-a)nr}{1-r^2}\,\frac{(1+r)^{\gamma}}{(1-a)(1+r)^{\gamma} + a(1-r)^{\gamma}}. \tag{3}$$

Знак равенства в оценке (6) *достигается для функции имеет вид* $\varphi(z) = \varphi_0(z^n)$, *где*

$$\varphi_0(z) = (1-a)\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\gamma} + a.$$

Во многих исследованиях геометрической теории функций широко применяются понятие и свойства внутреннего радиуса области (например, [1, с 32]). Внутренний радиус (радиус конформности) области D_0 относительно точки $w \in D$ обозначается символом $R(D_0; w)$.

Для вычисления внутреннего радиуса используется следующее утверждение.

Лемма 3 [5]. *Если функция* $w = \varphi_0(z)$ *однолистно отображает круг* E *на область* D_0, *то*

$$R\big(D_0, \varphi_0(z)\big) = |\varphi_0'(z)|(1 - |z|^2). \tag{4}$$

Наряду с леммой 1, эффективным инструментом, нахождения оценок аналитических функций является следующее утверждение.

Лемма 4 [6]**.** *Если* $\varphi(z) \prec \varphi_0(z)$, $\varphi(z) = c_0 + c_n z^n + c_{n+1} z^{n+1} + \cdots$, $n \geq 1$, *то при* $|z| = r < 1$ *справедлива точная оценка*

$$|\varphi'(z)| \leq \frac{n|z|^{n-1}}{1-|z|^{2n}} R\big(\varphi_0(E), \varphi(z)\big), \tag{5}$$

которая достигается для функции $\varphi(z) = \varphi_0\big(e^{i\alpha} z^n\big)$, *где* $\alpha \in \mathbb{R}$ *– произвольная постоянная.*

3-4 Результаты и обсуждение

3.1 Оценки в классе $\mathcal{P}_n(a, \gamma)$ аналитических функций

Теорема 1. *Пусть* $\varphi(z) \in \mathcal{P}_n(a, \gamma)$, $0 < \gamma \leq 1$, $0 \leq a < 1$. *Тогда при* $|z| \leq r < 1$ *справедливы точные оценки*

$$|\varphi'(z)| \leq 2(1-a)\gamma \frac{nr^{n-1}(1+r^n)^{\gamma-1}}{(1-r^n)^{\gamma+1}}, \tag{6}$$

$$|\varphi(z) - 1| \leq (1-a)\left[\left(\frac{1+r^n}{1-r^n}\right)^{\gamma} - 1\right], \tag{7}$$

$$|\varphi(z)| \leq (1-a)\left(\frac{1+r^n}{1-r^n}\right)^{\gamma} + a, \tag{8}$$

Доказательство. Так как $\varphi(z) \in \mathcal{P}_n(a,\gamma)$, то выполняется подчиненность (1). При этом, функция $\varphi_0(z)$ однолистно отображает круг E на угол $|\arg(w-a)| < \gamma\pi/2$.

Так как

$$\left[\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\gamma}\right]'_z = \gamma\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\gamma-1}\cdot\frac{1-z+1+z}{(1-z)^2} = \gamma\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\gamma-1}\cdot\frac{2}{(1-z)^2} =$$
$$= \gamma\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\gamma}\cdot\frac{1-z}{1+z}\cdot\frac{2}{(1-z)^2} = \gamma\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\gamma}\cdot\frac{2}{1-z^2},$$

то

$$\varphi_0'(z) = 2\gamma(1-a)\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\gamma}\cdot\frac{1}{1-z^2}.$$

Применяя неравенства $|1+z| \le 1+|z|$, $|1-z| \ge 1-|z|$, находим

$$|\varphi_0'(z)| \le 2\gamma(1-a)\left|\frac{1+z}{1-z}\right|^{\gamma}\frac{1}{|1-z^2|} \le 2\gamma(1-a)\left(\frac{1+|z|}{1-|z|}\right)^{\gamma}\frac{1}{1-|z|^2}.$$

Поэтому на основе леммы 3 получаем

$$R\big(D_0,\varphi_0(z)\big) = |\varphi_0'(z)|(1-|z|^2) \le 2\gamma(1-a)\left(\frac{1+|z|}{1-|z|}\right)^{\gamma}.$$

Поскольку $\varphi(z) \prec \varphi_0(z)$, $\varphi \in \mathcal{A}_n$, то $\varphi(|z| \le r) \subset \varphi_0(|z| \le r^n)$ при любом r, $0 \le r < 1$. Поэтому

$$\max_{|z|\le r} R\big(D_0,\varphi_0(z)\big) \le \max_{|z|\le r^n} R\big(D_0,\varphi_0(z)\big) = 2\gamma(1-a)\left(\frac{1+r^n}{1-r^n}\right)^{\gamma}$$

и на основе леммы 4

$$|\varphi'(z)| \le \frac{nr^{n-1}}{1-r^{2n}}2\gamma(1-a)\left(\frac{1+r^n}{1-r^n}\right)^{\gamma}.$$

Отсюда после преобразований приходим к оценке (6).

Так как

$$|\varphi(z)-\varphi(0)| = \left|\int_0^z \varphi'(t)dt\right| \le \int_0^r \varphi'(t)dt,$$

то с учетом оценки (6) и нормировки $\varphi(0) = 1$ находим

$$|\varphi(z)-1| \le 2\gamma(1-a)\int_0^r \frac{nt^{n-1}}{1-t^{2n}}\left(\frac{1+t^n}{1-t^n}\right)^{\gamma}dt =$$
$$= \left|\begin{matrix} t^n=\tau \Longrightarrow d\tau = nt^{n-1}dt \\ 0\le t\le r \Longrightarrow 0\le\tau\le r^n\end{matrix}\right| = 2\gamma(1-a)\int_0^{r^n}\left(\frac{1+\tau}{1-\tau}\right)^{\gamma}\frac{d\tau}{1-\tau^2}.$$

Поскольку

$$\left((1-a)\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\gamma}+a\right)' = \gamma(1-a)\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\gamma}\frac{2}{1-z^2},$$

то окончательно приходим к оценке (7):

$$|\varphi(z)-1| \le \left((1-a)\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\gamma}+a\right)\Bigg|_0^{r^n} = (1-a)\left[\left(\frac{1+r^n}{1-r^n}\right)^{\gamma}-1\right].$$

Оценка (8) вытекает непосредственно из оценки (7) на основе неравенства треугольника $|\varphi(z)| \le |\varphi(z)-1|+1$:

$$|\varphi(z)| \le (1-a)\left[\left(\frac{1+r^n}{1-r^n}\right)^{\gamma}-1\right]+1,$$

что равносильно оценке (8).

Нетрудно доказать, что оценки (6)–(8) достигаются для функции $\varphi(z) = \varphi_0(z^n) = (1-a)\left(\frac{1+z^n}{1-z^n}\right)^{\gamma}+a$ в точке $z = r$. При $\gamma = 1$ из теоремы 1 вытекает

Следствие 1. *Если* $\operatorname{Re}\varphi(z) > a,\ 0 \le a < 1,$ причем $\varphi(z) \in \mathcal{A}_n,$ *то при* $|z| \le r < 1$ *справедливы точные оценки*

$$|\varphi'(z)| \le 2(1-a)\frac{nr^{n-1}}{(1-r^n)^2}, \tag{9}$$

$$|\varphi(z)-1| \le (1-a)\frac{2r^n}{1-r^n},$$

$$|\varphi(z)| \le \frac{1+(1-2a)r^n}{1-r^n}.$$

Экстремальная функция имеет вид

$$\varphi(z) = \frac{1+(1-2a)z^n}{1-z^n}.$$

При $n = 1$ оценка (9) получена в [7, теорема 3].

При $a = 0$ из теоремы 1 вытекает

Следствие 2. *Пусть* $\varphi(z) \in \mathcal{A}_n$ *и выполняется условие* $|\arg\varphi(z)| < \gamma\pi/2,\ 0 < \gamma \le 1.$ *Тогда при* $|z| \le r < 1$ *справедливы точные оценки*

$$|\varphi'(z)| \le 2\gamma\frac{nr^{n-1}(1+r^n)^{\gamma-1}}{(1-r^n)^{\gamma+1}},$$

$$|\varphi(z)-1| \le \left(\frac{1+r^n}{1-r^n}\right)^{\gamma} - 1,$$

$$|\varphi(z)| \le \left(\frac{1+r^n}{1-r^n}\right)^{\gamma}.$$

Экстремальная функция имеет вид

$$\varphi(z) = \left(\frac{1+z^n}{1-z^n}\right)^{\gamma}.$$

3.2 Подкласс звездообразных функций

В статье [2] исследовался класс $S_n^*(a,\gamma)$ звездообразных функций, для которого установлен точный радиус выпуклости.

Определение 1. *Будем говорить, что функция* $f(z)$ *принадлежит классу* $S_n^*(a,\gamma),\ 0 \le a < 1, 0 < \gamma \le 1,$ *тогда и только тогда, когда функция* $f(z) \in \mathcal{N}_n$ *и*

$$z\frac{f'(z)}{f(z)} \in \mathcal{P}_n(a,\gamma).$$

Из определения следует, что $f(z) \in S_n^*(a,\gamma)$ тогда и только тогда, когда

$$\left|\arg\left(z\frac{f'(z)}{f(z)} - a\right)\right| < \gamma\,\pi/2$$

или

$$z\frac{f'(z)}{f(z)} \prec \varphi_0(z) = (1-a)\left(\frac{1+z}{1-z}\right)^{\gamma} + a. \tag{10}$$

Функции класса $S_n^*(a,\gamma)$ называют сильно γ-звездообразными порядка a.

Из (4) следует, что $\operatorname{Re}\varphi_0(z) > a,\ \ a \ge 0.$ Поэтому выполняется условие $\operatorname{Re}\left(z\,f'(z)/f(z)\right) > 0$ в круге E. Следовательно, функция $f(z)$ является звездообразной в круге E. Таким образом, $S_n^*(a,\gamma) \subset S^*$ для всех $0 \le a < 1, 0 \le \gamma < 1.$

Теорема 2. *Пусть* $f(z) \in S_n^*(a,\gamma),\ 0 < \gamma \le 1,\ 0 \le a < 1.$ *Тогда справедлива оценка*

$$||T_f|| \le 2\gamma\left(\frac{2}{n}(1-a)+1\right), \tag{11}$$

которая является точной при $\gamma = 1.$

Доказательство. Обозначим $\varphi(z) \coloneqq z\frac{f'(z)}{f(z)}$. Отсюда

$$f'(z) = \frac{f(z)}{z}\varphi(z)$$

и, следовательно,

$$z\frac{f''(z)}{f'(z)} = z\frac{f'(z)}{f(z)} - 1 + z\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} = \varphi(z) - 1 + z\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)}.$$

Поэтому

$$\frac{f''(z)}{f'(z)} = \frac{\varphi(z)-1}{z} + \frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)}$$

и

$$\left|\frac{f''(z)}{f'(z)}\right| = \frac{|\varphi(z)-1|}{|z|} + \left|\frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)}\right|.$$

Положим $|z| = r$. По принципу максимума модуля оценки (2) и (7) одновременно справедливы как в круге $|z| \le r < 1$, так и на окружности $|z| = r$.

Так как $f(z) \in S_n^*(a,\gamma)$, то $\varphi(z) \in \mathcal{P}_n(a,\gamma)$. Поэтому на основании оценок (2) и (7) при $|z| = r < 1$ получаем

$$\left|\frac{f''(z)}{f'(z)}\right| \le (1-a)\frac{1}{r}\left[\left(\frac{1+r^n}{1-r^n}\right)^{\gamma} - 1\right] + \frac{nr^{n-1}}{1-r^{2n}}\,\frac{2\gamma(1-a)(1+r^n)^{\gamma}}{(1-a)(1+r^n)^{\gamma} + a(1-r^n)^{\gamma}}. \qquad (12)$$

Докажем, что для всех $t, 0 < t < 1$, имеет место неравенство

$$\left(\frac{1+t}{1-t}\right)^{\gamma} - 1 \le 2\gamma\frac{t}{1-t}. \qquad (13)$$

Рассмотрим функцию $v = u^{\gamma}$ при $0 < \gamma \le 1$. Поскольку эта функция является выпуклой вверх, то касательная к графику функции $v = u^{\gamma}$ в точке $u = 1$ лежит выше графика функции. То есть, выполняется неравенство Бернулли $(1+u)^{\gamma} \le 1 + \gamma u$ или $(1+u)^{\gamma} - 1 \le \gamma u$.

Обозначим

$$u = \frac{2t}{1-t}.$$

Тогда $u > 0$ для всех $t, 0 < t < 1$, и

$$1 + u = 1 + \frac{2t}{1-t} = \frac{1+t}{1-t}.$$

Поэтому в силу неравенства Бернулли получаем неравенство (12):

$$\left(\frac{1+t}{1-t}\right)^{\gamma} - 1 = (1+u)^{\gamma} - 1 \le \gamma u = \gamma\frac{2t}{1-t}.$$

Следовательно,

$$\frac{1}{r}\left[\left(\frac{1+r^n}{1-r^n}\right)^{\gamma} - 1\right] \le \gamma\frac{2r^{n-1}}{1-r^n}. \qquad (14)$$

Покажем теперь, что для всех $0 \le r < 1$, $n \in \mathbb{N}$ справедливо неравенство

$$\frac{nr^{n-1}}{1-r^{2n}} \le \frac{1}{1-r^2}, \qquad (15)$$

причем при $n = 1$ получается равенство, а при $n > 1$ неравенство является строгим и достигается при $r \to 1-$.

При $n = 1$ неравенство (15) превращается в равенство. Поэтому будем считать, что $n \ge 2$.

Рассмотрим конечную геометрическую прогрессию $1, r^2, r^4, \ldots, r^{2n-2}$ со знаменателем прогрессии r^2. Тогда ее сумма определяется по формуле

$$1 + r^2 + r^4 + \cdots + r^{2n-2} = \frac{1-r^{2n}}{1-r^2}.$$

В силу этого неравенство (15) эквивалентно неравенству

$$1 + r^2 + r^4 + \cdots + r^{2n-2} \ge nr^{n-1}. \qquad (16)$$

К геометрической прогрессии $1, r^2, r^4, \ldots, r^{2n-2}$ применим неравенством Коши, согласно которому среднее геометрическое n положительных чисел не превосходит их среднего арифметического. В силу этого получаем

$$\sqrt[n]{1 \cdot r^2 \cdot r^4 \cdot \ldots \cdot r^{2n-2}} \le \frac{1 + r^2 + r^4 + \cdots + r^{2n-2}}{n}.$$

Поскольку $1 + 2 + \cdots + (n-1) = \frac{n(n-1)}{2}$, то

$$1 \cdot r^2 \cdot r^4 \cdot \ldots \cdot r^{2n-2} = r^{2(1+2+\cdots+(n-1))} = r^{n(n-1)}.$$

Поэтому

$$\sqrt[n]{1 \cdot r^2 \cdot r^4 \cdot \ldots \cdot r^{2n-2}} = \sqrt[n]{r^{n(n-1)}} = r^{n-1}.$$

Следовательно, в силу неравенства Коши получаем неравенство (16)

$$nr^{n-1} \le 1 + r^2 + r^4 + \cdots + r^{2n-2},$$

эквивалентное неравенству (15).

При $n = 1$ неравенство (15) преобразуется в равенство, справедливое для всех $r \in [0, 1)$. Поскольку в неравенстве Коши знак равенства достигается только в случае, когда все числа равны, то при $n \ge 2$ и $r \in [0, 1)$ неравенство строгое. При этом, при $r \to 1-$ достигается равенство, так как

$$\lim_{r \to 1-} \frac{nr^{n-1}(1 - r^2)}{1 - r^{2n}} = 1.$$

Применяя неравенства (14) и (15), на основе (12) получаем

$$\left|\frac{f''(z)}{f'(z)}\right| \le (1-a)2\gamma \frac{r^{n-1}}{1-r^n} + \frac{1}{1-r^2} \frac{2\gamma(1-a)(1+r^n)^\gamma}{(1-a)(1+r^n)^\gamma + a(1-r^n)^\gamma}$$

или

$$(1-r^2)\left|\frac{f''(z)}{f'(z)}\right| \le (1-a)2\gamma \frac{r^{n-1}}{1-r^n}(1-r^2) + \frac{2\gamma(1-a)(1+r^n)^\gamma}{(1-a)(1+r^n)^\gamma + a(1-r^n)^\gamma}. \quad (17)$$

Рассмотрим теперь функцию

$$h_n(r) = \frac{r^{n-1}(1-r^2)}{1-r^n},$$

где $0 \le r < 1$, $n \in \mathbb{N}$. Поскольку $1 - r^n = (1-r)(1 + r + r^2 + \cdots + r^{n-1})$, $1 - r^2 = (1-r)(1+r)$, то

$$h_n(r) = \frac{r^{n-1}(1+r)}{1 + r + r^2 + \cdots + r^{n-1}}.$$

При $0 \le r < 1$ каждое слагаемое выражения $1 + r + r^2 + \cdots + r^{n-1}$ не меньше, чем r^{n-1}. Поэтому

$$1 + r + r^2 + \cdots + r^{n-1} \ge nr^{n-1}.$$

Следовательно,

$$h_n(r) \le \frac{r^{n-1}(1+r)}{nr^{n-1}} = \frac{1+r}{n} < \frac{2}{n}.$$

С другой стороны, поскольку

$$\lim_{r \to 1} h_n(r) = \lim_{r \to 1} \frac{r^{n-1}(1+r)}{1 + r + r^2 + \cdots + r^{n-1}} = \frac{2}{n}.$$

Из двух последних соотношений вытекает равенство

$$\sup_{0 \le r < 1} h_n(r) = \lim_{r \to 1} h_n(r) = \frac{2}{n}. \quad (18)$$

Рассмотрим функцию

$$H(t) = \frac{2\gamma(1-a)(1+t)^\gamma}{(1-a)(1+t)^\gamma + a(1-t)^\gamma}, 0 \le t < 1.$$

Представим функцию $H(t)$ в виде

$$H(t) = \frac{2\gamma(1-a)}{1 - a + a\left(\frac{1-t}{1+t}\right)^\gamma}.$$

Поскольку функция $\left(\frac{1-t}{1+t}\right)^{\gamma}$ является убывающей на $0 \le t < 1$, то функция $H(t)$ возрастает на $0 \le t < 1$ и

$$\sup_{0\le t<1} H(t) = \lim_{t\to 1} H(t) = 2\gamma.$$

Поэтому

$$\sup_{0\le r<1} H(r^n) = \lim_{r\to 1} H(r^n) = 2\gamma.$$

В силу этого соотношения, соотношения (18) и неравенства (17) получаем, что

$$(1-r^2)\left|\frac{f''(z)}{f'(z)}\right| < (1-a)2\gamma \sup_{0\le r<1} h_n(r) + \sup_{0\le r<1} H(r^n) = \frac{4\gamma}{n}(1-a) + 2\gamma.$$

По принципу максимума модуля

$$\|T_f\| = \sup_{z\in E}\left((1-|z|^2)\left|\frac{f''(z)}{f'(z)}\right|\right) = \sup_{0\le r<1}\left((1-r^2)\left|\frac{f''(z)}{f'(z)}\right|\right) \le \frac{4\gamma}{n}(1-a) + 2\gamma. \quad (19)$$

Докажем теперь точность оценки (11) при $\gamma = 1$. Пусть $\gamma = 1$.

Определим функцию $f_0(z)$ из равенства

$$z\frac{f'(z)}{f(z)} = \varphi_0(z^n),$$

где функция $\varphi_0(z)$ определена в (10) при $\gamma = 1$. Тогда

$$\frac{f_0''(z)}{f_0'(z)} = \frac{\varphi_0(z^n)-1}{z} + nz^{n-1}\frac{\varphi_0'(z^n)}{\varphi_0(z^n)}$$

или

$$\frac{f_0''(z)}{f_0'(z)} = (1-a)2\frac{z^{n-1}}{1-z^n} + \frac{nz^{n-1}}{1-z^{2n}}\,\frac{2\gamma(1-a)(1+z^n)^{\gamma}}{(1-a)(1+z^n)^{\gamma} + a(1-z^n)^{\gamma}}.$$

В точке $z = r$ получаем

$$(1-r^2)\left|\frac{f_0''(z)}{f_0'(z)}\right| = (1-a)2\gamma\frac{r^{n-1}(1-r^2)}{1-r^n} + \\ + \frac{nr^{n-1}(1-r^2)}{1-r^{2n}}\,\frac{2\gamma(1-a)(1+r^n)^{\gamma}}{(1-a)(1+r^n)^{\gamma} + a(1-r^n)^{\gamma}}.$$

С учетом доказанного выше имеем

$$\|T_{f_0}\| = \sup_{0\le r<1}\left((1-r^2)\left|\frac{f_0''(z)}{f_0'(z)}\right|\right) = (1-a)2\gamma \sup_{0\le r<1} h_n(r) + \sup_{0\le r<1} H(r^n) = \frac{4\gamma}{n}(1-a) + 2\gamma.$$

То есть, оценку (11) при $\gamma = 1$ улучшить нельзя.

Теорема 2 доказана.

Следствие 3 ($\gamma = 1$). *Пусть* $f(z) \in S_n^*(a)$, $0 \le a < 1$, *то есть выполняется условие*

$$\operatorname{Re}\left(z\frac{f'(z)}{f(z)}\right) > a, z \in E.$$

Тогда справедлива точная оценка

$$||T_f|| \le 2 + \tfrac{4}{n}(1-a). \quad (20)$$

Отметим, что при $n = 1$ оценка (20) ранее получена в [3].

Следствие 4 ($a = 0$). *Пусть* $f(z) \in S_n^*(0,\gamma)$, $0 < \gamma \le 1$, *то есть выполняется условие*

$$\left|\arg\left(z\frac{f'(z)}{f(z)}\right)\right| < \gamma\frac{\pi}{2}, z \in E.$$

Тогда справедлива оценка

$$||T_f|| \le 2\left(\tfrac{2}{n} + 1\right)\gamma.$$

Отметим, что следствие 4 дополняет аналогичный результат из [3] на случай $n > 1$.

Список литературы

1 Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. – М: Наука, 1969. – 628 с.

2 Майер Ф.Ф., Магамбетов Б.Е., Нургельдина А.Е., Хабдуллина Г.Ж. Экстремальные свойства некоторых классов аналитических функций, связанных с областями в форме угла // КМПИ Жаршысы, 2026, 2, – С.67–75.

3 Yamashita S. Norm estimates for function starlike or convex of order alpha, Hokkaido Math. J., 1999, 28(1), 217–230.

4 Майер Ф.Ф., Тастанов М.Г., Утемисова А.А. Оценки аналитических функций, области значений которых содержатся в круговой луночке Вестник // Томского государственного университета. Математика и механика. – 2025, 98. – С. 28–43. https://doi.org/10.17223/19988621/98/4.

5 Haegi H.R. Extremal probleme und ungleichungen konformer gebietsgrossen. Compositio Mathematics, 1951, 8, 81–111.

6 Митюк И.П. Оценки в некоторых классах аналитических функций // Метрические вопросы теории функций. – Киев: Наукова думка, 1980. – С. 90-99.

7 Shaffer D.B. On bounds for the derivative of analytic functions. Proc. Amer. Math. Soc., 1973, 37, 517–520.

МАЙЕР, Ф.Ф., НУРГЕЛЬДИНА, А.Е., МАГАМБЕТОВ, Б.Е.

БЕЛГІЛІ БІР РЕТТІ ЖҰЛДЫЗ ТӘРІЗДІ ФУНКЦИЯЛАР КЛАСЫНДАҒЫ ШВАРЦИАН АЛДЫНДАҒЫ НОРМАНЫ БАҒАЛАУ

Мақала а ретті күшті γ-жұлдыз тәрізді функциялар класын, яғни нормаланған аналитикалық функцияларды зерттеуге арналған

$$f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \cdots, n \geq 1,$$

шартты қанағаттандыру

$$\left| arg\left(z\frac{f'(z)}{f(z)} - a \right) \right| < \gamma\,\pi/2\,, 0 < \gamma \leq 1, 0 \leq a < 1.$$

$||T_f|| \leq 2\gamma\left(\frac{2}{n}(1-a)+1\right)$ *предварциан нормасының бағасы алынды, ол* $\gamma = 1$ *кезінде дәл болады және* $n \geq 1$ *жағдайындағы а ретті жұлдыз тәрізді функциялар класы үшін белгілі Ямасита нәтижесін қорытындылайды.*

Түйінді сөздер: *жұлдыз тәрізді функциялар, қатты жұлдыз тәрізді функциялар, шварциан алдындағы норманы бағалау.*

MAYER, F.F., NURGELDINA, A.Ye., MAGAMBETOV, B.Ye.

ESTIMATION OF THE PRE-SCHWARZIAN NORM IN THE CLASS OF STRONGLY STARLIKE FUNCTIONS OF A GIVEN ORDER

This article is devoted to the study of the class of strongly γ-starlike functions of order a, that is, normalized analytic functions

$$f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \cdots, n \geq 1,$$

satisfying the condition

$$\left| arg\left(z\frac{f'(z)}{f(z)} - a \right) \right| < \gamma\,\pi/2\,, 0 < \gamma \leq 1, 0 \leq a < 1.$$

An estimate for the pre-Schwarzian norm $||T_f|| \leq 2\gamma\left(\frac{2}{n}(1-a)+1\right)$ *is obtained, which is sharp for* $\gamma = 1$ *and generalizes Yamashita's well-known result for the class of starlike functions of order a to the case* $n \geq 1$.

Keywords: *starlike functions, strongly starlike functions, estimation of the pre-Schwarzian norm.*

Сведения об авторах:

Майер Федор Федорович *– кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Нургельдина Асель Ермековна *– магистр естественных наук, старший преподаватель, кафедра математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Магамбетов Батыржан Ермекович *– магистрант ОП 7М05401 – Математика, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Майер Федор Федорович *– физика-математика ғылымдарының кандидаты, профессор, математика және физика кафедрасының профессоры, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Нургельдина Асель Ермековна *– жаратылыстану ғылымдарының магистрі, аға оқытушы, математика және физика кафедрасы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Магамбетов Батыржан Ермекович *– ОП 7М05401 – Математика мамандығының магистранты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Mayer Fyodor Fyodorovich *– Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Nurgeldina Assel Yermekovna *– Master of Natural Sciences, Senior Lecturer, Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Magambetov Batyrzhan Yermekovich *– Master's student, "7M05401 – Mathematics" educational program, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

УДК 517.54

Майер, Ф.Ф.,
кандидат физико-математических наук,
профессор, профессор кафедры
математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Хабдуллина, Г.Ж.,
магистр математики, ст. преподаватель
кафедры математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Флорина, Т.А.,
магистрант ОП 7М05401 – Математика,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан

ТЕОРЕМА ИСКАЖЕНИЯ И ОЦЕНКА НОРМЫ ПРЕД-ШВАРЦИАНА ОБОЩЕННОГО КЛАССА ОЗАКИ ПОЧТИ ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ, ИМЕЮЩИХ ПРОПУСКИ В РАЗЛОЖЕНИИ В СТЕПЕННОЙ РЯД

Рассматривается класс $\mathcal{O}_n(a)$ *нормированных функций вида* $f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \cdots, n \geq 1$, *аналитических в единичном круге, удовлетворяющих условию*

$$Re\left(1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) > a, a < 1,$$

Класс $\mathcal{O}_n(a)$ *является обобщением класса Озаки почти выпуклых функций и класса* $S^o(a)$ *выпуклых функций порядка* a, $0 \leq a < 1$.

В виде ограничения на параметр a класса $\mathcal{O}_n(a)$ получен достаточный признак почти выпуклости, обощающий условие почти выпуклости Озаки на случай $n \geq 1$. В классе $\mathcal{O}_n(a)$ доказаны теорема искажения и оценка нормы пред-Шварциана, в частных случаях приводящие к ряду известных результатов.

Ключевые слова: *выпуклые функции, почти выпуклые функции, теорема искажения, оценка нормы пред-Шварциана.*

1 Введение

Будем рассматривать исследуются аналитических в круге $E = \{z: |z| < 1\}$ функций $\varphi(z) = 1 + c_n z^n + c_{n+1} z^{n+1} + \cdots$, класс которых обозначим через $\mathcal{A}_n$, и нормированные функции $f(z) = z + a_{n+1} z^{n+1} + a_{n+2} z^{n+2} + \cdots$, класс которых обозначим через $\mathcal{N}_n$. Также будем считать, что $n \geq 1$ и $\mathcal{A} \coloneqq \mathcal{A}_1$, $\mathcal{N} \coloneqq \mathcal{N}_1$.

Через $K_n(\gamma)$ будем обозначать класс функций, почти выпуклых порядка γ, $0 < \gamma \leq 1$. При этом, $f \in K_n(\gamma)$ тогда и только тогда, когда $f \in \mathcal{N}_n$ и для некоторой функция $g \in S^0$

$$\left| arg \frac{f'(z)}{g'(z)} \right| < \frac{\gamma\pi}{2}, \qquad 0 < \gamma \leq 1, \qquad z \in E. \tag{1}$$

При $n = 1$ класс $K_n(\gamma)$ введен и изучался в работах [1-2], а первоначально при $n = \gamma = 1$ класса $K = K_1(1)$ был представлен в [3]. До введения класса K в статье [4] был доказан признак однолистности

$$\mathrm{Re}\left(1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) > -\frac{1}{2}, z \in E. \tag{2}$$

В дальнейшем было доказано, что функции, удовлетворяющие данному условию, являются почти выпуклыми, и класс функций с условием (2) стали называть классом Озаки почти выпуклых функций. Данный класс, заданный условием (2), обозначим через $\mathcal{O}$.

Во многих вопросах геометрической теории функций важную роль играет норма пред-Шварциана. Если функция $f \in \mathcal{N}$ является локально однолистной в круге E, то есть, $f'(z) \neq 0$ при $z \in E$, то пред-Шварциановская производная локально однолистной функции определяется как

$$T_f(z) = \frac{f''(z)}{f'(z)}.$$

Тогда пред-Шварциановская норма, часто известная как гиперболическая супремум-норма, определяется как

$$||T_f|| \coloneqq \sup_{z \in E} \left((1 - |z|^2)\left|P_f(z)\right|\right).$$

Хорошо известно, что $||T_f|| \leq 6$ для любой однолистной функции f, и эта оценка является точной. В отличие от этого, если $||T_f|| \leq 1$, то f однолистна в E.

В геометрической теории функций многочисленные исследователи изучали пред-Шварцианскую норму для различных подклассов аналитических и однолистных функций. Приведем лишь результаты, напрямую относящиеся к нашему исследованию. В 1999 году Ямасита [5] доказал, что $||T_f|| \leq 4(1 - a)$ для $f \in S^o(a)$, $0 \leq a < 1$, и $||T_f|| \leq 6 - 4a$ для $f \in S^*(a)$, $0 \leq a < 1$. Здесь $S^o(a)$ и $S^*(a)$ – классы функций, выпуклых порядка a и звездообразных порядка a. Эти классы задаются с помощью условий

$$S^o(a)\colon \mathrm{Re}\left(1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) > a, \qquad z \in E,$$

$$S^*(a)\colon \mathrm{Re}\left(z\frac{f'(z)}{f(z)}\right) > a, \qquad z \in E.$$

Если $a = 0$, то $S^0 \coloneqq S^0(0)$ и $S^* \coloneqq S^*(0)$ – классы выпуклых и звездообразных функций, соответственно.

В статье [6] авторы получить точные оценки нормы производной Шварца для выпуклых отображений порядка a в терминах значения $f''(0)$, и, в частности, когда $f''(0) = 0$. Кроме того, в [6] получены точные оценки искажения и роста для этих отображений, что является обобщением результатов Ямаситы [5] для этого частного случая.

В статье [7] авторы исследовали класс $\mathcal{F}_0(\lambda)$, функций f из $\mathcal{N}$ таких, что выполняется условие

$$\mathrm{Re}\left(1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) > \frac{1}{2} - \lambda, z \in E, \quad (3)$$

где $1/2 \leq \lambda \leq 1$. Если $\lambda = 1/2$, то условие (2) определяет класс S^0 выпуклых функций. Если же $1/2 \leq \lambda \leq 1$, то $\mathcal{F}_0(\lambda)$ является подклассом класса $\mathcal{O}$ Озаки, заданного условием (1). В классе $\mathcal{F}_0(\lambda)$ в [7] найдены оценки коэффициентов, при $|z| = r,\ 0 \leq r < 1$, оценка $\left|z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right|$, теорема искажения и роста, а также описана область значений $f'(z)$.

В статье [8] в классе $\mathcal{F}_0(\lambda)$ при дополнительном условии $f''(0) = 0$ установлены теорема искажения и роста, а также получена точная оценка $||T_f|| \leq 1 + 2\lambda$ и, в частности, для класса S^{o} оценка $||T_f|| \leq 2$.

В статье [9] в модифицированном классе $\mathcal{F}(c) = \mathcal{F}_0(\lambda)$ при $\lambda = (c-1)/2$

$$\mathcal{F}(c) = \left\{f \in \mathcal{N}: \mathrm{Re}\left(1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) > 1 - \frac{c}{2}, c \in (0;3], z \in E\right\}$$

при дополнительном условии $f''(0) = 0$ получены теорема искажения и роста, а также получена точная оценка $||P_f|| \leq c$ и, в частности, $||T_f|| \leq 2$ для класса S^{o}.

В данной статье с помощью ограничения на $1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)}$ определяется класс нормированных функций $f \in \mathcal{N}_n$, обобщающий как все перечисленные выше классы почти выпуклых функций (класс $\mathcal{O}$ Озаки, классы $\mathcal{F}_0(\lambda)$ и $\mathcal{F}(c)$), так и класс $S^{\mathrm{o}}(a)$ функций, выпуклых порядка a). Получен новый признак однолисности (почти выпуклости) функций $f \in \mathcal{N}_n$, обощающий условие однолистности Озаки. Во введенном классе нормированных функций найдена наилучшая мажоранта подчинения для $\ln f'(z)$, доказаны неулучшаемые теоремы искажения и оценки нормы пред-Шварциана. Установлены связи полученных результатов с ранее опубликованными результатами.

2 Материалы и методы

Одним из важнейших инструментов данного исследования является известный принцип подчиненности аналитических функций [10], который позволяет решить простым и точным способом многие задачи геометрической теории функций. Напомним, что аналитическая в круге E функция φ называется подчиненной аналитической и однолистной в круге E функции φ_0 и обозначается она как $\varphi \prec \varphi_0$, если $\varphi(E) \subset \varphi_0(E), \varphi(0) = \varphi_0(0)$.

Ниже приведены два утверждения, на которых базируются исследования настоящей статьи.

Лемма 1 [10]. *Если* $\varphi \prec \varphi_0$, $\varphi(z) = c_0 + c_n z^n + c_{n+1} z^{n+1} + \cdots$, $n \geq 1$, *то*

$$\varphi(|z| \leq r) \subset \varphi_0(|z| \leq r^n), r \in [0,1).$$

Лемма 2 [11]. *Если* $\varphi \prec \varphi_0$, $\varphi \in \mathcal{A}_n$, φ_0 *звездообразна в* E *относительно точки* $\varphi_0(0) = 1$, *то*

$$\int_0^z (\varphi(t) - 1)\frac{dt}{t} \prec \frac{1}{n}\int_0^z (\varphi_0(t) - 1)\frac{dt}{t}.$$

3-4 Результаты и обсуждение

Определение 1. *Функция* f *принадлежит классу* $\mathcal{O}_n(a)$, *тогда и только тогда, когда* $f \in \mathcal{N}_n$ *и*

$$\mathrm{Re}\left(1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) > a, a < 1, \qquad z \in E, \quad (4)$$

Если $0 \le a < 1$, то $\mathcal{O}_n(a) = S_n^0(a)$, где $S_n^0(a)$ – класс функций $f \in \mathcal{N}_n$, которые являются выпуклыми порядка a.

Если $a = -\frac{1}{2}$, то получаем обобщение класса Озаки $\mathcal{O}$ на случай функций $f \in \mathcal{N}_n$ при $n \ge 1$.

Если $a = \frac{1}{2} - \lambda$, где $1/2 \le \lambda \le 1$, при $n = 1$ приходим к классу $\mathcal{F}_0(\lambda)$, заданному условием (2). Аналогично, $\mathcal{O}_1(a) = \mathcal{F}(c)$ при $a = 1 - \frac{c}{2}, c \in (0; 3]$. То есть, исследованные в статьях [8-9] классы функций являются частными случаями класса $\mathcal{O}_n(a)$.

Теорема 1. *Если* $f \in \mathcal{O}_n(a)$ *и при некотором* $\gamma \in (0; 1]$

$$-\frac{\gamma n}{2} \le a < 0, \tag{5}$$

то $f \in K_n(\gamma)$.

Доказательство. Рассмотрим функции

$$g(z) = \int_0^z \exp \frac{\ln f'(t)}{1-a} dt$$

и

$$h(z) = \exp\left\{-\frac{a \ln f'(z)}{1-a}\right\},$$

где выбрана ветвь логарифмической функции, для которой $\ln 1 = 0$. Тогда $g \in \mathcal{N}_n$, $h \in \mathcal{A}_n$ и

$$\ln g'(z) = \frac{1}{1-a} \ln f'(z) \tag{6}$$

и

$$\ln h(z) = -\frac{a}{1-a} \ln f'(z). \tag{7}$$

Из (5) находим

$$1 + z\frac{g''(z)}{g'(z)} = 1 + \frac{1}{1-a} z \frac{f''(z)}{f'(z)}.$$

Так как $f \in \mathcal{O}_n(a)$, $a < 0$, то выполняется (4). Поэтому в круге E

$$\mathrm{Re}\left(z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) > a - 1$$

и, следовательно,

$$\mathrm{Re}\left(1 + z\frac{g''(z)}{g'(z)}\right) = 1 + \frac{1}{1-a}\mathrm{Re}\left(z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) > 0, z \in E.$$

То есть, $g \in S^0$.

С другой стороны, условие (4) равносильно подчиненности

$$\varphi(z) = 1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)} \prec \varphi_0(z) = \frac{1 + (1-2a)z}{1-z}.$$

Поскольку функция φ_0 является выпуклой и, значит, звездообразной в E относительно точки $\varphi_0(0) = 1$, то по лемме 2

$$\ln f'(z) = \int_0^z \frac{f''(t)}{f'(t)} dt = \int_0^z (\varphi(t) - 1)\frac{dt}{t} \prec \frac{1}{n}\int_0^z (\varphi_0(t) - 1)\frac{dt}{t} = \frac{2(1-a)}{n}\int_0^z \frac{dt}{1-t}$$
$$= -\frac{2(1-a)}{n}\ln(1-z) \coloneqq \phi_0(z).$$

Таким образом, если $f \in \mathcal{O}_n(a)$, $a < 0$, то

$$\ln f'(z) \prec \phi_0(z) = -\frac{2(1-a)}{n}\ln(1-z). \tag{8}$$

Поэтому на основе равенства (7) находим

$$|\arg h(z)| = |\operatorname{Im}\ln h(z)| = \left|\operatorname{Im}\frac{-a}{1-a}\ln f'(z)\right| <$$
$$< \frac{|a|}{1-a}\frac{2(1-a)}{n}\sup_{z\in E}|\operatorname{Im}\phi_0(z)| = \frac{2|a|}{n}\sup_{z\in E}|\operatorname{Im}\phi_0(z)|.$$

Так как

$$\sup_{z\in E}|\operatorname{Im}\phi_0(z)| = \sup_{z\in E}|\arg(1-z)| = \frac{\pi}{2},$$

то в круге E

$$|\arg h(z)| < \frac{|a|\pi}{n}.$$

Складывая левые и правые части равенств (6) и (7), получаем $g'(z)h(z) = f'(z)$. Отсюда с учетом условия (5) окончательно поучаем

$$\left|arg\ \frac{f'(z)}{g'(z)}\right| = |\arg h(z)| < \frac{|a|\pi}{n} \le \gamma\frac{\pi}{2}, z \in E.$$

Поскольку $g \in S^0$ и выполняется условие (1), то функция f является сильно γ-почти выпуклой в круге E.

Примечание 1. Отметим, что если при некотором $\gamma \in (0;1]$ выполняется условие

$$\operatorname{Re}\left(1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) > -\frac{\gamma n}{2}, \qquad z \in E, \tag{9}$$

то $f \in \mathcal{O}_n\left(-\frac{\gamma n}{2}\right)$ и по теореме 1 $f \in K_n(\gamma)$. При $n = \gamma = 1$ отсюда вытекает признак однолистности (почти выпуклости) (2) Озаки [4].

Класс функций $f \in \mathcal{N}_n$, удовлетворяющих условию (9) при $0 < \gamma \le 1$, обозначим через $\mathcal{O}_n^K(\gamma)$.

Таким образом, $\mathcal{O}_n^K(\gamma) = \mathcal{O}_n\left(-\frac{\gamma n}{2}\right) \subset K_n(\gamma)$.

Теорема 2. *Если* $f \in \mathcal{O}_n(a)$, $a < 1$, *то выполняется условие подчиненности* (8) *и при* $|z| \le r < 1$ *справедливы оценки*

$$\frac{2(1-a)}{n}\ln\frac{1}{1+r^n} \le \operatorname{Re}\ln f'(z) \le \frac{2(1-a)}{n}\ln\frac{1}{1-r^n}, \tag{10}$$

$$\frac{1}{(1+r^n)^{\frac{2(1-a)}{n}}} \le |f'(z)| \le \frac{1}{(1-r^n)^{\frac{2(1-a)}{n}}} \tag{11}$$

и

$$||T_f|| \le \frac{4(1-a)}{n}. \tag{12}$$

Доказательство. Соотношение (8) установлено в ходе доказательства теоремы 1.

Поскольку

$$1 + z\frac{\phi_0''(z)}{\phi_0'(z)} = \frac{1}{1-z},$$

то в круге E выполняется условие выпуклости

$$1 + \operatorname{Re}\left(z\frac{\phi_0''(z)}{\phi_0'(z)}\right) > \operatorname{Re}\frac{1}{1-z}\Big|_{z=-1} = \frac{1}{2} > 0.$$

На основании этого, симметрии области $\phi_0(E)$ относительно вещественной оси с учетом нормировки $\phi_0'(0) > 0$ получаем, что в круге $|z| \le r$

$$\phi_0(r) \le \operatorname{Re}\phi_0(z) \le \phi_0(r).$$

Обозначим $\phi(z) = \ln f'(z)$. Поскольку $\phi(z) \prec \phi_0(z)$, то по лемме 1 $\varphi(|z| \le r) \subset \varphi_0(|z| \le r^n), r \in [0,1)$. Поэтому получаем неравенство $\phi_0(-r^n) \le \operatorname{Re}\phi(z) \le \phi_0(r^n)$, равносильное оценке (10).

Так как $\operatorname{Re}\ln f'(z) = \ln|f'(z)|$, то потенцируя (10), приходим к оценке (11).

Докажем оценку (12).

Поскольку $f \in \mathcal{O}_n(a)$, то по определению 1 выполняется условие 4, которое на языке подчиненности приобретает вид

$$1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)} \prec \frac{1+(1-2a)z}{1-z}.$$

Отсюда

$$z\frac{f''(z)}{f'(z)} \prec \frac{2(1-a)z}{1-z}.$$

С учетом того, что мажоранта подчинения является дробно-линейной функцией, на основании леммы 1 в круге $|z| \le r$ получаем

$$\left|z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right| \le \frac{2(1-a)r^n}{1-r^n}.$$

Поэтому

$$(1-r^2)\left|\frac{f''(z)}{f'(z)}\right| \le 2(1-a)\frac{r^{n-1}(1-r^2)}{1-r^n} := h_n(r). \qquad (13)$$

Поскольку $1-r^n = (1-r)(1+r+r^2+\cdots+r^{n-1})$, $1-r^2 = (1-r)(1+r)$, то

$$h_n(r) = 2(1-a)\frac{r^{n-1}(1+r)}{1+r+r^2+\cdots+r^{n-1}}.$$

При $0 \le r < 1$ каждое слагаемое выражения $1+r+r^2+\cdots+r^{n-1}$ не меньше, чем r^{n-1}. Поэтому

$$1+r+r^2+\cdots+r^{n-1} \ge nr^{n-1}.$$

Следовательно,

$$h_n(r) \le 2(1-a)\frac{r^{n-1}(1+r)}{nr^{n-1}} = 2(1-a)\frac{1+r}{n} < \frac{4(1-a)}{n}.$$

С другой стороны,

$$\lim_{r\to 1} h_n(r) = 2(1-a)\lim_{r\to 1}\frac{r^{n-1}(1+r)}{1+r+r^2+\cdots+r^{n-1}} = \frac{4(1-a)}{n}.$$

Из двух последних соотношений получаем, что

$$\sup_{0\le r<1} h_n(r) = \frac{4(1-a)}{n}$$

Поэтому из (13) получаем

$$(1-r^2)\left|\frac{f''(z)}{f'(z)}\right| < \sup_{0\le r<1} h_n(r) = \frac{4(1-a)}{n}.$$

Но тогда

$$||T_f|| = \sup_{z\in E}\left((1-|z|^2)\left|\frac{f''(z)}{f'(z)}\right|\right) = \sup_{0\le r<1}\left((1-r^2)\left|\frac{f''(z)}{f'(z)}\right|\right) \le \frac{4(1-a)}{n}.$$

Покажем, что оценки (10)-(12) являются точными. Для этого рассмотрим функцию

$$f_0(z) = \int_0^z \frac{dt}{(1-t^n)^{\frac{2(1-a)}{n}}}.$$

Для нее

$$f_0'(z) = \frac{1}{(1-z^n)^{2(1-a)/n}},$$

поэтому оценки (10)-(11) достигаются в точках $z = r$ и $z = \sqrt[n]{-1}r$ справа и слева, соответственно.

Кроме того, $\frac{f_0''(z)}{f_0'(z)} = \frac{2(1-a)z^{n-1}}{1-z^n}$.

Поэтому в точке $z = r$

$$(1-r^2)\left|\frac{f_0''(z)}{f_0'(z)}\right| = 2(1-a)\frac{r^{n-1}(1-r^2)}{1-r^n} = h_n(r)$$

и

$$||T_f|| = \sup_{0\le r<1}\left((1-r^2)\left|\frac{f_0''(z)}{f_0'(z)}\right|\right) = \sup_{0\le r<1} h_n(r) = \frac{4(1-a)}{n}.$$

В силу вышеизложенного оценки (10)-(12) являются точными.

Если $0 \le a < 1$, то $\mathcal{O}_n(a) = S_n^0(a)$. Поэтому из теоремы 2 вытекает

Следствие 1. *Пусть* $f \in S_n^0(a)$, $0 \le a < 1$. *Тогда выполняется условие подчиненности* (8) *и при* $|z| \le r < 1$ *справедливы оценки* (10)-(12).

При $a = -\gamma n/2$ из теорем 1 и 2 вытекает

Следствие 2. *Пусть* $f \in \mathcal{O}_n^K(\gamma)$, *то есть, выполняется условие*

$$\operatorname{Re}\left(1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) > -\frac{\gamma n}{2}, 0 < \gamma \le 1, z \in E.$$

Тогда выполняется условие подчиненности

$$\ln f'(z) \prec \phi_0(z) = \left(\gamma + \frac{2}{n}\right)\ln\frac{1}{1-z}. \tag{14}$$

и при $|z| \le r < 1$ *справедливы оценки*

$$\left(\gamma + \frac{2}{n}\right)\ln\frac{1}{1+r^n} \le \operatorname{Re}\ln f'(z) \le \left(\gamma + \frac{2}{n}\right)\ln\frac{1}{1-r^n}, \tag{15}$$

$$\frac{1}{(1+r^n)^{\gamma+\frac{2}{n}}} \le |f'(z)| \le \frac{1}{(1-r^n)^{\gamma+\frac{2}{n}}} \tag{16}$$

и

$$||T_f|| \le 2\left(\frac{2}{n} + \gamma\right) \tag{17}$$

Примечание 2. Отметим, что в случае, когда $f \in S_n^0(a)$, $0 \le a < 1$, при $n = 1$ из подчиненности (8) получаем известное включение $f'(z) \prec \frac{1}{(1-z)^{2(1-a)}}$ [11]. Кроме того, оценка (11) для $|f'(z)|$ обобщает на случай $n \ge 1$, $0 \le a < 1$, известную оценку из [12, теорема 2.3.6] и при $n \ge 1$, $a = 0$ совпадает с оценкой из [13]. Также в силу следствия 1 известный результат о норме прешварциана $\|T_f\| \le 4(1-a)$ в классе $S^0(a)$ из [5] также является частным случаем теоремы 2. А из оценки (12) при $a = 0$ получаем оценку нормы прешварциана $\|T_f\| \le 2$ класса S_2^0 из [8].

В статьях [7] авторы исследовали класс $\mathcal{F}(\lambda)$, $1/2 \le \lambda \le 1$, почти выпуклых функций, заданный с помощью условия (3). Класс $\mathcal{F}(\lambda)$ связан с классом $\mathcal{O}_n^K(\gamma)$ простыми соотношениями: $\frac{1}{2} - \lambda = -\frac{\gamma}{2}$ при $n = 1$ и $\frac{1}{2} - \lambda = -\gamma$ при $n = 2$. То есть, $\mathcal{F}(\lambda) = \mathcal{O}_1^K(2\lambda - 1)$ и $\mathcal{F}(\lambda) = \mathcal{O}_2^K(\lambda - 1/2)$.

Полагая при $n = 1$ в оценке (16) $\gamma = 2\lambda - 1$, получаем оценку

$$\frac{1}{(1+r)^{1+2\lambda}} \le |f'(z)| \le \frac{1}{(1-r)^{1+2\lambda}}$$

из [7, теорема 3.4] для класса $\mathcal{F}(\lambda) = \mathcal{O}_1^K(2\lambda - 1)$.

Если же в оценке (16) при $n = 2$ положить $\gamma = \lambda - \frac{1}{2}$, то приходим к оценке

$$\frac{1}{(1+r^2)^{\frac{1+2\lambda}{2}}} \le |f'(z)| \le \frac{1}{(1-r^2)^{\frac{1+2\lambda}{2}}}$$

из [8, теорема 2.2]. Аналогично, из оценки (17) при $n = 2$, $\gamma = \lambda - \frac{1}{2}$ получаем оценку $||T_f|| \le 2(1+\gamma) = 1 + 2\lambda$ из [8, теорема 2.3] для класса $\mathcal{F}(\lambda) = \mathcal{O}_2^K(\lambda - 1/2)$.

Отметим также, что ценка (17) является уточнением оценки $\|T_f\| \leq 6$ для всего класса K почти выпуклых функций в случае, когда функция f принадлежит подклассу $\mathcal{O}_n^K(\gamma)$ класса K.

5 Выводы

В данной работе мы исследуем некоторый двухпараметрический класс нормированных функций f вида $f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \cdots, n \geq 1$. Данный класс задается с помощью ограничения на функционал $1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)}$ и при определенных значениях параметров совпадает с классом $S^{\text{o}}(a)$ выпуклых функций порядка a, $0 \leq a < 1$. В статье доказывается, что при $-n/2 \leq a < 0$ данный класс представляет собой некоторый подкласс почти выпуклых функций, обобщающий известный класс Озаки.

Во введенном двухпараметрическом классе получены теорема искажения и теорема об оценке нормы пред-Шварциана. Все оценки являются точными и обобщают ряд известных, разрозненных результатов.

Список литературы

1 Reade M.O. The coefficients of close-to-convex functions // Duke Math. J. – 1956. – Vol. 23, № 3. – P. 459–462. doi: https://doi.org/10.1215/S0012-7094-56-02342-0.

2 Renyi A. Some remarks on univalent functions // Ann. Univ. Mariae Curie-Sklodowska, Sec. A.3. – 1959. – P. 111–121. http://sci-gems.math.bas.bg:8080/jspui/bitstream/10525/2878/1/1959-111-121.pdf.

3 Kaplan W. Close-to-convex schlicht functions // Michigan Math. J. – 1952. – № 1(2). – P. 169–185. doi: https://doi.org/10.1307/mmj/1028988895.

4 Ozaki S. On the theory of multivalent functions // Sci. Rep. Tokyo Bunrika Daigaku, Sect. A. Math. Phys. Chem. – 1935. Vol. 2. – P. 167–188.

5 Yamashita S. Norm estimates for function starlike or convex of order alpha // Hokkaido Math. J. – 1999. – Vol. 28(1). – P. 217–230.

6 Carrasco P., Hernández R. Schwarzian derivative for convex mappings of order α // Anal.Math.Phys. – 2023. – Vol.13, №22. doi: https://doi.org/10.1007/s13324-023-00785-y.

7 Allu V., Thomas D.K., Tuneski N. On Ozaki Close-To-Convex Function // Bull. Aust. Math. Soc. – 2019. – Vol. 99, P. 89-100. doi: https://doi.org/10.1017/S0004972718000989.

8 Ahamed M.B., Hossain R. Pre-Schwarzian and Schwarzian norm estimates for class of Ozaki close-to-convex functions // arXiv:2412.18284v1 [math.CV] 24 Dec 2024. https://arxiv.org/pdf/2412.18284.

9 Allu V., Biswas R., Mandal R. An estimation of the pre-Schwarzian norm for certain classes of analytic functions // arXiv:2504.19132v1 [math.CV] 27 Apr 2025. https://arxiv.org/pdf/2504.19132.

10 Голузин Г.М. Геометрическая теория функций комплексного переменного. – М: Наука, 1969. – 628 с.

11 Graham I., Kohr G. Geometric function theory in one and higher dimensions // Pure and Applied Mathematics, Marcel Dekker, Vol. 255, Marcel Dekker Inc., New York, 2003, 529 P.

12 Masih V.S., Ebadian A., Sokol J. On Strongly Starlike Functions Related to the Bernoulli Lemniscate // Tamkang Journal of Mathematics. – 2022. – Vol. 53(3). – P. 187–199. doi: https://doi.org/10.5556/j.tkjm.53.2022.3234.

13 Graham I., Varolin D. Bloch constants in one and several variables // Pacific J. Math. – 1996 – Vol. 174(2). – P. 347–357. doi: https://doi.org/10.2140/pjm.1996.174.347.

МАЙЕР, Ф.Ф., ХАБДУЛЛИНА, Г.Ж., ФЛОРИНА, Т.А.

ДӘРЕЖЕЛІК ҚАТАРЛАРДЫ ЖАҢАРТУДАҒЫ БОСТЫҚТАРЫ БАР ДЕЙІН ДӨҢЕС ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ЖАЛПЫЛАНДЫРЫЛҒАН ОЗАКИ КЛАСЫНЫҢ ШВАРЦИЯҒА ДЕЙІНГІ НОРМАСЫНЫҢ БҰЗЫЛУ ТЕОРЕМАСЫ ЖӘНЕ БАҒАЛАУЫ

Сабақ қарастырылуда $\mathcal{O}_n(a)$ формасындағы қалыпқа келтірілген функциялар $f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \cdots, n \geq 1$, бірлік шеңберіндегі аналитикалық, шартты қанағаттандырады

$$Re\left(1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) > a, a < 1,$$

Класс $\mathcal{O}_n(a)$ дөңес функциялардың Озаки класының және кластың жалпылануы $S^{\text{o}}(a)$ болып табылады ретті дөңес функциялар a, $0 \leq a < 1$. Параметрге шектеу ретіндеа сынып $\mathcal{O}_n(a)$ Озакидің дерлік дөңестік шартын жағдайына жалпылай отырып, дерлік дөңестікке тест алынды

$n \geq 1$. *Сынипта* $\mathcal{O}_n(a)$ *бұрмалау теоремасы және Шварцқа дейінгі норманың бағасы дәлелденді, бұл ерекше жағдайларда бірқатар белгілі нәтижелерге әкеледі.*

Түйінді сөздер: *дөңес функциялар, дерлік дөңес функциялар, бұрмалау теоремасы, Шварцқа дейінгі норма бағалауы.*

MAYER, F.F., KHABDULLINA, G.Zh., FLORINA, T.A.

DISTORTION THEOREM AND ESTIMATION OF THE PRE-SCHWARTZIAN NORM OF THE GENERALIZED OZAKI CLASS OF CLOSE-TO-CONVEX FUNCTIONS WITH GAPS IN THE POWER SERIES EXPANSION

The class is under consideration $\mathcal{O}_n(a)$ *normalized functions of the form* $f(z) = z + a_{n+1}z^{n+1} + a_{n+2}z^{n+2} + \cdots, n \geq 1$, *analytic in the unit disk, satisfying the condition*

$$Re\left(1 + z\frac{f''(z)}{f'(z)}\right) > a, a < 1,$$

Class $\mathcal{O}_n(a)$ *is a generalization of the Ozaki class of close-to-convex functions and the class* $S^o(a)$ *convex functions of order* a, $0 \leq a < 1$. *In the form of a restriction on the parameter* a *of the class* $\mathcal{O}_n(a)$, *a close-to-convexity criterion is obtained, generalizing the Ozaki close-to-convexity condition to the case* $n \geq 1$. *In the class* $\mathcal{O}_n(a)$ *the distortion theorem and the estimate of the pre-Schwarzian norm have been proven, which in special cases lead to a number of well-known results.*

Keywords: *convex functions, close-to-convex functions, distortion theorem, estimation of the pre-Schwarzian norm.*

Сведения об авторах:

Майер Федор Федорович *– кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Хабдуллина Гульнара Жумабековна *– магистр математики, старший преподаватель, кафедра математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Флорина Татьяна Андреевна *– магистрант ОП 7М05401 – Математика, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Майер Федор Федорович *– физика-математика ғылымдарының кандидаты, профессор, математика және физика кафедрасының профессоры, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Хабдуллина Гульнара Жумабековна *– математика магистрі, аға оқытушы, математика және физика кафедрасы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Флорина Татьяна Андреевна *– ОП 7М05401 – Математика мамандығының магистранты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Mayer Fyodor Fyodorovich *– Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Professor of the Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Khabdullina Gulnara Zhumabekovna *– Master of Mathematics, Senior Lecturer, Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Florina Tatyana Andreyevna *– Master's student, "7M05401 – Mathematics" educational program, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

UDC 519.245

Tastanov, M.G.,
Candidate of Physical and Mathematical Sciences,
Professor of the Department
of mathematics and physics,
Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University,
Kostanay, Kazakhstan.
Berdenova G.Zh.,
Master of Mathematics, Senior Lecturer,
Faculty of mechanical engineering,
energy and information technologies,
Department of mathematics and physics,
Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University,
Kostanay, Republic of Kazakhstan.

MODELING THE FINANCIAL RISKS OF AN INSURANCE COMPANY. ANDERSEN MODEL

Abstract

Since the probability of collapse directly affects the successful functioning of the insurer, this article discusses the factors affecting the collapse process and their modeling in a specific way. During the study, a risk model was worked on – the Sparre Andersen model.

Also, the mathematical model of financial risk, the description of the collapse process, and therefore the probability of collapse, did not go unnoticed. A mathematical picture of financial risk was developed and ways to solve it were considered.

Key words: *probability of collapse, collapse process, Sparre Andersen model, mathematical model of financial risk, collapse process, Monte Carlo method.*

1 Introduction

The main goal of considering risk processes as mathematical models is to improve the parameters of insurance processes (insurance amounts, insurance rates).

In this case, on the way to making some decisions, we rely on different criteria for efficiency [1].

Since the risk process is stochastic, we can determine the most likely distribution of the total total amount of insurance costs for the time in question. By determining this distribution, one can calculate the prices of insurance premiums. As a result, we can provide the appropriate capital with the necessary probability. It is the problems related to such aggregate payments that can be solved using the methods used in the Central Limit Theorem of probability theory [2].

The probability of collapse can be considered as another criterion for the effectiveness of the insurer's work. A collapse is when the risk process in question falls below a certain level over a finite or non-finite period of time.

At the same time, problems arising in connection with the law of distribution of the sum of insurance costs are solved by various methods of individual risk theory. Therefore, we have every reason to say that the theory of aggregate risk is a separate area of insurance mathematics.

Since the probability of collapse directly affects the successful functioning of the insurer, the factors affecting the collapse process and their real modeling are the main goal of our work.

For this reason, the object of study will be the model of aggregate risk – the Sparre Andersen model [3]-[4].

2 Materials and Methods

For calculations, the collapse probability equation was taken as a function that depends on the initial capital. The resulting collapse probability equation is an integral equation, since when solving it by classical numerical methods one encounters large errors in very large values of the variable, solving it by the Monte Carlo method, satisfactory results are obtained [5].

3-4 Results and Discussion

Sparre Andersen risk process.

Let us consider the financial fund of an insurance company. It consists of the initial capital and insurance premiums of each client who has entered into a contract in the range of $[0, t]$. We also take into account the loss of insurance events that occurred during this period of time. Let Q_i be the insurance premium of the i −th client. In it, the profit of the insurance company in the period of time $[0, t]$

$$X_+(t) = \sum_{i=1}^{N_+(t)} Q_i \quad (1)$$

is equal to the value of. Where $N_+(t)$ – is the number of contracts concluded in the time interval $[0, t]$. Let T_i – be the time when insurance events occurred, and $\tilde{Z}_i$ – be the insurance loss $i \geq 1$ and $0 \leq T_1 \leq T_2 \leq \cdots$). Let's assume that $N_-(t) = \max(n : T_n \leq t)$, $N_-(t) -$ is the number of insurance losses incurred during the $[0, t]$ period. Then the company's losses in the time interval $[0, t]$

$$X_-(t) = \sum_{i=1}^{N_-(t)} \tilde{Z}_i \quad (2)$$

is equal to the value of. Therefore, t is the "dynamic component" of the Insurance Company Fund at the moment of time

$$X_d(t) = X_+(t) - X_-(t) = \sum_{i=1}^{N_+(t)} Q_i - \sum_{i=1}^{N_-(t)} \tilde{Z}_i \quad (3)$$

is equal to the value of.

Let the initial capital of the insurance company be x.

Definition 1. We call the process $\tilde{X}(t) = x + X_d(t))$ a risk process.

The resulting model has significant analytical flaws. The random processes $X_+(t)$ and $X_-(t)$ in the model are not mutually independent, because it is obvious that there is always $N_-(t) \leq N_+(t)$. On the other hand, the $X_+(t)$ process cannot be called an exact offset of the $X_-(t)$ process. After all, after the conclusion of the insurance contract, it is under this contract that the time (by chance) passes until the insured event is fulfilled.

In order to compact the model, let's assume that the random variables, $Q_i, i = 1,2, \ldots$ are mutually and independent of the$N_+(t)$ process, equally distributed so that $d = \mathrm{E}Q_1$ is found. Let's also make a simple assumption about the $N_+(t)$ process: this process is a simple Poisson process that has a certain λ_+ density. There $EX_+(t) = d\lambda_+(t), t \geq 0$ it is clear that it will happen.

If the deviation of the random variable Q_i from the mathematical expectation d is not large, the random step $X_+(t)$ process describing the income of the insurance company has the form of a linear function $X_+(t) \approx \tilde{c}t$ can be replaced by mathematical care. Where $\tilde{c} = b\lambda_+$.

Next, we assume that the random variables $Z_i, i = 1,2, \ldots$ are mutual and independent of the $N_-(t)$ process, distributed by the same function $F(x)$, and $N_-(t)$ is a recovery process. Therefore, the random variables $\theta_i = T_{i+1} - T_i$ are mutually independent and equally distributed. In addition, we assume that $\mathrm{E}Z_1 = \mu < \infty$ and $\mathrm{E}\theta_1 = l < \infty$.

Thus, we come to the next model through assumptions made with the aim of compactness.

Definition 2. The Sparre Andersen risk model

$$\tilde{X}(t) = x + \tilde{c}t - \sum_{i=1}^{N(t)} \tilde{Z}_i, \quad t \geq 0 \tag{4}$$

we mean a random process in the form of. Where $c > 0$ – is the intensity of the resulting premiums, $N(t)$ – is the recovery process, $\tilde{Z}_1, \tilde{Z}_2, \ldots$ is a random variable distributed with the same function $\tilde{F}(x)$, so that $\tilde{F}(0) = 0$, independent of the process $N(t)$.

Security load

$$\rho = \frac{\tilde{c}l - \mu}{\mu} = \frac{\tilde{c}l}{mu} - 1 \tag{5}$$

we say about the magnitude. ρ safety load is sometimes also referred to as relative safety load. It has the meaning of the "unit" income of the insurance company over time [6].

Definition 3. The Andersen model refers to the classical risk process when $N(t) -$ is a Poisson process with an intensity $\lambda > 0$. Of course, the security load for the classic risk model is

$$\rho = \frac{c - \lambda\mu}{\lambda\mu} = \frac{c}{\lambda\mu} - 1 \tag{6}$$

is in the form, and

$$\mathrm{E}X(t) = x + \left(c - \frac{\mu}{l}\right)t \tag{7}$$

it's not hard to see what happens.

Therefore, if at $cl < \mu$ (negative security load), the financial stock decreases linearly as time increases. This will ruin the insurance company with a probability equal to 1, regardless of what the initial capital x was. We will dwell in more detail further.

Poisson flow is widely used in the modeling of real flows, such as failed events, damaged parts from space, equipment failures, etc. In addition, it is widely used in the analysis of financial payment flows and other financial mechanisms. The use of Poisson flow serves as the most realistic flow process when modeling processes in many mass service industries.

Definition 4. A random process $\{\xi(t), t \geq 0\}$ is called a Poisson process when it has the following properties:

1. For any $i \in [0, n]$, the values of $\xi(t_{i+1}) - \xi(t_i)$ are mutually independent ($n \in \mathbb{N}, t_i \in \mathbb{Z}$). Therefore, the increments of the process $\xi(t)$ are mutually independent.

2. For any $\mathrm{s}, \mathrm{t}, \mathrm{h} > 0$, there is a random set of values such as $\xi(\mathrm{t} + \mathrm{h}) - \xi(\mathrm{t})$ and the values of $\xi(\mathrm{s} + \mathrm{h}) - \xi(\mathrm{s})$ are equally distributed. That is, $\xi(\mathrm{t})$ is homogeneous.

3. $\xi(0)=0$.

4. For a certain λ at $h \downarrow 0$

$$\mathrm{P}(\xi(h) = 0) = 1 - \lambda h + o(h);$$
$$\mathrm{P}(\xi(h) = 1) = \lambda h + o(h);$$
$$\mathrm{P}(\xi(h) \geq 2) = o(h)$$

equalities are met.

Description of a simple risk process

Let's describe a simple process of risk using the following Game Terms: two players play, and each time the first player loses by one point, or wins by one point. $p \in (0,1)$ is the probability of winning, respectively, $q = 1 - p$ is the probability of losing. $a -$ is the initial total capital of two players, z – is the initial capital of the first player. a, z – are integers, and $0 \leq z \leq a$.

Thus, the process

$$X(t) = z + \sum_{i=1}^{t} Z_i \tag{8}$$

it is characterized by an equation. Where Z_i is mutually independent, discrete

$$Z_1 = \begin{cases} 1, \ with\ probability\ p \\ -1, \ with\ probability\ q \end{cases} \quad (9)$$

the same distributed random variable as the law.

When one of the two players runs out of capital (when the first player's capital is 0 or a), the game ends. This is the collapse of the corresponding player. Consider from the side of the first player. If $p < \frac{1}{2}$, the game is ineffective because $\mathrm{E}Z_1 < 0$. since $\mathrm{E}Z_1 > 0$ in the case of $p > \frac{1}{2}$, the game is rational. Well, in the case of $p = \frac{1}{2}$, no one has a victory, "Justice". let t_z be the loss time of the first player: $t_z = \min\{t : X(t) = 0\}$, q_z– the probability of collapse $q_z = \mathrm{P}\{t_z < \infty\}$ when the initial capital is z.

Collapse probability equation. If the initial capital is 0 or a, the game is not conducted. The probability of collapse is, respectively $q_0 = 1, q_a = 0$ is equal to the values of. If $0 < z < a$, then after the first batch, the initial capital takes the value $z + 1$ with probability p, and the value $z - 1$ with probability q. By the full probability formula: $q_z = pq_{z+1} + qq_{z-1}$.

Last expression characteristic equation

$$\lambda^2 - \frac{1}{p}\lambda + \frac{q}{p} = 0 \quad (10)$$

gives the difference equation, whose roots are 1 and $\frac{q}{p}$.

Classical risk process. The classic risk process has been studied for more than a century. The equation of this process is characterized by a dynamic portfolio of insurance companies, banks, and other financial institutions that redistribute financial flows in a risky environment. Details we have:

- the resulting premiums form a constant flow with an intensity of $\tilde{c}$;
- at random $0 < T_1 < T_2 < \cdots$ at random times, respectively, there are insurance events that cause losses at random $Z_1, Z_2, \ldots$;
- x is the initial (($T_0 = 0$ at the time) capital.

Then T is the capital at the moment of time

$$\tilde{X}(t) = x + \tilde{c}t - \sum_{i=1}^{N(t)} \tilde{Z}_i \quad (11)$$

it is characterized by a pattern. Where $N(t) = \max\{k : T_k \le t\}$, is the number of insurance events that occurred during the $[0, t]$ time period. Since the moments of time $T_i, i = 1,2, \ldots,$. are random variables, the time $\theta_i = T_{i+1} - T_i \ge 0$ between two insured events that occurred in parallel is also a random variable.

If $\theta_i, i = 1,2, \ldots,$ are mutually independent, all with the same parameter $\lambda > 0$ $F_\theta(u) = \mathrm{P}\{\theta_1 \le u\} = 1 - \exp(-\lambda y), u \ge 0$ is exponential, and the random variable $\tilde{Z}_i$ is mutually independent, all the same $\tilde{F}_{\tilde{Z}}(u) = \mathrm{P}\{\tilde{Z}_1 \le u\}, u \ge 0$; $\tilde{F}_{\tilde{Z}}(0) = 0$ if it is distributed by the law, then the stochastic process $\tilde{X}(t)$ is called the classical risk process.

The number of insured events was $N(t)$ with parameter λt

$$\mathrm{P}\{N(t) = k\} = \frac{(\lambda t)^k}{k!}\exp(-\lambda t), k = 0,1, \ldots \quad (12)$$

A random variable distributed by Poisson's law.

And the total loss of insurance events occurring in the period of time $[0, t]$ $\tilde{Z}_{[0,t]} = \sum_{i=1}^{N(t)} \tilde{Z}_i$ is also a random variable. This value is

$$P\{\tilde{Z}_{[0,t]} \le u\} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!}\exp(-\lambda t)\, \tilde{F}_{\tilde{Z}}^{*k}(u), u \ge 0 \quad (13)$$

the complex in the form of is distributed by Poisson's law. $\tilde{F}_{\tilde{Z}}^{*k} - \tilde{F}_{\tilde{Z}}$ is the k – order insulator of the $\tilde{F}_{\tilde{Z}}$ distribution function, i.e., the distribution function of mutually independent, equally distributed

k random variables, in which the distribution function is $\tilde{F}_{\tilde{Z}}$. We use the notation $\tilde{X}(t)$ to show the dependence of the process $\tilde{X}(t)$ from the random variable $\omega \in \Omega$. The trajectory of fixing the variable ω

$$\tilde{X}_{\omega}(t) = \{\tilde{X}(\omega, t), t \geq 0\}.$$

The classical risk process is fully defined by four quantities $(x, \tilde{c}, \lambda, \tilde{F}_{\tilde{Z}})$ that satisfy the conditions $x \geq 0, \tilde{c} > 0, \lambda > 0, \tilde{F}_{\tilde{Z}}(0) = 0$. A free risk process that satisfies the above conditions, the values of which are given by fixed parameters $\tilde{X} = \tilde{X}(x, \tilde{c}, \lambda, \tilde{F}_{\tilde{Z}})$ it is marked as.

Process collapse [7]. The collapse of the process $\tilde{X}(t)$ is understood as its transformation to zero. $\tilde{\mathcal{R}}(x) = \tilde{\mathcal{R}}\left(x, \lambda, \tilde{c}, \tilde{F}_{\tilde{Z}}\right) = \{\omega \in \Omega : \exists t \geq 0, \tilde{X}(\omega, t) \leq 0\}$an event takes place.

Moment of collapse $\tilde{\tau}(x) = \tilde{\tau}\left(x, \tilde{c}, \lambda, \tilde{F}_{\tilde{Z}}\right) = \min\{t : \tilde{X}(t) \leq 0\}$ also a random variable. This random variable depends on the parameters of the process $\tilde{X}(t)$ and can also be property-free, that is, take the value ∞ with a positive probability. Such a situation $[0, \infty]$ corresponds to trajectories that do not go bankrupt in time.

The probability of collapse of the process $\tilde{X}(t)$ $P\{\tilde{\tau}(x) < \infty\} = P(\tilde{\mathcal{R}}(x))$ we say magnitude, that is, a measure of the probability of all trajectories collapsing in a finite period of time. This value is also a function that depends on the process parameters. Designation: $\tilde{\mathcal{R}}(x) = \tilde{\mathcal{R}}\left(x, \tilde{c}, \lambda, \tilde{F}_{\tilde{Z}}\right) = P\{\tilde{\tau}(x) < \infty\}$.

In some cases, it is convenient to work with the probability of the viability of the risk process. Designation: $\tilde{S}(x) = \tilde{S}\left(x, \tilde{c}, \lambda, \tilde{F}_{\tilde{Z}}\right) = 1 - \tilde{\mathcal{R}}(x)$.

Dependence of collapse probability from process parameters. Let's pay attention to the monotony of the probability of collapse, which depends on the process parameters.

- $\tilde{\mathcal{R}}$ is a function that does not increase due to x.
- $\tilde{\mathcal{R}}$ is a function that does not increase due to c̃.
- $\tilde{\mathcal{R}}$ is a finite function related to λ.

If the order in the set of distribution functions is $F_1 \leq F_2 \Leftrightarrow F_1(x) \leq F_2(x), \forall x$ in the form of x, the function $\tilde{\mathcal{R}}$ does not increase due to $\tilde{F}_{\tilde{Z}}$.

Agregated risk process. Here we consider the discrete risk process, which is connected by aggregation with the classical risk process. Aggregation operator. Consider the $\tilde{X}(t)$ risk process. Fix the number $\delta > 0$, $\mathbb{R}^+$ numbers where the length of the increment δ $\Delta_i = [(i-1)\delta, i\delta]$ let's divide by intervals. Next, we will summarize the insurance costs incurred during this time period and the collected premiums. Then the prize received in any Δ_i period c=c̃ δ is equal to the value of. Z_i insurance loss is calculated as follows. For each i, the size Z_i is a random variable, and for $i = 1$, its distribution is calculated and

$$\mathrm{P}\{\tilde{Z}_{[0,t]} \leq u\} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \exp(-\lambda t)\, \tilde{F}_{\tilde{Z}}^{*k}(u), u \geq 0 \qquad (14)$$

is given by the expression, it is enough for us to put the value of the time length $t = \delta$:

$$F_Z(u) = \mathrm{P}(Z_1 \leq u\} = \mathrm{P}\{\tilde{Z}_{[0,\delta]} \leq u\} = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda\delta)^k}{k!} \exp(-\lambda\delta)\, \tilde{F}_{\tilde{Z}}^{*k}(u), u \geq 0. \qquad (15)$$

In addition, the loss $\{\tilde{Z}_k, k = 1,2, \ldots\}$ in the range of Δ_i is also a distribution function due to the independent, uniform distribution of insurance events, and the loss of the classical risk process $\{Z_i, i = 1,2, \ldots\}$ is uniform distribution

$$F_Z(u) = P\{Z_1 \leq u\} = P\left[\tilde{Z}_{[0,\delta]} \leq u\right] = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\lambda\delta)^k}{k!} \exp(-\lambda\delta)\, \tilde{F}_{\tilde{Z}}^{*k}(u), u \geq 0 \qquad (16)$$

is a random variable.

Thus, the value of the classical risk process $\tilde{X}(t)$ at $n\delta$ time for an integer $n\delta$

$$X(n) = x + cn - \sum_{i=1}^{n} Z_i, n = 0,1, \ldots \quad (17)$$

is defined by the expression [8]. This process is called the aggregated risk process and approximates the classical risk process when $\delta \to 0$. In addition, it depends on three parameters (x, c, F_Z) calculated by the parameters of the original classical process $(x, \tilde{c}, \lambda, \tilde{F}_{\tilde{Z}})$. We denote the aggregated risk process defined by the parameters (x, c, F_Z) as $X = X(x, c, F_Z)$, and ℵ is a set of risk processes whose aggregated parameters take all possible values:

$$ℵ = \{X(x, c, F_Z); x \geq 0, c > 0, F_Z(0) = 0\}. \quad (18)$$

Probability of collapse. Collaps.

Let us introduce the following designations: the collapse event of the aggregated risk process:

$\mathcal{R}(x, c, F_Z) = \mathcal{R}(x) = \{\omega: \exists n > 0, X_\omega(n) \leq 0\}$;

Moment of collapse: $\tau(x) = \tau(x, c, F_Z) = \min\{n : X(n) \leq 0\}$;

Probability of collapse: $R(x) = R(x, c, F_Z) = \mathrm{P}\{\tau < \infty\}$;

Probability of survival: $S(x) = S(x, c, F_Z) = \mathrm{P}\{\tau = \infty\} = 1 - R(x)$.

Let the order $F_1 \leq F_2 \Leftrightarrow F_1(u) \leq F_2(u), \forall u$ be defined in the set of functions. Looking at the risk parameters, it is worth mentioning the following properties of the probability of survival. The function $S(x)$ is a descending function depending on the initial capital x, the intensity of the premium flow c, and the distribution function F_Z [8].

Random delusion.

Aggregated risk process by substituting $Y_i = c - Z_i, i = 1,2, \ldots$

$$X(n) = x + \sum_{i=1}^{n} Y_i \quad (19)$$

it is written in the form. $Y_i, i = 1,2, \ldots -$ equally distributed, mutually independent "steps". Further [9] we can take advantage of the theorem in the literature:

Theorem 1:

$$X(n) = x + cn - \sum_{i=1}^{n} Z_i, n = 0,1, \ldots \quad (20)$$

an aggregated risk process exists only in one of the following three states, depending on the relationship between its parameters:

1. $c = \mathrm{E}Z_1$:oscillatory type; processes in this state can reach any of the given levels with a probability equal to 1, more precisely:

$\mathrm{P}\{\inf_{n\in\mathbb{N}} X(n) = -\infty\} = 1$ and $\mathrm{P}\{\inf_{n\in\mathbb{N}} X(n) = \infty\} = 1$.

2. $c < \mathrm{E}Z_1$: collapse type; for this type of process $\mathrm{P}\{\inf_{n\in\mathbb{N}} X(n) = -\infty\} = 1$

and with a probability equal to 1, is the finite minimum of $\mathrm{M}(x) = \max_{n\in\mathbb{N}} X(n)$.

3. c>EZ_1: living type; for this type of process $\mathrm{P}\{\inf_{n\in\mathbb{N}} X(n) = \infty\} = 1$

and with a probability equal to 1, is the finite minimum of $\mathrm{m}(x) = \min_{n\in\mathbb{N}} X(n)$).

According to the theorem, the process of the first kind collapses with a probability of $\mathrm{P}\{\inf_{n\in\mathbb{N}} X(n) = -\infty\} = 1$. This statement is also true for the process of the second type. For the third type of risk process, the probability of survival $S(x) = \mathrm{P}\{\mathrm{m}(x) > 0\}$ can be, in the general case, a positive number. Moreover, $\forall x, y \geq 0$ $\mathrm{m}(x) = \mathrm{m}(y) + (x - y)$ will. If the G_xx distribution function of the magnitude $\mathrm{m}(x)$ is fixed u, we get at $x \to \infty$ for y:

$$G_x(u) = P\{m(x) \leq u\} = P\{m(y) - y \leq u - x\} = G_y(u + y - x) \to 0$$

Therefore, the following theorem is appropriate.

Theorem 2. If $c > EZ_1$, then $\lim \lim_{x\to\infty} S(x) = 1$.

Note: the $c > EZ_1$condition is called the utility condition for risk.

Collapse probability equation. Using the full probability formula, it is not difficult to generalize the integral equation as a function of the initial capital for the probability of the existence of the process $X(n) = x + cn - \sum_{i=1}^{n} Z_i, n = 0,1, \ldots$. Let's fix the parameters c, F_Z and define the event " survival when the initial capital is x [10]:

$$S(x) = \{\omega \in \Omega : X(n) > 0, n = 0,1, \ldots; X(0) = x\}, \quad (21)$$

and the same "survival event when the initial capital is equal to I "for the interval I:

$$S(I) = \{\omega \in \Omega : X(n) > 0, n = 0,1, \ldots; X(0) = I\}.$$

It is clear that $S(x) \subseteq S_1 = \{Z_1 < x + c\}$. For an arbitrary integer $m > 0$,we divide the interval $[0, x + c)$ into equal parts m with length $\gamma = \frac{x+c}{m}$:

$$I_k = [(k-1)\gamma, k\gamma], k = 1, \ldots, m.$$

We get by the full probability formula:

$$\mathrm{P}\{S(x)\} = \sum_{k=1}^{m} S(x + c - I_k)\mathrm{P}\{Z_1 \in I_k\} == \sum_{k=1}^{m} S(x + c - I_k)\left(F_Z(k\gamma) - F_Z\big((k-1)\gamma\big)\right) \quad (22)$$

The right side of equality

$$\int_0^{x+c} S(x + c - u)dF_z(u)$$

gives the integral sum of the integral and converges to the same integral at $m \to 0$. And the left side is independent of m and equal to $S(x)$. Therefore,

$$S(x) = \int_0^{x+c} S(x + c - u)dF_Z(u). \quad (23)$$

This integral equation allows us to explore the properties of aggregated risk, which is given by the terms collapse and survival.

Example. An integral equation for the survival of a simple risk process/ $c = 1, p \in (0,1)$ and

$$F_Z(u) = \begin{cases} 0, & u < 0, \\ p, & 0 \le u \le 2, \\ 1, & u \ge 2. \end{cases} \quad (24)$$

let it be.

Note that the aggregated risk process $X(n) = x + cn - \sum_{i=1}^{n} Z_i, n = 0,1, \ldots$ becomes a simple risk process $X_n = z + \sum_{i=1}^{n} Z_i$. Where Z_i is a mutually independent, equally distributed random variable. Life probability equation

$$(x) = S(x + 1) + (1 - p)S(x - 1)$$

it has a type.

This equation is easily solved because it is a second-order differential equation. Note: the collapse probability equation $(n) = x + cn - \sum_{i=1}^{n} Z_i, n = 0,1, \ldots$, depends on the risk process, i.e., from the $F_Z(u)$) distribution function of random losses Z.

Numerical solutions to the collapse probability equation. Consider the classic risk model (Andersen model) [11]. λ is the intensity of the Poisson flow to the Company, c is the rate of accumulation of payments, and $D(u)$ is the distribution function of the cost at $\frac{\lambda b}{c} < 1$. There

$$R(x) = \frac{\lambda}{c}\int_0^x D(x - u)R(u)du + \frac{\lambda}{c}F(x), \quad (25)$$

where

$$F(x) = \int_x^{\infty} D(t)dt$$

and

$$b = \int_0^{\infty} tdD(t).$$

$R(x)$ is the initial capital – dependent collapse probability of $x \geq 0$. It is known that at $x \to 0$, the function $R(x)$ decreases monotonously. If $F(x)(x \geq 0)$ is continuous, the Integral equation of collapse probability due to the $\frac{\lambda b}{c} < 1$. Condition and the principle of representation by compression has the only solution in the class of functions $\mathbb{C}$ at the interval $[0, \infty]$ (in the space $(\mathbb{C}[0, \infty]$. In this case, the integral operator K is

$$(KR)(x) = \frac{\lambda}{c}\int_0^{\infty} R(u)D(x-u)du \qquad (26)$$

is determined in the form. There,

$$\left|\left|KR\right|\right|_{\mathbb{C}} \leq \left|\left|R\right|\right|\mathbb{C} \sup_{0 \leq x < \infty} \frac{\lambda}{c}\int_0^{x} D(x-u)du = \frac{\left|\left|R\right|\right|_{\mathbb{C}}\lambda b}{c}. \qquad (27)$$

Hence the following:

$$\left|\left|K\right|\right|_{\mathbb{C}} \leq \frac{\lambda b}{c} < 1. \qquad (28)$$

This integral equation is solved by the function $D(x)$ with the parameter $\alpha = 3$

$$D(x) \equiv P(x) = 0, 0 \leq u \leq \frac{\alpha - 1}{\alpha};$$

$$P(u) = 1 - \left(\frac{(\alpha-1)^{\alpha}}{\alpha u}\right), u > \frac{\alpha - 1}{\alpha}$$

for conditions $\lambda = 0.7, c = 1, x > 500$, when the Pareto distribution function is a function, it is quite difficult to solve with an accuracy of 0.03 using classical numerical methods.

However, the resulting integral equation can be solved by classical numerical methods (Euler's method, Runge-Kutta's method), bringing it to the Cauchy problem set for a second-order differential equation. But for very large x values ($x \gg 500$) we encounter very large errors. Therefore, we can estimate the solution of this integral equation at one point using the Monte Carlo method. Computational experience $\lambda = 0.8, c = 1$,

$$(x) = \begin{cases} 1, for\ x \leq k \\ \left(\frac{k}{x}\right)^{\alpha}, for\ x > k \end{cases}$$

and was developed for the Pareto distribution, the parameters of which are $\alpha = 2, 3, 5$ және $k > 0, k = \frac{\alpha-1}{\alpha}$.

5 Conclusion

During the study the necessary information was considered on random variables and their quantitative characteristics, which are very often used in modeling financial risks of an insurance company. In addition, the basic properties of normal random variables and Poisson random variables used in the risk model were analyzed.

To develop a mathematical model of financial risk, a mathematical representation of risk was given. The main types of insurance portfolios, the principles of determining the price of insurance, the quantitative characteristics of portfolios, which are the main part of the work of the insurance company, were analyzed. The aggregation process has been written to solve the model quantitatively.

References

1 Shakenov K.K. Monte Carlo Methods and Their Application. Methodological Development. – Almaty: KazMU, 1993. – 49 p.

2 Sobol I.M. Monte Carlo Method, 4th edition, supplemented and revised. – Moscow: Nauka, 1985. – 80 p.

3 Ermakov S.M. Monte Carlo Method and Related Issues, 4th edition. 2nd add. – Məskeu: «Nauka», 1982.

4 Shakenov K. Solution of Equation for Ruin Probability of Company for Some Risk Model by Monte Carlo Methods // Advances in Intelligent Systems and Computing 441, – 2015. – 169-182 b.

5 Novoselov A.A. Modeling of financial risks. Lectures for students of the Institute of Mathematics of SFU. Archive, 1998.

6 Medvedev G.A. Mathematical Foundations of Financial Economics. Study Guide, Part 1 – Minsk: "Electronic Book of BSU", 2003.

7 Medvedev G.A. Mathematical Foundations of Financial Economics. Study Guide, Part 2 – Minsk: "Electronic Book of BSU", 2003.

8 Skvarnik E.S. Numerical estimates of the probability of ruin in the classical risk model with constant interest in the case of heavy tails // Dalnevost. mat. zhurn., 2004, vol. 5, no. 1, 72–81 b.

9 Kornilov I.A. Elements of Insurance Mathematics. / Moscow International Institute of Econometrics, Computer Science, Finance, and Law. 2003. – 337 b.

10 Korolev V.Yu., Bening V.E., Shorgin S.Ya. Mathematical Foundations of Risk Theory – Moscow: Fizmatlit, 2011. – 591 p.

11 Shiryaev A.N. Fundamentals of Stochastic Financial Mathematics. Volume 1. Facts. Models. – Moscow: FAZIS, 1998. – 521 p.

ТАСТАНОВ, М.Г., БЕРДЕНОВА, С.Ж.

САҚТАНДЫРУ КОМПАНИЯСЫНЫҢ ҚАРЖЫЛЫҚ ТӘУЕКЕЛДЕРІН МОДЕЛЬДЕУ. АНДЕРСЕН МОДЕЛІ

Күйреу ықтималдығы сақтандырушының сәтті жұмыс істеуіне тікелей әсер ететіндіктен, бұл мақалада күйреу процесіне әсер ететін факторлар және оларды белгілі бір жолмен модельдеу қарастырылады. Зерттеу барысында тәуекел моделі – Спарре Андерсен моделі жасалды. Сондай-ақ, қаржылық тәуекелдің математикалық моделі, күйреу процесінің сипаттамасы, демек, күйреу ықтималдығы да назардан тыс қалмады. Қаржылық тәуекелдің математикалық көрінісі жасалып, оны шешу жолдары қарастырылды.

Түйінді сөздер: *күйреу ықтималдығы, күйреу процесі, Спарре Андерсен моделі, қаржылық тәуекелдің математикалық моделі, Монте-Карло әдісі.*

ТАСТАНОВ, М.Г., БЕРДЕНОВА, С.Ж.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИНАНСОВЫХ РИСКОВ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ. МОДЕЛЬ АНДЕРСЕНА

Поскольку вероятность банкротства напрямую влияет на успешное функционирование страховщика, в данной статье рассматриваются факторы, влияющие на процесс банкротства, и их моделирование определенным образом. В ходе исследования была разработана модель риска – модель Спарре Андерсена. Также не осталась незамеченной математическая модель финансового риска, описание процесса краха, а следовательно, и вероятности краха. Была разработана математическая картина финансового риска и рассмотрены пути его решения.

Ключевые слова: *вероятность краха, процесс краха, модель Спарре Андерсена, математическая модель финансового риска, метод Монте-Карло.*

Information about the authors:

Tastanov Meirambek Gabdualiyevich *– Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Berdenova Gulnar Zhalgassovna *– Master of Mathematics, Senior Lecturer, Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Тастанов Мейрамбек Габдуалиевич *– физика-математика ғылымдарының кандидаты, профессор, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университетінің математика және физика кафедрасы, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Берденова Гульнар Жалгасовна *– математика магистрі, аға оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, математика және физика кафедрасы, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Тастанов Мейрамбек Габдуалиевич *– кандидат физико-математических наук, профессор, кафедра математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Берденова Гульнар Жалгасовна *– магистр математики, старший преподаватель, кафедра математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

УДК 519.245

Тастанов, М.Г.,
кандидат физико-математических наук,
профессор кафедры математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Жарлыгасова, Э.З.,
магистр естественных наук,
старший преподаватель
кафедры математики и физики,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан

ОБ ОДНОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ РЕГУЛЯРНОЙ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Аннотация

В статье рассматривается задача о двухфазном течении в пористой среде, имеющая широкое применение в гидродинамике подземных вод, нефтегазовой инженерии, теплофизике и геотехнике. Теоретической основой исследования служат обобщение закона Дарси для многофазных потоков с использованием относительных фазовых проницаемостей и уравнение сохранения массы фаз, учитывающее зависимость между насыщенностью и капиллярным давлением. Для решения задачи о двухфазном течении при заданных начальных и граничных условиях, с учетом сложной геометрии и неоднородности коэффициентов, предлагается стохастический подход (методы Монте-Карло). Значительное внимание уделяется также регуляризации вырождающихся параболических уравнений, возникающих в задачах двухфазной фильтрации при нулевой или предельной насыщенности. В численных экспериментах для оценки решений и их производных использовались алгоритмы «блуждания по сферам» и «блуждания по границам».

Ключевые слова: *двухфазная фильтрация, метод Монте-Карло, модель Маскета-Леверетта, закон Дарси, регулярная задача, насыщенность, капиллярное давление, приведенное давление, тензор фильтрации, случайные блуждания по сферам, случайные блуждания по границам, оценка решения.*

1 Введение

Рассматриваем общую теория фильтрации, которая подробно описана в монографиях: [1-6]. Мы в основном используем модель, описанную в монографии [1]. Рассматривается модель Маскета-Леверетта, то есть система уравнений относительно скорости фильтрации $\vec{v}_i$, давления p_i, плотности ρ_i насыщенности $s = (s_1 - s_1^0)/(1 - s_1^0 - s_2^0)$ несмешивающихся жидкостей, движущихся в пористой среде, в изотермическом случае:

$$\frac{\partial}{\partial t}(m\rho_i s_i) + div(\rho_i \vec{v}_i) = 0, i = 1,2,$$

$$\vec{v}_i = -K_0 \frac{\bar{k}_{0i}}{\mu_i}(\nabla p_i + \rho_i \vec{g}), i = 1,2,$$

$$p_2 - p_1 = p_c(x,s), s \equiv \frac{s_i - s_1^0}{1 - s_1^0 - s_2^0}, 0 \le s \le 1,$$

и эта система замыкается заданием уравнений состояния жидкостей

$$\rho_i = \rho_i(p_i), i = 1,2.$$

Функциональные параметры$m, \bar{k}_{0i}, K_0, j$ модели Маскета-Леверетта предполагаются заданными функциями соответствующих переменных x или s и все числовые параметры (μ_i, ρ_i, s_i^0и другие) фиксированными. При этом фазовые проницаемости $k_{0i}(s) > 0, s \in (0,1), k_{01}(0) = k_{02}(1) = 0$.

2 Материалы и методы

Всесторонние исследования корректности нелинейных краевых задач фильтрации двухфазных жидкостей были проведены в работах С.Н. Антонцева и В.Н. Монахова [7-13].

Итак, модель Маскета-Леверетта двухфазной фильтрации несжимаемых жидкостей ($\rho_i = const$) в пористой среде определяется следующей системой уравнений относительно фазовых скоростей фильтрации $\vec{v}_i$, давлений p_i и насыщенностей s_1, s_2 ($s_1 + s_2 = 1$):

$$m\frac{\partial}{\partial t}\rho_i s_i + div\rho_i \vec{v}_i = 0; \ -\vec{v}_i = K_i(\nabla p_i + \rho_i \vec{g}), i = 1,2,$$

$$p_2 - p_1 = p_c(x,s), \left(s \equiv \frac{s_1 - s_1^0}{1 - s_1^0 - s_2^0}\right).$$

Здесь $K_i = K_0 k_{0i}(s)$ – симметричный тензор фазовой проницаемости, $K_0(x)$ – тензор фильтрации для однородной жидкости, $k_{0i} = \frac{1}{\mu}\bar{k}_{0i}(s)$ – фазовые проницаемости для однородного изотропного грунта.

В работах [14, 15] были даны постановки задач фильтрации в потенциалах $\Phi_i = p_i + \rho_i gh$, ($\vec{g} = g\nabla h$), для которых последняя система принимает вид

$$\frac{\partial(\Phi_2 - \Phi_1)}{\partial t} = \hat{a} \cdot div(K_1 \nabla \Phi_1), \frac{\partial(\Phi_1 - \Phi_2)}{\partial t} = \hat{a} \cdot div(K_2 \nabla \Phi_1),$$

где $\hat{a} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p_c}{\partial s}$, $s = p_c^{-1}\{x, \Phi_2 - \Phi_1 + (\rho_1 - \rho_2)h\}$. Эта система также нелинейная и вырождается при $s = 0,1$. Она не может быть разрешена относительно производных $\frac{\partial \Phi_i}{\partial t}$, $i = 1,2$. В работах А.Н. Коновалова [14, 15] для плоского случая ($x \in R^n, n = 2$) в качестве искомых функций были предложены насыщенность $s(x,t)$ и функция тока $\psi(x,t)$ суммарного потока, а в работах [7-15] – $s(x,t)$ и компоненты (u_1, u_2) вектора суммарной скорости $\vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2$. В результате такого выбора искомых функций получается система двух (трех) уравнений: вырождающегося параболического для $s(x,t)$ и равномерно эллиптического для $\psi(x,t)$ (соответственно эллиптической системы первого порядка для $(u_1, u_2) = \vec{v}$). При этом уравнения для каждой из искомых функций не содержат старших производных от других неизвестных.

В случае произвольной размерности $n \ge 1$ ($x \in R^n$) присоединяют к искомой функции $s(x,t)$ некоторые среднее «приведенное» давление $p(x,t)$, выбранное таким образом, чтобы полученная система уравнений для $s(x,t)$ и $p(x,t)$ обладала теми же свойствами, что и система для $s(x,t)$ и $\psi(x,t)$ при $n = 2$. Сложив поделенные на $\rho_i = const$ уравнения неразрывности, получают соотношение

$$div\vec{v} = 0, \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2,$$

в котором $\vec{v}$ –вектор скорости фильтрации смеси ($|\vec{v}|$ –полный удельный расход смеси).

Введем новую функцию – «приведенное» давление

$$p = p_1 - \int \frac{\partial p_c}{\partial s} \cdot \frac{k_{02}}{k} d\xi + \rho_1 gh,$$

где $k = k_{01} + k_{02}$, $g\nabla h = \vec{g}$.

Такой выбор искомой функции приведет к системе уравнений относительно$s(x,t)$ и$p(x,t)$:

$$m\frac{\partial s}{\partial t} = div(K_0 a\nabla s + K_1\nabla p + \vec{f}_0) \equiv -div\vec{v}_1(s,p),$$

$$div(K\nabla p + \vec{f}) \equiv -div\vec{v}(s,p) = 0,$$

где $a = -\frac{\partial p_c}{\partial s}\cdot\frac{k_{01}k_{02}}{k_{01}+k_{02}}$, $\vec{f}_0 = K_1\int_s^1 \nabla\frac{\partial p_c}{\partial s}\cdot\frac{k_{02}}{k}d\xi$, $-\vec{v}_1(s,p) = K_0 a\nabla s + K_1\nabla p + \vec{f}_0$, $K = kK_0$,

$\vec{v}(s,p) = -(K\nabla p + \vec{f})$,$\vec{f} = K\int_s^1 \nabla\frac{\partial p_c}{\partial s}\cdot\frac{k_{02}}{k}d\xi + K_2\nabla p_c + K_2(\rho_2-\rho_1)\vec{g}$.

Удобство этой системы заключается в том, что вектор$\vec{v}$ представляется через ∇p и s и не зависит от ∇s и символ ∇ применяется только по переменной x, входящей явно. Этот факт является основополагающим при применении алгоритмов методов Монте-Карло.

Введя обозначения $K_1K^{-1} = k_{01}K^{-1} \equiv b(s)$, $\vec{F} = \vec{f}_0 - b\vec{f}$, и $-\vec{v}_1 = K_0 a\nabla s - b\vec{v} + \vec{F}$, получают систему относительно $s(x,t)$, $p(x,t)$, $\vec{v}(s,p)$:

$$m\frac{\partial s}{\partial t} = div(K_0 a\nabla s - b\vec{v} + \vec{F}),$$

$$div(K\nabla p + \vec{f}) = 0,$$

где $m = \bar{m}(1 - s_1^0 - s_2^0)$.

Здесь тензор фильтрации $K_0(x)$ предполагается симметричным и положительно определенным, т.е.

$$k_{0ij} = k_{0ji}, \gamma|\xi|^2 \le (K_0\xi,\xi) = \sum_{i,j} k_{0ij}\xi_i\xi_j \le \gamma^{-1}|\xi|^2, \gamma > 0,$$

а капиллярное давление и относительные фазовые проницаемости обладают свойствами

$$\frac{\partial p_c}{\partial s} < 0, k = k_{01} + k_{02} > 0,$$

и поэтому с учетом свойств $k_{0i}(s)$ будет $a(x,s) > 0$ при $s \in (0,1)$ и $a(x,0) = a(x,1) = 0$.

Система относительно переменных $s(x,t)$ и $p(x,t)$ является квазилинейной и состоит из равномерно эллиптического уравнения для $p(x,t)$ и вырождающегося при $s = 0{,}1$ параболического уравнения для $s(x,t)$.

3-4 Результаты и обсуждение

Постановка начально-краевой задачи. Рассматривается фильтрационное течение в заданной конечной области Ω с кусочно-гладкой границей $\partial\Omega$ и она может разбиваться на несколько связных компонент $\partial\Omega^i$. Пусть $Q = \Omega\times[0,T]$, $\mathbb{S}^i = \partial\Omega^i\times[0,T]$, n −внешняя нормаль к $\partial\Omega$.

Условия не протекания на $\partial\Omega^0$ для обеих фаз имеют вид:

$$\vec{v}\cdot\vec{n} = \vec{v}_1\cdot\vec{n} = 0, (x,t)\in\mathbb{S}^0 = \partial\Omega^0\times[0,T].$$

Краевые условия будут иметь вид:

$$p = p_0(x,t), s = s_0(x,t), (x,t)\in\mathbb{S}^2 = \partial\Omega^2\times[0,T],$$

$$-(K\nabla p + \vec{f})\cdot\vec{n} \equiv \vec{v}\cdot\vec{n} = R(x,t), (x,t)\in\mathbb{S}^1 = \partial\Omega_x^1[0,T],$$

$$-(K_0 a\nabla s + K_1\nabla p + \vec{f}_0)\cdot\vec{n} \equiv \vec{v}_1\cdot\vec{n} = bR(x,t), (x,t)\in\mathbb{S}^1.$$

Последние равенства при $R(x,t) = 0$ эквивалентны условиям непротекания на $\partial\Omega^0$. Тогда можно включить $\partial\Omega^0$ в $\partial\Omega^1$ и предполагать, что $\partial\Omega^1$ состоит из нескольких компонент, на части которых $R(x,t) = 0$. Итак, $\partial\Omega = \partial\Omega^1\cup\partial\Omega^2$. Начальное условие достаточно задавать лишь для насыщенности $s(x,t)$:

$$s(x,0) = s_0(x,0), x\in\Omega.$$

Важно отметить, что компоненты $\partial\Omega^1$ или $\partial\Omega^2$ могут на $\partial\Omega$ отсутствовать, то есть возможно $\partial\Omega \equiv \partial\Omega^1$ или $\partial\Omega^2$. В случае, когда $\partial\Omega \equiv \partial\Omega^1$, закон сохранения массы смеси в области Ω приводит к следующему необходимому условию:

$$\int_{\Omega} p(x,t)dx = \int_{\partial\Omega} R(x,t)dx = 0, t \in [0,T].$$

Здесь в основном рассматривается задача в этой постановке и алгоритмы методов Монте-Карло, а именно алгоритмы «блуждания по сферам» и «блуждания по границам» применяются для оценивания решения и производных от решения этой задачи [31].

В работе [1] также рассматриваются некоторые упрощения коэффициентов. Если суммарная скорость фильтрации не зависит от насыщенности, то есть если коэффициенты $K = K_0(x)k(s)$ и $\vec{f}(x,s)$ не зависят от s, то система уравнений для определения $s(x,t)$ и $p(x,t)$ распадается и допускает последовательное определение поля скорости $\vec{v}$ и фазовых насыщенностей $s_i(x,t)$.

В [1] предлагаются два приближенных метода решения задач двухфазной фильтрации – регулярных и вырождающихся. В каждом из этих методов на промежуточном шаге решается линейная дифференциальная задача, которая может быть аппроксимирована известными разностными схемами.

Регулярная задача. Рассматривается следующая начально краевая задача для $s(x,t)$ и $p(x,t)$:

$$m\frac{\partial s}{\partial t} = div(K_0 a\nabla s + K_1\nabla p + \vec{f}_0),\ (x,t) \in Q,$$

$$div(K\nabla p + \vec{f}) = 0,\ (x,t) \in Q,$$

$$s(x,t) = s_0(x,t),\ p(x,t) = p_0(x,t),\ (x,t) \in \mathbb{S} = \partial\Omega \times [0,T],$$

$$s(x,0) = s_0(x,0),\ x \in \Omega.$$

Для решения этой задачи предлагаются два приближенных метода [18, 19].

В обоих методах сначала решается линейная эллиптическая задача относительно $p^{i+1}(x,t)$ $(p_{i+1}(x,t))$ при заданном значении насыщенности. Определенное на $i+1$ шаге «приведенное» давление $p(x,t)$ подставляется затем в коэффициенты параболического уравнения и для определения $s^{i+1}(x,t)$ $(s_{i+1}(x,t))$ решается соответствующая линейная задача. Найденные при этом функции $s^{i+1}(x,t)$ $(s_{i+1}(x,t))$ используются для нахождения $p^{i+2}(x,t)$ $(p_{i+2}(x,t))$ на следующем временном слое, и так далее.

Постановка задачи.

Проведем некоторые численные эксперименты решения задачи фильтрации методами Монте-Карло. В области $Q = \Omega\times[0,T]$, где $\Omega=\{0 < x_1 < 1, 0 < x_2 < 1, 0 < x_3 < 1\}$ – единичный куб с границей $\partial\Omega, \partial Q = \partial\Omega \times [0,T]$, рассматривается регулярная задача:

$$m\frac{\partial s}{\partial t} = div\left(K_0 a\nabla s + K_1\nabla p + \overrightarrow{f_0}\right), (x,t) \in Q,$$

$$div\left(K\nabla p + \vec{f}\right) = 0, (x,t) \in Q,$$

двухфазной фильтрации: $s(x,t) = s_0(x,t), (x,t) \in \partial\Omega$, где

$$p(x,t) = s_0(x,t), (x,t) \in \partial\Omega, s(x,0) = s^0(x), x \in \Omega,$$

m – пористость, $m = m(x), K_0 = K_0(x)$ – тензор фильтрации для однородной жидкости, $K_i = K_0(x)\cdot k_{0i}(s)$ – симметричные тензоры фазовой проницаемости, $k_{0i}(s) = \frac{1}{\mu_i}\cdot\overrightarrow{k_{0i}}(s)$ – фазовые проницаемости для однородного изотропного грунта, μ_i – коэффициенты динамической вязкости, $\overrightarrow{k_{0i}}(s)$ – относительные фазовые проницаемости, s_i – насыщенности, $0 < s_i^0 \le s_i \le 1 - s_j^0,\ i \ne j,\ s_1 + s_2 = 1,\ s \equiv \frac{(s_1 - s_1^0)}{(1-s_1^0-s_2^0)},\ 0 \le s \le 1,\ p_i$ – давление, $p_2 - p_1 = p_c(x,s)$ – капиллярное давление, $p = p_1 - \int_s^1 \frac{\partial p_c}{\partial s}\cdot\frac{k_{02}}{k}d\xi + p_1 gh$ – «приведенное» давление, где $k(s) = k_{01}(s) + k_{02}(s)$, $\mathrm{g}\nabla\mathrm{h} = \vec{g}$, p_i – плотности жидкости, $\vec{g}$ – сила тяжести.

$$a = -\frac{\partial p_c}{\partial s}\cdot\frac{k_{01}\cdot k_{02}}{k},$$

$$\overrightarrow{f_0} = K_1 \int_s^1 \nabla \frac{\partial p_c}{\partial s} \cdot \frac{k_{02}}{k} \mathrm{d}\xi,$$

$$K = K_1 + K_2 = k \cdot K_0 = (k_{01} + k_{02}) \cdot K_0,$$

$$\vec{f} = K \int_s^1 \nabla \frac{\partial p_c}{\partial s} \cdot \frac{k_{02}}{k} \mathrm{d}\xi + K_2 \nabla p_c + K_2 (p_2 - p_1) \cdot \vec{g}$$

или

$$\vec{f} = K K_1^{-1} + K_2 \nabla p_c + K_2 (p_2 - p_1) \overrightarrow{g},$$

$$\nabla p_c(x,s) = \nabla_x p_c(x,s) = \left(\frac{\partial p_c}{\partial x_1}, \frac{\partial p_c}{\partial x_2}, \frac{\partial p_c}{\partial x_3} \right).$$

Рассматриваются условия независимости суммарной скорости фильтрации от насыщенности. Если коэффициенты $K(x,s) = K_0(x)k(s)$ и $\vec{f}(x,s)$ не зависят от s, то система уравнений распадается и допускает последовательное определение поля скорости $\vec{v}$ и фазовых насыщенностей $s_i(x,t)$. в этом случае параметры модели Маскета-Леверетта определяются следующим образом:

1. $k = k_{01}(s) + k_{02}(s) = const$ – предположение с достаточной степенью точности реализуется для смешивающихся жидкостей, для которых $K_{01}(s) = \lambda \cdot s$, $k_{02}(s) = \lambda \cdot (1-s)$, $\lambda = const$. В случае несмешивающихся жидкостей существенное отклонение от постоянной наблюдается лишь вблизи предельных значений $s = 0,1$ приведенной насыщенности.

2. $\frac{1}{\overline{m}(x)} \cdot detK_0(x) = const$, при этом имеем $p_c = p_c(s)$, то есть $\frac{\partial p_c}{\partial x_1} = 0$.

3. Не учитываются силы тяжести $\vec{g} = 0$ или жидкости имеют одинаковые плотности $p_1 = p_2$. Введем обозначения:

$$A(x, s^j) \equiv -\left. \frac{\partial p_c(s)}{\partial s} \right|_{s=s^j} \cdot \frac{k_{01}(s^j) \cdot k_{02}(s^j)}{k(s^j)} \cdot \frac{1}{m(x)}, B_i(x) \equiv \frac{1}{K_0(x)} \cdot \frac{\partial K_0(x)}{\partial x_i}, C(x, s^j) = \frac{k_{01}(s^j)}{m(x)},$$

где для определения давления $p(x,t)$ получим задачу:

$$\Delta p(x,t) + \sum_{i=1}^{n} B_i(x) \cdot \frac{\partial p(x,t)}{\partial x_1} = 0,$$

$$(x,t) \in Q, p(x,t) = p_0(x,t), (x,t) \in \partial\Omega;$$

для определения $s^{j+1}(x)$ насыщенности получим задачу:

$$\tau \cdot A(x, s^j) \cdot K_0(x) \Delta s^{j+1} + \tau A(x, s^j) \sum \frac{\partial K_0(x)}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial s^{j+1}(x)}{\partial x_i} - s^{j+1}(x) =$$

$$-\tau \cdot C(x, s^j) \cdot \left(K_0(x) \Delta p_\varepsilon(x, \tau j) + \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial K_0(x)}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial p_\varepsilon(x, \tau j)}{\partial x_i} \right) + s^j(x),$$

$$s^{j+1}(x) = s_0(x), x \in \partial\Omega, \; s^0(x,0) = s^0(x), x \in \Omega, j = 0,1,2, \dots, M-1.$$

Или

$$\Delta s^{j+1}(x) + \frac{1}{K_0(x)} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial K_0(x)}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial s^{j+1}(x)}{\partial x_i} - \frac{1}{\tau \cdot A(x, s^j) \cdot K_0(x)} \cdot s^{j+1}(x) =$$

$$-\frac{C(x, s^j)}{A(x, s^j)} \cdot \Delta p_\varepsilon(x, \tau j) - \frac{C(x, s^j)}{A(x, s^j) \cdot K_0(x)} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial K_0(x)}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial p_\varepsilon(x, \tau j)}{\partial x_i} +$$

$$+ \frac{s^j}{\tau \cdot A(x, s_j) \cdot K_0(x)},$$

$$s^{j+1}(x) = s_0(x), x \in \partial\Omega, \; s^0(x,0) = s^0(x), x \in \Omega, j = 0,1,2, \dots, M.$$

Окончательно получим:

$$\begin{cases} \Delta p(x,\tau j) + \sum_{i=1}^{n} B_i(x) \cdot \dfrac{\partial p(x,\tau j)}{\partial x_i} = 0, (x,\tau j) \in Q \\ p(x,\tau j) = p_0(x,\tau j), (x,\tau j) \in \partial Q. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \Delta s^{j+1}(x) + \sum B_i(x) \cdot \frac{\partial s^{j+1}(x)}{\partial x_i} + \tilde{A}\left(x, s^j\right) \cdot s^{j+1}(x) = F\left(x, s^j, p_\varepsilon\right), x \in \Omega, j = 0,1,..,M-1 \\ s^0(x,0) = s^0(x), x \in \Omega, \\ s^{j+1}(x) = s_0(x), x \in \partial\Omega, j = 0,1,2,\dots,M-1, \end{cases} \quad (2)$$

где

$$\tilde{A}\left(x, s^j\right) = -\frac{1}{\tau \cdot A(x, s^j) \cdot K_0(x)},$$

$$F\left(x, s^j, p_\varepsilon\right) = -\frac{C\left(x, s^j\right)}{A(x, s^j)} \cdot \Delta p_\varepsilon(x,\tau j) - \frac{C\left(x, s^j\right)}{A(x, s^j) \cdot K_0(x)} \cdot \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial K_0(x)}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial p_\varepsilon(x,\tau j)}{\partial x_i} + \frac{s^j}{\tau \cdot A(x, s^j) \cdot K_0(x)},$$

$p_\xi(x,\tau j) - \varepsilon$ смешенная оценка задачи (1) на j-ом временном слое; $\frac{\partial p_\xi(x,\tau j)}{\partial x_i}$и $\Delta p_\varepsilon(x,\tau j)$ также оцениваются методами Монте-Карло.

Предположим, $A\left(x, s^j\right) = c_1 = const, K_0(x) = c_2 = const, C\left(x, s^j\right) = c_3 = const.$

Тогда имеем

$$\frac{\partial K_0(x)}{\partial x_i} = 0, B_i(x) = \frac{1}{K_0(x)} \cdot \frac{\partial K_0(x)}{\partial x_i} = 0.$$

И для определения приведенного давления $p(x,\tau j)$ получим:

$$\begin{cases} \Delta p(x,\tau j) = 0, x \in \Omega, j = 0,1,2,\dots,M, \\ p(x,\tau j) = p_0(x,\tau j), x \in \partial\Omega, j = 0,1,2,\dots,M \end{cases} \quad (3)$$

а для определения насыщенности $s^{j+1}(x)$ получим:

$$\begin{cases} \Delta s^{j+1}(x) - \alpha \cdot s^{j+1}(x) = -\beta \cdot s^j(x), x \in \Omega, j = 0,1,2,\dots,M-1 \\ s^{j+1}(x) = s_0(x), x \in \partial\Omega, j = 0,1,2,\dots,M-1 \\ s^0(x,0) = s^0(x), x \in \Omega, \end{cases} \quad (4)$$

где

$$\alpha = \frac{1}{\tau \cdot c_1 \cdot c_2}, \beta = \frac{1}{\tau \cdot c_3}.$$

Для расчета давления и насыщенности в кубической области $\Omega = \{0 \le x_1 \le 1{,}0 \le x_2 \le 1{,}0 \le x_3 \le 1\}$ со сложными граничными и начальными условиями были рассмотрены задачи (3) и (4). Точное решение задачи (3) имеет вид $p(x,t) = exp(t) \cdot (ax_1^2 + bx_1^2 + cx_1^2) = exp(\tau j) \cdot (ax_1^2 + bx_2^2 + cx_3^2) = p(x,\tau j)$. Граничное условие и числовые параметры a, b, c были подобраны соответствующим образом. Точное решение задачи (4) имеет вид $s^{j+1}(x) = dx_1^2 + ex_2^2 + rx_3^2$. Входные данные: числовые параметры d, e, r, α, β, правая часть – $s^j(x)$, граничное условие – $s_0(x)$ и начальное условие – $s^0(x)$ были подобраны соответствующим образом для временного слоя $j = 0$.

Для двух значений ε (ε – окрестность границы $\partial\Omega$) было оценено в точке $x_1 = 0.5, x_2 = 0.6, x_3 = 0.3$и при $\tau = 0.1, j = 1, a = 5, b = -1, c = -4$ решение $p(x,\tau j)$ задачи (3) двумя алгоритмами: «блужданием по сферам» и «блуждание по границам».

Для этих же значений ε и точкиx при $j = 0, d = 0.5, e = 2.0, r = -4$ также было оценено решение s^1 задачи (4) двумя алгоритмами. Количество траектории для обоих алгоритмов равно 10000. Численные значения результатов расчета приведены в таблицах:

Таблица 1 – Алгоритм «блуждания по сферам»

Оценки	Точное решение	Погрешность для $\xi = 0{,}01$	Погрешность для ξ=0,02	Оценка
p	0.5857	$\|0.0070\|$	$\|0.0075\|$	0.592
s	0.735	$\|0.0070\|$	$\|0.0075\|$	0.744

Таблица 2 – Алгоритм «блуждания по границам»

Оценки	Точное решение	Оценка
p	0.5857	0.592
s	0.735	0.744

Расчеты для разных ε проводились по одним и тем же траекториям. В качестве погрешностей, для алгоритма «блуждания по сферам», взяты оценки среднеквадратичных отклонений.

5 Выводы

На первый взгляд кажется, что вероятностное решение краевых задач для эллиптического уравнения невозможно построить, используя только метод «блуждания по сферам», поскольку вероятностное представление решения зависит от поведения винеровской траектории внутри сфер. Однако это все же оказалось возможным благодаря использованию «частичного усреднения» и специальных интегральных уравнений второго рода. Поэтому в данной работе непосредственно рассматривается процесс «блуждания по сферам», который значительно проще винеровского процесса.

Применение двух алгоритмов в численных экспериментах для решения задачи двухфазной фильтрации позволяет получить хорошие оценки решения рассматриваемых задач и может быть использовано в дальнейшем для решения более сложных проблем математической физики.

Список литературы

1 Антонцев С.Н., Кажихов А.В., Монахов В.Н. Краевые задачи механики неоднородных жидкостей. – Новосибирск, Наука, 1983. – 327 с.

2 Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе А.В. Теоретическая гидромеханика. Ч.1. – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука, 1963. – 583 с.

3 Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1970 – 904 с.

4 Развитие исследований по теории фильтрации // Под редакцией П.Я. Полубояриновой-Кочиной. – М.: Наука, 1969. – 545 с.

5 Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.1. – М.: Наука,1970. – 492 с.

6 Коновалов А.Н. Задачи фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. – Новосибирск: Наука, 1988. – 166 с.

7 Антонцев С.Н., Монахов В.Н. О некоторых задачах фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости // Динамика сплошной среды, выпуск 2. – Новосибирск, Наука, 1969. – С. 156-157.

8 Антонцев С.Н., Монахов В.Н. Об общей квазилинейной модели фильтрации несмешивающихся жидкостей // Динамика сплошной среды, Институт гидродинамики СО АН СССР. – Новосибирск, Наука, 1969. Вып.3. – С. 5-17.

9 Антонцев С.Н., Монахов В.Н. Некоторые нестационарные задачи фильтрации неоднородных жидкостей со свободными (неизвестными) границами // Динамика сплошной среды, Институт гидродинамики СО АН СССР. – Новосибирск, Наука, 1969. Вып.3. – С. 18-32.

10 Антонцев С.Н., Монахов В.Н. О некоторых нестационарных задачах с неизвестными границами // В кн. Некоторые проблемы математики и механики. – Л.: Наука, 1970. – С. 75-87.

11 Антонцев С.Н., Монахов В.Н. Корректность пространственных задач фильтрации несмешивающихся жидкостей в неоднородных пористых средах // В кн. Динамика неоднородной жидкости. – Новосибирск, изд. Института гидродинамики СО АН СССР.1976. – С. 3-15.

12 Антонцев С.Н., Монахов В.Н. Краевые задачи для некоторых вырождающихся уравнений механики сплошной среды // Курс лекций. – Новосибирск. Изд. Новосибирского университета, Ч.2. 1977. – С. 48-76.

13 Антонцев С.Н., Монахов В.Н. Пространственные задачи нестационарной фильтрации в неоднородных анизотропных пористых средах // Доклады АН СССР,1978, Т. 243, №3. – С. 553-556.

14 Коновалов А.Н. Задачи фильтрации многофазной несжимаемой жидкости. Новосибирск. Изд. Новосибирского университета. 1972. –128 с.

15 Коновалов А.Н. О некоторых вопросах, возникающих при численном решении задач фильтрации двухфазной несжимаемой жидкости // В кн. Труды Математического института АН СССР. 1973. Т.122. – С.2-23.

16 Антонцев С.Н., Папин А.А. Приближенные методы решения задач двухфазной фильтрации // Доклады АН СССР, 1979, Т. 247, №3. – С. 521-525.

17 Смагулов Ш.С., Тастанов М.Г., Шакенов К.К. О решении трехмерной задачи фильтрации методами Монте-Карло // Вестник КазГУ, Серия математика, механика, информатика. – № 11. – Алматы, «Қазақ университеті», 1998. – С. 150-163.

18 Шакенов К.К., Тастанов М.Г. О решении методами Монте-Карло регулярной и вырождающейся задач двухфазной фильтрации // Доклады НАН РК, №6, г. Алматы, 2000 г. – С. 111-119.

19 Tastanov, M.G., Utemissova, A.A., Mayer, F.F. (2022) Application of Monte Carlo methods for solving the regular and degenerate problem of two-phase filtration. Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika – Tomsk State University Journal of Mathematics and Mechanics. 80. pp. 147–156. doi: 10.17223/19988621/80/13.

ТАСТАНОВ, М.Г., ЖАРЛЫГАСОВА, Э.З.

ЕКІ ФАЗАЛЫҚ СҮЗІЛУДІҢ РЕГУЛЯРЛЫ БІР ЕСЕБІН ШЫҒАРУ ТУРАЛЫ

Бұл мақалада жер асты суларының гидродинамикасында, мұнай инженериясында, жылу физикасында және геотехникада кеңінен қолданылатын кеуекті ортадағы екі фазалы ағын мәселесі қарастырылады. Зерттеудің теориялық негізі – салыстырмалы фазалық өткізгіштікті пайдалана отырып, көп фазалы ағындар үшін Дарси заңын және қанығу мен капиллярлық қысым арасындағы байланысты ескеретін фазалар үшін массаның сақталу теңдеуін жалпылау. Күрделі геометрияны және коэффициенттердің гетерогенділігін ескере отырып, берілген бастапқы және шекаралық шарттар үшін екі фазалы ағын есебін шешу үшін стохастикалық тәсіл (Монте-Карло әдістері) ұсынылады. Нөлдік немесе шекті қанығу кезіндегі екі фазалы ағын есептерінде пайда болатын өзгешеленген параболалық теңдеулерді реттеуге де көп көңіл бөлінеді. Сандық эксперименттерде шешімдер мен олардың туындыларын бағалау үшін «сфералар бойынша кезу» және «шекаралар бойынша кезу» алгоритмдері қолданылды.

Түйінді сөздер: *Екі фазалы сүзілу, Монте-Карло әдісі, Маскет-Левереттт моделі, Дарси заңы, тұрақты есеп, қанығу, капиллярлық қысым, төмендетілген қысым, сүзілу тензоры, сфералардағы кездейсоқ кезулер, шекаралардағы кездейсоқ кезулер, шешімді бағалау.*

TASTANOV, M.G., ZHARLYGASSOVA, E.Z.

ON A SOLUTION TO THE PROBLEM OF REGULAR TWO-PHASE FILTRATION

The article addresses the problem of two-phase flow in a porous medium, which has broad applications in groundwater hydrodynamics, oil and gas engineering, thermal physics, and geotechnics. The theoretical basis of the study comprises a generalization of Darcy's law for multiphase flows using relative phase permeabilities and the phase mass conservation equation, which accounts for the relationship between saturation and capillary pressure. A stochastic approach (Monte Carlo methods) is proposed to solve the two-phase flow problem under specified initial and boundary conditions, while accounting for complex geometry and coefficient heterogeneity. Significant attention is also paid to the regularization of degenerate parabolic equations arising in two-phase filtration problems at zero or limiting saturation. “Random walk on spheres” and "random walk on boundaries” algorithms were employed in numerical experiments to estimate the solutions and their derivatives.

Keywords: *two-phase filtration, Monte Carlo method, Muskat-Leverett model, Darcy's law, regular problem, saturation, capillary pressure, reduced pressure, filtration tensor, random walks on spheres, random walks on boundaries, solution estimation.*

Сведения об авторах:

Тастанов Мейрамбек Габдуалиевич *– кандидат физико-математических наук, профессор кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Жарлыгасова Эльмира Закировна *– магистр естественных наук, старший преподаватель кафедры математики и физики, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Тастанов Мейрамбек Ғабдуалиұлы *– физика-математика ғылымдарының кандидаты, профессор, математика және физика кафедрасының профессоры, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Жарлығасова Эльмира Закировна *– жаратылыстану ғылымдарының магистрі, математика және физика кафедрасының аға оқытушысы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Tastanov Meirambek Gabdualiyevich *– Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Zharlygassova Elmira Zakirovna *– Master of Natural Sciences, Senior Lecturer, Department of mathematics and physics, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

УДК 661.185.6:577.15

Чернявская, О.М.,
кандидат педагогических наук,
ассоциированный профессор (доцент)
кафедры естественно-научных дисциплин,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Рулёва, М.М.,
магистр биологии, старший преподаватель
кафедры естественно-научных дисциплин,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Дущенко, А.В.,
студентка 4 курса ОП «Химия»
кафедры естественно-научных дисциплин,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан

ЭНЗИМЫ В МОЮЩИХ СРЕДСТВАХ С МАРКИРОВКОЙ «BIO/ECO» И ИХ СООТВЕТСТВИЕ ЗАЯВЛЕННЫМ СВОЙСТВАМ

Аннотация

В статье приведены результаты экспериментального исследования наличия и ферментативной активности энзимов в средствах для мытья посуды с маркировкой «bio» и «eco». Проведена сравнительная оценка протеолитической, липолитической и амилолитической активности пяти зашифрованных образцов бытовой химии. Установлено, что маркировка «bio/eco» на упаковке далеко не всегда гарантирует наличие полного комплекса функционально активных ферментов. Полное соответствие заявлен-

ным свойствам выявлено только у 20% образцов, тогда как в 40% случаев ферментативная активность полностью отсутствовала. Сформулированы практические рекомендации для потребителей по осознанному выбору и эффективному применению энзимсодержащих моющих средств.

Ключевые слова: *энзимы, ферментативная активность, моющие средства, экомаркировка, протеаза, липаза, амилаза, экологическая безопасность.*

1 Введение

В последние годы на рынке бытовой химии наблюдается устойчивая тенденция к экологизации продукции. Значительное внимание уделяется проблеме загрязнения гидросферы сточными водами, содержащими синтетические поверхностно-активные вещества (ПАВ), фосфаты и другие агрессивные химические соединения. Попадая в природные водоёмы, эти вещества оказывают токсическое действие на гидробионты и провоцируют эвтрофикацию водных экосистем.

Отвечая на запрос потребителей, ориентированных на безопасные для здоровья и окружающей среды товары, производители активно внедряют маркировки «bio» и «eco». Одним из ключевых компонентов таких средств позиционируются энзимы (ферменты) – специфические белковые катализаторы. Их использование позволяет эффективно расщеплять сложные органические загрязнения при низких температурах (30-40°C), сокращать концентрацию жестких ПАВ и снижать энергетические затраты при мытье.

Однако в условиях отсутствия единой и жестко регулируемой системы экологической сертификации надписи «bio» и «eco» нередко используются производителями как маркетинговый ход. Потребители, доверяя рекламным заявлениям на упаковке, зачастую не имеют объективной информации о реальном составе и функциональной активности ферментов в покупных средствах.

Настоящее исследование выполнялось в рамках изучения дисциплины «Проектная деятельность в экологическом образовании», с целью установить, являются ли энзимы в средствах для мытья посуды с маркировкой «bio» и «eco» действительно функционально активным компонентом или в большей степени служат маркетинговым ходом.

2 Материалы и методы

Объектами исследования выступили 5 образцов средств для мытья посуды, позиционируемых производителями как экологичные и имеющих соответствующую маркировку. Для соблюдения исследовательского этикета наименования брендов зашифрованы кодами от образца А до образца Д (таблица 1). В качестве контрольного образца (образец №6) во всех сериях опытов использовалась дистиллированная вода.

Таблица 1 – Характеристика исследуемых образцов моющих средств

Образец	Маркировка	Состав по этикетке	Страна производитель	Форма
Образец А	bio/eco	5-15% АПАВ, <5% НПАВ, энзимы, экстракт хлопчатника, цитрат серебра	Россия	Гель
Образец Б	eco	>30% вода, 5-15% А-ПАВ, <5% Н-ПАВ, глицерин, сода	Россия	Гель
Образец В	bio/eco	>30% вода, 5-15% А-тензиды, <5% Н-тензиды, растительный глицерин	Россия	Гель
Образец Г	eco	Мультикомплекс растительных ПАВ, органическая соль, аминокислоты	Россия	Гель-концентрат
Образец Д	bio	15-30% АПАВ, <5% НПАВ, антибактериальный компонент, энзимы	Россия	Гель
Примечание: состав и характеристики приведены по данным на упаковках [1].				

Эксперименты проводились при температуре 37-40°С (оптимум действия бытовых энзимов) и слабощелочном значении pH (8,0–10,0).

Для определения активности протеаз в качестве специфического субстрата использовался белок куриного яйца, сваренный вкрутую и нарезанный на кубики одинакового размера (грань 1 мм). В пробирки с 1%-ными растворами исследуемых средств помещали по одному кубику белка. Пробирки инкубировали на водяной бане при 37-40°С в течение 120 минут. Регистрацию изменений (помутнение раствора, размягчение, частичное или полное растворение субстрата) проводили через 30, 60 и 120 минут [2].

Липолитическую активность оценивали по гидролизу растительного рафинированного масла в составе жировой эмульсии. В качестве индикатора смещения pH в кислую сторону (за счёт высвобождения свободных жирных кислот) применяли метилоранж. К 2 мл эмульсии добавляли 1 мл 1%-ного раствора моющего средства и инкубировали при 37-40°С. Изменение окраски от оранжевой к розовой/красной фиксировали через 60 и 120 минут [3].

Амилолитическую активность определяли по скорости гидролиза 1%-ного крахмального клейстера с использованием качественной реакции с раствором йода в йодиде калия. К 5 мл клейстера добавляли 1 мл раствора моющего средства и помещали на водяную баню. Каждые 5 минут отбирали пробу и смешивали её с йодным реактивом на предметном стекле [1]. Окрашивание смеси в синий цвет свидетельствовало об отсутствии гидролиза, буровато-жёлтое – о частичном расщеплении крахмала, жёлтое – о полном амилолизе.

3-4 Результаты и обсуждение

Ферменты представляют собой высокоспецифичные белковые катализаторы, обладающие активным центром, функционирующим по принципу «ключ-замок» [1, 4]. В моющих средствах применяются основные классы гидролаз: протеазы (расщепляют белковые загрязнения), липазы (расщепляют жиры), амилазы (гидролизуют крахмал). В ходе проведенного эксперимента была детально оценена динамика активности каждого типа ферментов. Результаты воздействия исследуемых образцов на белковый субстрат приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Протеолитическая активность исследуемых образцов

Образец	pH 1% раствора	Результат (30 мин)	Результат (60 мин)	Результат (120 мин)
Образец А	8,5	Незначительное помутнение	Размягчение поверхности	Частичное растворение
Образец Б	7,0	Без изменений	Без изменений	Без изменений
Образец В	8,0	Слабое помутнение	Размягчение верхушки	Частичное растворение
Образец Г	7,5	Без изменений	Без изменений	Незначительное размягчение
Образец Д	9,0	Помутнение раствора	Заметное размягчение	Растворение >50%
№6 Контроль (H_2O)	6,5	Без изменений	Без изменений	Без изменений

Наивысшую протеолитическую активность проявил Образец Д, обеспечивший растворение более 50% белковой массы за 2 часа. Образцы А и В показали умеренную активность протеаз. В Образцах Б и Г расщепления белка не наблюдалось (слабое размягчение в Образце Г объясняется поверхностным действием ПАВ) [5]. Оценка гидролиза жиров показала результаты, представленные в таблице 3.

Таблица 3 – Липолитическая активность исследуемых образцов

Образец	Окраска (60 мин)	Окраска (120 мин)	Вывод об активности
Образец А	Оранжевая	Бледно-розовая	Слабая липолитическая активность
Образец Б	Оранжевая	Оранжевая	Активность отсутствует
Образец В	Оранжевая	Бледно-розовая	Слабая липолитическая активность
Образец Г	Оранжевая	Оранжевая	Активность отсутствует
Образец Д	Розовая	Интенсивно розовая	Высокая липолитическая активность
№6 Контроль (H_2O)	Оранжевая	Оранжевая	Активность отсутствует

Выраженная липазная активность зафиксирована исключительно у Образца Д, где сдвиг pH произошел уже через 60 минут [1]. Образцы А и В продемонстрировали лишь крайне слабую ферментативную реакцию к исходу второго часа [6].

Скорость гидролиза крахмального клейстера фиксировалась временными интервалами в 5, 10 и 15 минут (таблица 4).

Полный амилолиз за 10 минут продемонстрировал Образец Д [1]. Образцы А и В полностью расщепили крахмал за 15 минут [1]. В Образцах Б и Г амилазы отсутствуют.

Таблица 4 – Амилолитическая активность исследуемых образцов

Образец	Окраска (5 мин)	Окраска (10 мин)	Окраска (15 мин)	Уровень активности
Образец А	Синяя	Буровато-жёлтая	Жёлтая	Средняя активность
Образец Б	Синяя	Синяя	Синяя	Активность отсутствует
Образец В	Синяя	Буровато-жёлтая	Жёлтая	Средняя активность
Образец Г	Синяя	Синяя	Синяя	Активность отсутствует
Образец Д	Буровато-жёлтая	Жёлтая	Жёлтая	Высокая активность
№6 Контроль (H_2O)	Синяя	Синяя	Синяя	Активность отсутствует

Для комплексной оценки подлинности позиционирования средств была разработана балльная система по трем критериям: наличие заявленных энзимов (0-2 балла), эффективность при 37-40°C (0–2 балла), комплексность действия трех типов ферментов (0–2 балла) [7]. Итоговый результат подведен в таблице 5.

Таблица 5 – Комплексная оценка подлинности маркировки образцов

Критерий	Образец А	Образец Б	Образец В	Образец Г	Образец Д
Маркировка	bio/eco	eco	bio/eco	eco	bio
Наличие энзимов в составе (0–2)	1 (частично)	0	1 (частично)	0	2 (полностью)
Эффективность при 37–40 °C (0–2)	1 (слабая)	0	1 (слабая)	0	2 (высокая)
Комплексность действия (0–2)	1 (2 типа)	0	1 (2 типа)	0	2 (3 типа)
Сумма баллов (макс. 6)	3	0	3	1	6
Итоговый вывод	Частичное	Не соответст.	Частичное	Не соответст.	Полное

Результаты сопоставления показывают, что заявленная экомаркировка полностью соответствует реальности лишь у 20% образцов (Образец Д). У 40% образцов (Образцы А и В) выявлено частичное соответствие – ферменты в составе есть, но их спектр ограничен, а липолитическая активность выражена слабо. Наконец, 40% образцов (Образцы Б и Г) не содержат ферментов вовсе, несмотря на значки «eco» на упаковке.

Таким образом, исходная гипотеза исследования о том, что маркировки «bio» и «eco» часто служат лишь рекламным инструментом, подтвердилась для большинства изученных средств бытовой химии.

На основании полученных данных сформулированы следующие практические рекомендации для потребителей:

1. Изучение спецификации состава. Не следует ориентироваться исключительно на крупные надписи «bio» или «eco» на лицевой стороне упаковки. Необходимо искать в составе прямое указание ферментов: протеаза, амилаза, липаза.

2. Учёт типа загрязнений. Для эффективного мытья жирной посуды принципиально наличие липазы, которая из 5 образцов присутствовала в достаточном количестве только в одном.

3. Соблюдение температурного режима. Энзимы денатурируют при температуре выше 50-60°C. Использование кипятка с «bio»-средствами разрушает ферменты. Оптимальная температура мытья составляет 35-45°C [8].

4. Технология замачивания. Поскольку ферментативный гидролиз требует времени, рекомендуется предварительное замачивание посуды в тёплом растворе на 15–20 минут.

5 Выводы

Лабораторно подтверждено, что полное соответствие заявленной экомаркировки реальному составу и свойствам продемонстрировал только 1 из 5 исследованных зашифрованных образцов (20%) – Образец Д, содержащий активный мультикомплекс протеаз, амилаз и липаз. Образцы А и В (40%) показали частичное соответствие: содержат протеазы и амилазы, но обладают крайне низкой липолитической активностью, что снижает их эффективность при удалении жиров. Образцы Б и Г (40%) полностью не проявили ферментативной активности, а маркировка «eco» на них не подкреплена наличием биологических катализаторов. Гипотеза исследования о маркетинговой направленности маркировок «bio» и «eco» на рынке бытовой химии полностью подтвердилась для 40% и частично для 40% изученных средств.

Список литературы

1 Биохимия: учебник / под ред. Е.С. Северина. – 5-е изд. – М.: ГЭОТАР-Медиа, 2015. – С. 78.

2 Промышленная биотехнология: учебное пособие / под ред. И.М. Грачевой. – М.: Экономика, 2010. – С. 124.

3 Иванов А.А., Петрова Е.В. Ферментные композиции в современных моющих средствах // Химия и технология моющих средств. – 2022. – № 3. – С. 42–48.

4 Варфоломеев С.Д., Гуревич К.Г. Биокатализ: принципы и применение. – М.: ИКЦ «Академкнига», 2003. – 720 с.

5 Аманжолова Б.А., Нургалиева А.Т., Садыкова А.Ж. Анализ развития рынка экологически чистой продукции в Республике Казахстан // Вестник Казахского национального университета имени Аль-Фараби. Серия экологическая. – 2023. – № 2 (71). – С. 10–18.

6 Грачева И.М., Гаврилова Н.Н., Иванова Л.А. Технология ферментных препаратов. – М.: Элевар, 2008. – 320 с.

7 Комов В.П., Шведова В.Н. Биохимия: учебник для вузов. – М.: Дрофа, 2004. – 640 с.

8 Нельсон Д., Кокс М. Основы биохимии Ленинжера. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2017. – 704 с.

ЧЕРНЯВСКАЯ, О.М., РУЛЁВА, М.М., ДУЩЕНКО, А.В.

«BIO/ECO» ТАҢБАЛАНУЫ БАР ЖУҒЫШ ЗАТТАРДАҒЫ ФЕРМЕНТТЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ МӘЛІМДЕЛГЕН ҚАСИЕТТЕРГЕ СӘЙКЕСТІГІ

Мақалада «bio» және «eco» таңбалануы бар ыдыс-аяқ жууға арналған құралдардағы ферменттердің болуы мен ферментативті белсенділігін эксперименталды зерттеу нәтижелері келті-

рілген. Тұрмыстық химияның бес үлгісінің протеолитикалық, липолитикалық және амилолитикалық белсенділігіне салыстырмалы бағалау жүргізілді. Қаптамадағы «bio/eco» таңбалануы әрқашан функционалды белсенді ферменттердің болуына кепілдік бермейтіні анықталды. Мәлімделген қасиеттерге толық сәйкестік үлгілердің 20%-ында ғана анықталды, ал 40% жағдайда ферментативті белсенділік мүлдем болмады.

Түйінді сөздер: *ферменттер, ферменттік белсенділік, жуғыш заттар, эко-таңбалау, протеаза, липаза, амилаза, экологическая безопасность.*

CHERNYAVSKAYA, O.M., RULYOVA, M.M., DUSHCHENKO, A.V.

ENZYMES IN DETERGENTS LABELED «BIO/ECO» AND THEIR COMPLIANCE WITH DECLARED PROPERTIES

The article presents the results of an experimental study on the presence and enzymatic activity of enzymes in dishwashing detergents labeled «bio» and «eco». A comparative assessment of the proteolytic, lipolytic, and amylolytic activity of five household chemical samples was carried out. It was found that the «bio/eco» label on the packaging does not always guarantee the presence of functionally active enzymes. Full compliance with declared properties was revealed in only 20% of samples, while in 40% of cases enzymatic activity was completely absent. Practical recommendations have been developed for consumers to support informed choices and the effective use of enzyme-containing detergents.

Key words: *enzymes, enzymatic activity, detergents, eco-labeling, protease, lipase, amylase, environmental safety.*

Сведения об авторах:

Чернявская Ольга Михайловна *– кандидат педагогических наук, ассоциированный профессор (доцент) кафедры естественно-научных дисциплин, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Рулёва Мария Михайловна *– магистр биологии, старший преподаватель кафедры естественно-научных дисциплин, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Дущенко Алёна Васильевна *– студентка 4 курса образовательной программы «Химия» кафедры естественно-научных дисциплин, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Чернявская Ольга Михайловна *– педагогика ғылымдарының кандидаты, жаратылыстану-ғылыми пәндер кафедрасының қауымдастырылған профессоры (доценті), Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Рулёва Мария Михайловна *– биология магистрі, жаратылыстану-ғылыми пәндер кафедрасының аға оқытушысы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Дущенко Алёна Васильевна *– «Химия» білім беру бағдарламасының 4-курс студенті, жаратылыстану-ғылыми пәндер кафедрасы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Chernyavskaya Olga Mikhailovna *– Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of natural science disciplines, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Rulyova Mariya Mikhailovna *– Master of Biology, Senior Lecturer, Department of natural science disciplines, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Dushchenko Alyona Vasiliyevna *– 4 rd-year student, "Chemistry" educational program, Department of natural science disciplines, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

ИНЖИНИРИНГ ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯ
ИНЖИНИРИНГ И ТЕХНОЛОГИИ

УДК 664.681

Баймухаметова, К.Д.,
студентка 4 курса ОП 6В07203 –Технология перерабатывающих и пищевых производств, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан
Саидов, А.М.,
магистр экономических наук, старший преподаватель, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан
Калитка, Д.А.,
магистр естественных наук, преподаватель, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан
Жангабылова, Н.Д.,
преподаватель специальных дисциплин, КГКП «Костанайский политехнический высший колледж», г. Костанай, Республика Казахстан

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ ТРАДИЦИОННОГО КАЗАХСКОГО ПРОДУКТА ТАРЫ В ПРОИЗВОДСТВЕ ОВСЯНОГО ПЕЧЕНЬЯ

Аннотация

В статье представлено теоретическое обоснование применения традиционного казахского продукта тары в производстве овсяного печенья. Рассмотрены особенности тары, технология его получения и факторы, влияющие на химический состав и свойства готового продукта. На основе анализа научной литературы и нормативной документации проведено сравнение зерна проса, пшена и тары, а также охарактеризовано влияние варки, сушки, обжаривания и шелушения на основные компоненты зерна. Проанализированы требования к качеству овсяного печенья и возможное влияние тары на органолептические и физико-химические показатели готового изделия. С помощью SWOT-анализа выявлены преимущества, ограничения, возможности и потенциальные риски применения тары. Установлено, что тары представляет интерес для разработки овсяного печенья национальной направленности, однако определение рациональной дозировки и достоверная оценка качества и пищевой ценности нового изделия требуют проведения экспериментальных исследований.

Ключевые слова: *тары, просо, пшено, технологическая обработка, овсяное печенье, химический состав, пищевая ценность, SWOT-анализ.*

1 Введение

Современная пищевая промышленность характеризуется повышенным интересом к разработке продуктов с улучшенными показателями пищевой ценности и использованием натурального растительного сырья. Особое внимание уделяется традиционным зерновым продуктам, содержащим белки, углеводы, пищевые волокна, минеральные вещества и другие биологически ценные компоненты. Перспективным направлением является использование

национального сырья в современных технологиях производства пищевых продуктов, что позволяет повышать их пищевую ценность, расширять ассортимент и сохранять традиции национального питания.

Одним из национальных продуктов казахской кухни является тары, имеющий многовековую историю употребления народами Центральной Азии. Тары представляет собой готовые к употреблению зёрна проса, полученные путём обжаривания, очистки от шелухи и последующей обработки (рис 1).



Рисунок 1 – Тары

Тары является важной частью казахской национальной кухни. Благодаря характерным вкусу и аромату тары употребляют как самостоятельное лакомство, а также в сочетании с молоком, сливками, сметаной, маслом и другими продуктами. Он имеет важное историко-культурное значение и с давних времён входит в рацион казахского народа [1].

Несмотря на традиционное применение тары, его возможности в современных технологиях производства мучных кондитерских изделий изучены недостаточно. В связи с этим представляет интерес использование тары в технологии производства овсяного печенья, которое является распространённым продуктом питания и пользуется устойчивым потребительским спросом. Введение тары в рецептуру овсяного печенья может способствовать изменению его пищевой ценности, химического состава, органолептических и физико-химических характеристик.

Цель исследования – теоретически обосновать перспективы применения традиционного казахского продукта тары в технологии овсяного печенья на основе анализа технологии его производства, возможных изменений химического состава и предполагаемого влияния на показатели качества готового изделия.

2 Материалы и методы

Исследование основано на анализе научной литературы, нормативной документации и опубликованных данных. В работе использовались теоретический, аналитический и сравнительный методы исследования, SWOT-анализ.

3-4 Результаты и обсуждение

В отличие от исходного зерна проса и обычного пшена, свойства тары формируются в результате специальной технологической обработки, включающей тепловые и механические

операции. Именно поэтому, для корректного описания продукта необходимо разграничивать три понятия: просо – исходная сельскохозяйственная культура; пшено – крупяной продукт, получаемый после удаления оболочек зерна проса; тары – отдельный национальный продукт, свойства которого формируются при варке, промывке, обезвоживании, сушке, обжарке и последующем шелушении. Поэтому химический состав обычного зерна проса или шлифованного пшена нельзя автоматически считать химическим составом тары [2].

Сравнительные различия между просом, пшеном и тары представлены в таблице 1. Сопоставление показывает, что эти понятия относятся к разным стадиям и результатам переработки зерна, а потому показатели состава и свойства каждого продукта следует указывать отдельно.

Таблица 1 – Сравнительная характеристика проса, пшена и тары

Параметры	Просо	Пшено	Тары
Исходное сырьё	Зерно проса как сельскохозяйственная культура	Зерно проса после шелушения; вид крупы зависит от обработки	Зерно проса, подготовленное для специальной переработки
Способ получения	Выращивание и уборка культуры	Очистка, шелушение и, в зависимости от вида, шлифование	Гидротермическая обработка с последующей сушкой, обжаркой и шелушением
Основные технологические операции	Возделывание, уборка, очистка зерна	Очистка, шелушение; при необходимости шлифование	Очистка и сортирование, варка, промывка, обезвоживание, сушка, обжарка, охлаждение, шелушение и сортирование
Химический состав	Состав исходного зерна; зависит от сорта и условий выращивания	Состав крупы после удаления оболочек; зависит от степени обработки	Точные количественные показатели требуют анализа готового тары; данные по просу и пшену не являются прямой заменой
Характерные свойства	Сырьё для производства крупы и других продуктов	Крупяной продукт с характеристиками, зависящими от степени обработки	Национальный продукт с характерными вкусом и запахом, формируемыми тепловой обработкой

Как следует из таблицы 1, просо является исходным сырьём, пшено получают преимущественно механическим удалением оболочек, а производство тары включает дополнительные гидротермические и тепловые операции. В результате меняются влажность, состояние крахмала, аромат и другие технологические характеристики [3].

Соответственно, тары не может рассматриваться как полностью идентичный пшену продукт. Формирование свойств тары связано с особенностями его производства. Технология производства тары тесно связана с физико-химическими изменениями, происходящими в зерне в процессе его гидротермической обработки. Для наглядного представления последовательности всех технологических операций ниже приведена схема процесса.

Технологическая схема производства тары представлена на рисунке 2.

Зерно проса очищают и сортируют, затем варят, промывают и механически обезвоживают. После этого проводят сушку и обжарку, охлаждают продукт, а затем выполняют шелушение и сортирование. Продолжительность варки составляет 40–60 минут; режимы обработки зависят от оборудования и требуемых свойств готового продукта. При обжарке формируются характерные вкус и запах, а шелушение обеспечивает удаление наружных оболочек [4].

Технологическая обработка влияет на состав и пищевую ценность тары. При варке зерно поглощает воду, а часть крахмала подвергается клейстеризации. Во время сушки и обжарки удаляется влага и происходят термические превращения углеводов. Однако количественные изменения белков, липидов, пищевых волокон и минеральных веществ нельзя достоверно указать без анализа образца тары, изготовленного по конкретному режиму [5].

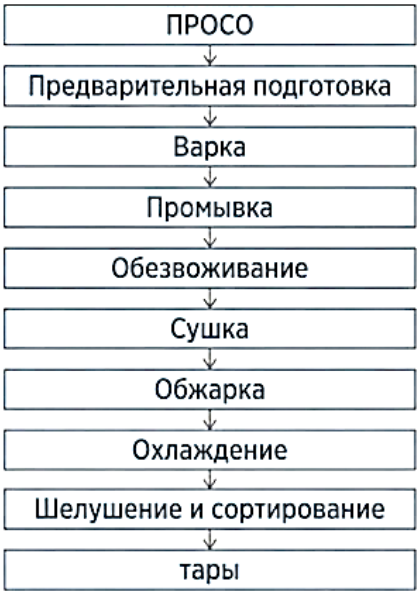


Рисунок 2 – Технологическая схема производства тары

На химический состав готового тары влияют продолжительность и температура варки, режимы сушки и обжарки, степень удаления оболочек и конечная влажность. Это необходимо учитывать при оценке тары как ингредиента овсяного печенья [6].

Для систематизации возможных изменений компонентов при производстве тары приведено качественное описание влияния основных технологических операций (табл.2). Оно отражает общие технологические закономерности, а не результаты экспериментального определения состава конкретного образца тары.

Таблица 2 – Влияние технологических операций на химический состав и свойства тары

Компонент	Варка	Сушка	Обжаривание	Шелушение
Крахмал	Поглощение воды; возможна клейстеризация части крахмала	Удаление влаги; структура крахмала зависит от предшествующей варки	Возможны термические превращения и частичная деструкция	Прямое влияние на крахмал ядра обычно не является основной целью операции
Декстрины	Количественное изменение без анализа не установлено	Зависит от температуры и влажности	Могут образовываться при термическом превращении крахмала	Прямые количественные данные отсутствуют
Пищевые волокна	Количественное изменение не установлено	Количественное изменение не установлено	Возможны изменения при интенсивной обработке; нужны измерения	Удаление оболочек может изменять содержание волокон в готовом продукте
Белки	Возможна денатурация при нагревании	Возможны изменения при тепловом воздействии	Возможны термические изменения белков	Удаление наружных слоёв может влиять на долю белка в продукте
Липиды	Количественное изменение не установлено	Возможны изменения при сушке	Возможны окислительные изменения в зависимости от режима	Удаление оболочек меняет относительное содержание компонентов

Продолжение таблицы 2

Минеральные вещества	Часть растворимых веществ может переходить в воду; требуется анализ	Концентрация на массу продукта меняется при удалении влаги	Минеральные элементы не разрушаются как органические вещества, но их относительная доля может меняться	Удаление оболочек может изменять минеральный состав готового продукта

Как следует из таблицы 2, варка, сушка, обжарка и шелушение оказывают неодинаковое влияние на компоненты продукта. Наиболее очевидны изменение влажности и термические превращения крахмала; степень изменения пищевых волокон, белков, липидов и минеральных веществ зависит от режимов обработки и удаления наружных слоёв.

Потенциальное физиологическое значение тары определяется совокупностью содержащихся в нём пищевых компонентов. Углеводы являются источником энергии, белки участвуют в обновлении тканей, липиды выполняют энергетическую и структурную функции, а пищевые волокна способствуют нормальной работе желудочно-кишечного тракта. Минеральные вещества участвуют в обменных процессах и функционировании нервной и мышечной систем. Вместе с тем эти общие свойства пищевых компонентов не доказывают лечебного действия тары; его вклад в рацион зависит от состава продукта и количества потребления.

Для оценки перспектив применения тары в производстве овсяного печенья необходимо рассмотреть требования нормативной документации к качеству готового изделия и возможное влияние нового ингредиента на его характеристики. Особое значение имеют органолептические показатели, массовая доля влаги, сахара и жира, а также безопасность используемого сырья. В связи с этим в таблице 3 представлены основные требования к овсяному печенью согласно ГОСТ 24901–2023 и прогнозируемое влияние внесения тары на показатели качества готового продукта.

Таблица 3 – Требования нормативной документации к овсяному печенью и прогнозируемое влияние внесения тары

Требования	Нормируемые показатели	Прогнозируемое влияние
Органолептические показатели	Вкус и запах, форма, внешний вид должны соответствовать виду изделия и рецептуре	Тары может придавать выраженные жареные/зерновые ноты и менять цвет; требуется сенсорная оценка
Влажность	Для овсяного печенья не более 12 % по ГОСТ 24901–2023 [7].	Внесение тары может менять влагосвязывание; показатель нужно проверить после выпечки
Массовая доля общего сахара	Не более 40 % по ГОСТ 24901–2023	Прямое влияние зависит от рецептуры; термически обработанный тары не следует считать источником сахара без анализа
Массовая доля жира	Не более 25 % по ГОСТ 24901–2023	Изменение определяется долей жира в таре и заменяемых ингредиентах
Содержание овсяного сырья (Овсяная мука и/или овсяные хлопья)	Не менее 10 % по ГОСТ 24901–2023	При замене части сырья на тары необходимо сохранить установленное минимальное содержание овсяных компонентов
Безопасность и качество	Соответствие требованиям применимых технических регламентов и нормативных документов	Необходимо подтвердить безопасность сырья и стабильность качества готового изделия

Как следует из таблицы 3, применение тары в рецептуре овсяного печенья может влиять на его органолептические и физико-химические характеристики. В частности, тары способен изменять цвет, вкус и аромат изделия, придавая ему дополнительные жареные или зерновые оттенки.

Для комплексной оценки перспектив применения тары проведён SWOT-анализ, позволяющий систематизировать внутренние преимущества и ограничения нового ингредиента, а также внешние возможности и потенциальные риски его использования в производстве овсяного печенья. Результаты анализа представлены в таблице 4.

Таблица 4 – SWOT-анализ применения тары в технологии овсяного печенья

Сильные стороны (S)	Слабые стороны (W)
- национальная и культурная ценность продукта; - характерные зерновые и жареные оттенки вкуса и аромата; - возможность расширения ассортимента овсяного печенья; - использование зернового сырья растительного происхождения	- недостаточность достоверных данных о химическом составе конкретных образцов тары; - зависимость свойств от режимов варки, сушки и обжаривания; - возможная неоднородность размера частиц; отсутствие установленной оптимальной дозировки
Возможности (O)	Угрозы (T)
- разработка печенья с использованием традиционного казахского продукта; - повышение интереса потребителей к национальной продукции; - создание новых вкусовых сочетаний; - расширение сферы применения тары в пищевой промышленности	- возможное ухудшение структуры теста и потребительских характеристик печенья при неправильной дозировке; - нестабильность качества сырья; необходимость подтверждения безопасности и срока годности; - недостаточная осведомлённость потребителей о новом продукте

Результаты SWOT-анализа показывают, что основными преимуществами тары являются его национальная ценность, характерные органолептические свойства и возможность использования при разработке нового ассортимента печенья. Вместе с тем практическое внедрение продукта ограничивается отсутствием стандартизированных сведений о его составе и влиянии на свойства теста. Поэтому дальнейшие исследования должны быть направлены на определение оптимальной дозировки тары и экспериментальную оценку качества готового изделия.

5 Выводы

В результате проведённого анализа установлено, что тары представляет собой традиционный казахский продукт переработки проса, свойства которого формируются в процессе последовательных технологических операций: очистки и сортирования зерна, варки, промывки, обезвоживания, сушки, обжарки, охлаждения и шелушения. Особенности данной технологии отличают тары от исходного зерна проса и обычного пшена, поэтому их химический состав и пищевую ценность нельзя считать идентичными.

Рассмотрение влияния технологической обработки показало, что варка, сушка, обжарка и шелушение могут изменять влажность продукта, состояние крахмала, содержание отдельных компонентов и органолептические свойства. При этом степень изменения белков, липидов, пищевых волокон и минеральных веществ зависит от режимов обработки и степени удаления наружных оболочек. Для получения достоверных количественных характеристик необходим лабораторный анализ конкретного образца готового тары.

Анализ требований к качеству овсяного печенья и возможного влияния нового ингредиента позволяет рассматривать тары как перспективное сырьё для дальнейших исследова-

ний в технологии мучных кондитерских изделий. Его использование потенциально может повлиять на вкус, аромат, цвет, структуру теста и готового печенья, а также на отдельные показатели его химического состава и пищевой ценности. Вместе с тем фактический характер этих изменений необходимо установить экспериментально.

Проведённый SWOT-анализ показал, что применение тары может способствовать расширению ассортимента овсяного печенья и приданию ему национальной направленности. Основными ограничивающими факторами являются вариабельность свойств сырья, отсутствие установленной оптимальной дозировки и недостаточность экспериментальных данных о влиянии тары на структуру теста и качество готового изделия. Следующим этапом исследования должно стать изготовление опытных образцов печенья, определение их органолептических и физико-химических показателей, а также выбор рациональной дозировки тары.

Список литературы

1 Урбанчик Е.Н. и др. Способ получения безглютеновой биологически активной смеси на основе пророщенного зерна // Научный журнал Таразского государственного университета им. МХ Дулати. Серия: Механика и технологии. – 2018. – №. 4. – С. 71-78.

2 Белкина Р.И., Губанова В.М., Якубышина Л.И. Технология хранения и переработки продукции растениеводства: практикум // Тюмень: ГАУ Северного Зауралья. – 2021. – С. 120-121.

3 Андреев Н.Р. и др. Перспективы развития глубокой переработки зерна // Достижения науки и техники АПК. – 2020. – Т. 34. – №. 11. – С. 98-103.

4 Петько В.Г., Христиановская М.А., Кузьмин А.В. Устройства для обжарки зерна и семян при производстве белковых продуктов и кормов // Известия Оренбургского государственного аграрного университета. – 2021. – №. 2 (88). – С. 113-118.

5 Шиятый Е.И., Пуалаккайнан Л.А. Качество зерна яровых культур и адаптация агротехнологий к почвенно-климатическим условиям // Сельскохозяйственная биология. – 2008. – Т. 43. – №. 1. – С. 3-15.

6 Погорелова Н.А., Жигульская И.А., Белкина С.Е. Разработка технологии овсяного печенья с функциональными ингредиентами // Вестник Омского государственного аграрного университета. – 2017. – №. 3 (27). – С. 164-171.

7 ГОСТ 24901–2023. Печенье. Общие технические условия. — Москва: Российский институт стандартизации, 2023.

8 Хатко З.Н., Колодина Е.М., Блягоз А.И. Оптимизация реологических свойств теста и оценка качества печенья из мучных композитов с пониженным содержанием глютена // Вестник Красноярского государственного аграрного университета. – 2025. – №. 4 (217). – С. 212-226.

БАЙМУХАМЕТОВА, К.Д., САИДОВ, А.М., КАЛИТКА, Д.А., ЖАНГАБЫЛОВА, Н.Д.

ДӘСТҮРЛІ ҚАЗАҚ ӨНІМІ ТАРЫНЫ СҰЛЫ ПЕЧЕНЬЕСІН ӨНДІРУДЕ ҚОЛДАНУДЫ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕУ

Мақалада дәстүрлі қазақ өнімі тарыны сұлы печеньесін өндіруде қолданудың теориялық негіздемесі берілген. Тарының ерекшеліктері, оны өндіру технологиясы, сондай-ақ дайын өнімнің химиялық құрамы мен қасиеттеріне әсер ететін факторлар қарастырылған. Ғылыми әдебиеттер мен нормативтік құжаттарды талдау негізінде тары дәні, ақталған тары және ұлттық тағам өнімі ретіндегі тары салыстырылып, пісіру, кептіру, қуыру және қауызынан тазарту үдерістерінің астықтың негізгі құрамдас бөліктеріне әсері сипатталған. Сұлы печеньесінің сапасына қойылатын талаптар және тарының дайын өнімнің органолептикалық және физика-химиялық көрсеткіштеріне ықтимал әсері талданған. SWOT-талдау арқылы тарыны қолданудың артықшылықтары, шектеулері, мүмкіндіктері мен ықтимал қауіптері анықталған. Тарының ұлттық бағыттағы сұлы печеньесін әзірлеу үшін перспективалы шикізат екені көрсетілді. Алайда оның ұтымды мөлшерін анықтау, сондай-ақ жаңа өнімнің сапасы мен тағамдық құндылығын нақты бағалау үшін эксперименттік зерттеулер жүргізу қажет.

Түйінді сөздер: *тары, тары дәні, ақталған тары, сұлы печеньесі, технологиялық өңдеу, химиялық құрам, тағамдық құндылық, SWOT-талдау.*

BAIMUKHAMETOVA, K.D., SAIDOV, A.M., KALITKA, D.A., ZHANGABYLOVA, N.D.

THEORETICAL JUSTIFICATION FOR THE USE OF THE TRADITIONAL KAZAKH TARY PRODUCT IN OATMEAL COOKIE PRODUCTION

The article provides a theoretical justification for the use of tary, a traditional Kazakh roasted millet product, in oatmeal cookie production. The characteristics of tary, its production technology, and the factors affecting the chemical composition and properties of the finished product are considered. Based on an analysis of scientific literature and regulatory documents, millet, hulled millet, and tary are compared, and the effects of cooking, drying, roasting, and dehulling on the main grain components are described. The quality requirements for oatmeal cookies and the potential effects of tary on the organoleptic and physicochemical properties of the finished product are analysed. A SWOT analysis is used to identify the advantages, limitations, opportunities, and potential risks associated with the use of tary. The results indicate that tary is a promising ingredient for developing oatmeal cookies with a distinctive national identity. However, experimental studies are required to determine its optimal proportion and reliably evaluate the quality and nutritional value of the new product.

Keywords: *tary, millet, hulled millet, processing technology, oatmeal cookies, chemical composition, nutritional value, SWOT analysis.*

Сведения об авторах:

Баймухаметова Карина Джангельдиновна *– студентка 4 курса ОП 6В07203 – Технология перерабатывающих и пищевых производств, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Саидов Анзор Мусаевич *– магистр экономических наук, старший преподаватель, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Калитка Дмитрий Аркадьевич *– магистр естественных наук, преподаватель, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Жангабылова Назгуль Даулетовна *– преподаватель специальных дисциплин, КГКП «Костанайский политехнический высший колледж», г. Костанай, Республика Казахстан.*

Баймухаметова Карина Джангельдиновна *– 6В07203 – «Қайта өңдеу және тамақ өндірістерінің технологиясы» білім беру бағдарламасының 4-курс студенті, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Саидов Анзор Мусаевич *– кономика ғылымдарының магистрі, аға оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Калитка Дмитрий Аркадьевич *– жаратылыстану ғылымдарының магистрі, оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Жангабылова Назгүл Дәулетқызы *– арнайы пәндер оқытушысы, «Қостанай политехникалық жоғары колледжі» КМҚК, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Baimukhametova Karina Dzhangeldinovna *– 4-year student, "6B07203 - Technology of Processing and Food Production" educational program, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Saidov Anzor Mussayevich *– Master of Economic Sciences, Senior Lecturer, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Kalitka Dmitriy Arkadiyevich *– Master of Natural Sciences, Lecturer, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Zhangabylova Nazgul Dauletovna *– Lecturer of Specialised Disciplines, Kostanay Polytechnic Higher College MSOPE, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

УДК 663.88

Любченко, А.С.,
студентка 4 курса ОП 6В07203 –Технология перерабатывающих и пищевых производств, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан
Калитка, Д.А.,
магистр естественных наук, преподаватель, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан
Саидов, А.М.,
магистр экономических наук, старший преподаватель, КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан
Альсеитов, К.С.,
преподаватель специальных дисциплин, КГКП «Костанайский политехнический высший колледж», г. Костанай, Республика Казахстан

ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАСТИТЕЛЬНОГО СЫРЬЯ КОСТАНАЙСКОЙ ОБЛАСТИ ПРИ РАЗРАБОТКЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ НАПИТКОВ УСПОКАИВАЮЩЕЙ И ОБЩЕУКРЕПЛЯЮЩЕЙ НАПРАВЛЕННОСТИ

Аннотация

В статье обобщены научные данные о составе и технологических свойствах чёрного чая, плодов шиповника и мелиссы лекарственной применительно к разработке чайно-травяного напитка. Сопоставлены функционально-технологические роли компонентов, ограничения их совместного использования и факторы сохранения биологически активных веществ. Теоретически обоснована базовая рецептура напитка с применением раздельного экстрагирования и последующего купажирования настоев. Чёрный чай формирует вкус, цвет и умеренное тонизирующее действие; шиповник обеспечивает плодовую кислотность и антиоксидантный потенциал; мелисса создаёт лимонно-травяной аромат и потенциальную успокаивающую направленность. Предложенные дозировки и режимы являются исходными и требуют экспериментальной оптимизации, органолептической оценки и определения физико-химических показателей готового продукта.

Ключевые слова: *чайно-травяной напиток, чёрный чай, шиповник, мелисса, функциональная направленность, биологически активные вещества, экстрагирование, купажирование.*

1 Введение

Разработка напитков на основе растительного сырья представляет интерес благодаря возможности сочетания природных биологически активных веществ и приемлемых органолептических свойств. В качестве компонентов могут использоваться традиционное чайное сырьё, плоды и ароматические растения, содержащие полифенольные соединения, витамины, органические кислоты, каротиноиды и эфирные масла. Для Костанайской области практический интерес представляет расширение ассортимента напитков с использованием доступного растительного сырья и компонентов, пригодных для региональной заготовки или культивирования.

Совместное применение чёрного чая, шиповника и мелиссы требует учёта различий в химическом составе и условиях извлечения целевых веществ. Продолжительное нагревание ускоряет разрушение аскорбиновой кислоты и потерю летучих компонентов эфирного масла, тогда как недостаточная температура может снижать полноту экстрагирования. Дополнительного обоснования требует сочетание кофеинсодержащего чёрного чая с мелиссой, используемой для формирования потенциальной успокаивающей направленности продукта.

Недостаточно изученным остаётся влияние соотношения выбранных компонентов на кислотность, цвет, прозрачность и образование осадка. Необходимо также установить, насколько технологическая обработка обеспечивает переход целевых веществ в напиток и сохраняет их при последующем хранении. Решение этих вопросов позволит перейти от теоретически предложенного состава к экспериментально подтверждённой рецептуре.

Цель работы – обобщить данные о составе и технологических свойствах чёрного чая, плодов шиповника и мелиссы лекарственной и теоретически обосновать базовую рецептуру чайно-травяного напитка с потенциальной успокаивающей и общеукрепляющей направленностью.

2 Материалы и методы

Работа выполнена методом сравнительного анализа и обобщения научной литературы. Поиск проводили в Google Scholar, eLIBRARY.RU и CyberLeninka, по ключевым словам: «чайно-травяные напитки», «чёрный чай», «шиповник», «мелисса», «растительные экстракты», «биологически активные вещества» и «купажирование». При отборе источников учитывали сведения о химическом составе сырья, предполагаемой биологической активности, органолептических свойствах, режимах водного экстрагирования и технологических ограничениях. Основу обзора составили публикации 2006–2026 годов; более ранние работы использовали для характеристики известных технологических решений.

Сравнение компонентов проводили по четырём критериям: функционально-технологическая роль в напитке, водорастворимые компоненты, чувствительность к температуре и возможное влияние на органолептические свойства. Рецептуру формировали как исходный вариант для последующей экспериментальной оптимизации; приведённые дозировки не рассматриваются как подтверждённые оптимальные значения.

3-4 Результаты и обсуждение

Чёрный чай содержит полифенольные соединения, кофеин, аминокислоты и минеральные вещества. Он формирует привычные чайные вкус и аромат, янтарно-коричневый цвет и умеренное тонизирующее действие [1]. Вместе с тем присутствие кофеина ограничивает возможность прямого отнесения напитка к продуктам успокаивающего действия. Поэтому доля чёрного чая должна обеспечивать выраженный вкусовой профиль без чрезмерной терпкости и стимулирующего эффекта.

Плоды шиповника содержат аскорбиновую кислоту, каротиноиды, флавоноиды, органические кислоты и другие соединения, определяющие их пищевую ценность [2, 3]. В напитке шиповник выполняет преимущественно вкусообразующую и антиоксидантную функции: формирует плодовый оттенок, умеренную кислотность и красновато-коричневую окраску. Фактическое содержание витамина С необходимо определять в готовом продукте, поскольку оно зависит от измельчения сырья, температуры и продолжительности экстрагирования, контакта с кислородом и условий хранения.

Мелисса лекарственная содержит эфирное масло, фенольные соединения и флавоноиды. Сырьё применяется для формирования характерного лимонно-травяного аромата и рассматривается как компонент с потенциальной успокаивающей направленностью [4]. При продолжительном нагревании возможны потери летучих ароматических веществ, а чрезмерная дозировка способна придать напитку выраженный лекарственный оттенок. Это обусловливает необходимость кратковременного настаивания мелиссы в закрытой ёмкости при более мягком температурном режиме.

Таблица 1 – Функционально-технологическая характеристика компонентов

Компонент	Основные вещества	Роль в напитке	Технологическое ограничение
Чёрный чай	Полифенолы, кофеин, аминокислоты	Вкус, цвет, умеренное тонизирующее действие	Избыточная дозировка усиливает терпкость и стимулирующее действие
Плоды шиповника	Аскорбиновая кислота, флавоноиды, каротиноиды, органические кислоты	Плодовая кислотность, окраска, антиоксидантный потенциал	Витамин С чувствителен к нагреванию и кислороду
Листья мелиссы	Эфирное масло, фенольные соединения, флавоноиды	Лимонно-травяной аромат, потенциальная успокаивающая направленность	Летучие вещества теряются при длительном нагревании

Сочетание компонентов позволяет взаимно корректировать их органолептические свойства. Плодовая кислотность настоя шиповника может уменьшать ощущение чайной терпкости, а аромат мелиссы – маскировать отдельные травянистые оттенки сырья. Вместе с тем органические кислоты шиповника снижают pH купажа и способны влиять на цвет чайных полифенолов, воспринимаемую терпкость и устойчивость напитка. Поэтому соотношение настоев следует оптимизировать одновременно по вкусу, pH, цветности, прозрачности и склонности к образованию осадка. Раздельное получение настоев с последующим купажированием позволяет независимо регулировать эти характеристики [5].

Для формирования базовой рецептуры были проанализированы известные технологические и фармакопейные диапазоны закладки сырья при приготовлении водных извлечений. Для чёрного байхового чая в практике общественного питания и при производстве купажированных напитков обычно используют от 4 до 12 г сырья на 1 л готового продукта. Более высокие дозировки (15–25 г/л) характерны для крепких заварок и приводят к избыточной терпкости и повышенному содержанию кофеина, что нежелательно при сочетании с мелиссой. Для плодов шиповника фармакопейные настои готовят из расчёта 50 г/л, однако для напитков регулярного потребления применяют значительно меньшие количества – 10–25 г измельчённых плодов на 1 л. Для листьев мелиссы лекарственной лекарственные настои готовят из расчёта 10–15 г/л, тогда как для ароматизации чайно-травяных смесей достаточны дозировки 3–8 г/л.

При разработке рецептуры функционального напитка за основу были приняты сведения о сочетании растительного сырья, представленные в справочнике Л.Н. Славгородской и М.Б. Ингерлейба «Лечебные чаи и сборы: карманный справочник». Соотношение компонентов было адаптировано с учётом цели исследования и органолептических характеристик готового напитка [6].

Чёрный байховый чай предложено вносить в количестве 5,0 г на 1000 мл готового напитка, что соответствует примерно 1,0–1,25 г на стандартную порцию объёмом 200–250 мл. Измельчённые плоды шиповника предложено вносить в количестве 12,5 г/л для формирования плодовой кислотности и характерной окраски напитка без чрезмерного усиления кислого и терпкого вкуса. Сухие листья мелиссы предложено вносить в количестве 4,0 г/л для формирования характерного лимонно-травяного аромата и потенциальной успокаивающей направленности напитка без появления выраженного лекарственного оттенка.

Предложенные количества характеризуют исходные нормы закладки растительного сырья, а не фактическое содержание извлечённых веществ в готовом напитке, и требуют последующей экспериментальной оптимизации по органолептическим и физико-химическим показателям.

Таблица 2 – Базовая рецептура напитка на 1000 мл готового продукта

Компонент	Норма закладки	Ориентировочный объём настоя	Предлагаемый режим получения настоя
Чёрный байховый чай	5,0 г	300 мл	90–95 °C, 3–5 мин
Плоды шиповника измельчённые	12,5 г	500 мл	70–80 °C, 30–40 мин в закрытой ёмкости
Листья мелиссы лекарственной	4,0 г	150 мл	75–80 °C, 5–7 мин в закрытой ёмкости
Подготовленная вода	По необходимости	До 1000 мл	Доведение купажа до конечного объёма

Настои готовят раздельно в соответствии с режимами, представленными в таблице 2. После экстрагирования их фильтруют и охлаждают до сопоставимой температуры, затем последовательно купажируют и доводят подготовленной водой до конечного объёма. Такая организация процесса позволяет регулировать интенсивность чайного вкуса, плодовой кислотности и аромата мелиссы, а также уменьшить потери термолабильных и летучих соединений. При пробной выработке необходимо учитывать поглощение воды сухим сырьём, потери при фильтровании и изменение объёма вследствие испарения [7, 8].

Качество напитка целесообразно оценивать по органолептическим, физико-химическим и микробиологическим показателям. К контролируемым характеристикам относятся вкус, аромат, цвет, прозрачность, наличие осадка, массовая доля растворимых сухих веществ, титруемая кислотность и pH. Для подтверждения предполагаемой функциональной направленности необходимо определить содержание витамина C, фенольных соединений и кофеина, а также антиоксидантную активность готового продукта.

Экспериментальную оптимизацию рецептуры следует проводить путём варьирования дозировок трёх компонентов с последующей балльной оценкой вкуса, аромата, цвета и послевкусия. Оптимальным следует считать вариант, обеспечивающий приемлемый сенсорный профиль, умеренное содержание кофеина и наибольшую сохранность исследуемых биологически активных веществ. До получения таких данных функциональная направленность напитка может рассматриваться только как потенциальная.

Безопасность продукта должна обеспечиваться качеством растительного сырья, подготовкой воды, соблюдением санитарных условий экстрагирования, фильтрования и купажирования. Контролю подлежат микробиологические показатели, токсичные элементы, пестициды и другие загрязнители, нормируемые для безалкогольных напитков и растительного сырья. При хранении возможны окисление аскорбиновой кислоты и полифенолов, ослабление аромата мелиссы, изменение цвета и образование осадка. Интенсивность этих процессов зависит от температуры, доступа кислорода, светопроницаемости упаковки и продолжительности хранения; поэтому способ стабилизации и срок годности должны устанавливаться экспериментально.

5 Выводы

Проведённый анализ подтвердил технологическую совместимость чёрного чая, шиповника и мелиссы при условии раздельного получения настоев. Предложенная рецептура позволяет сочетать чайный вкус, плодовую кислотность и лимонно-травяной аромат, однако её функциональная направленность пока имеет теоретический характер. Наиболее значимыми задачами экспериментального этапа являются оптимизация соотношения компонентов, оценка сенсорной приемлемости, определение содержания кофеина, витамина C и фенольных соединений, а также исследование устойчивости и безопасности напитка при хранении.

Список литературы

1 Иванова А.А. Оценка качества чёрного чая // Студенческая наука – первый шаг в академическую науку: материалы Всероссийской студенческой научно-практической конференции. Чебоксары, 2026. – С. 201–203.

2 Куркин В.А., Шарова О.В., Афанасьева П.В. Совершенствование методики количественного определения суммы каротиноидов в сырье «Шиповника плоды» // Химия растительного сырья. – 2020. – № 3. – С. 131–138.

3 Куркин В.А., Андреев А.А., Правдивцева О.Е. Актуальные вопросы стандартизации плодов и препаратов шиповника коричного // Аспирантский вестник Поволжья. – 2025. – Т. 25. – № 3. – С. 59–64.

4 Арипова Н.Б., Комилов Х.М. Стандартизация новых лекарственных форм мелиссы лекарственной // Вестник Кыргызской государственной медицинской академии имени И.К. Ахунбаева. – 2014. – № 3. – С. 136–140.

5 Щербакова Ю.В., Акулов А.Н. Химия биологически активных веществ. – Казань: КНИТУ, 2018. – 84 с.

6 Славгородская Л.Н., Ингерлейб М.Б. Лечебные чаи и сборы: карманный справочник. – 2012. – 182 с.

7 Шленская Т.В., Могильный М.П., Могильный А.М. Технология напитков из лекарственного сырья функционального назначения // Вестник Мичуринского государственного аграрного университета. – 2015. – № 1. – С. 195–202.

8 Ковинько Р.И., Федоряк И.В., Святохо Н.Г. и др. Способ приготовления настоя из растительного сырья для производства безалкогольных напитков: авторское свидетельство SU 1414385 A1. – Опубл. 07.08.2006.

ЛЮБЧЕНКО, А.С., КАЛИТКА, Д. А., САИДОВ, А.М., АЛЬСЕИТОВ, К.С.

ҚАРА ШАЙ, ИТМҰРЫН ЖӘНЕ МЕЛИССА НЕГІЗІНДЕГІ ШАЙ-ШӨП СУСЫНЫНЫҢ РЕЦЕПТУРАСЫН ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕУ

Мақалада қара шайдың, итмұрын жемістерінің және дәрілік мелиссаның құрамы мен технологиялық қасиеттері туралы ғылыми деректер жинақталған. Компоненттердің функционалдық-технологиялық рөлі, оларды бірге пайдаланудағы шектеулер және биологиялық белсенді заттарды сақтау факторлары салыстырылды. Тұнбаларды бөлек экстракциялау және кейін купаждау арқылы шай-шөп сусынының базалық рецептурасы теориялық тұрғыдан негізделді. Қара шай дәм, түс және бірқалыпты сергіткіш әсер қалыптастырады; итмұрын жемістік қышқылдық пен антиоксиданттық әлеует береді; мелисса лимон-шөп хош иісін және ықтимал тыныштандыратын бағыттылықты қамтамасыз етеді. Ұсынылған мөлшерлер мен режимдер эксперименттік оңтайландыруды, органолептикалық бағалауды және дайын өнімнің физикалық-химиялық көрсеткіштерін анықтауды қажет етеді.

Түйінді сөздер: *шай-шөп сусыны, қара шай, итмұрын, мелисса, функционалдық бағыттылық, биологиялық белсенді заттар, экстракция, купаждау.*

LYUBCHENKO, A.S., KALITKA, D.A., SAIDOV, A.M., ALSEITOV, K.S.

POTENTIAL APPLICATIONS OF PLANT-BASED RAW MATERIALS FROM THE KOSTANAY REGION IN THE DEVELOPMENT OF FUNCTIONAL BEVERAGES WITH CALMING AND GENERAL TONIC EFFECTS

The article summarizes scientific data on the composition and technological properties of black tea, rosehip fruits and lemon balm in relation to the development of a tea-herbal beverage. The functional and technological roles of the ingredients, limitations of their combined use and factors affecting the retention of biologically active compounds are compared. A basic formulation involving separate extraction and subsequent blending of the infusions is theoretically substantiated. Black tea provides taste, colour and a moderate tonic effect; rosehip contributes fruity acidity and antioxidant potential; lemon balm creates a lemon-herbal aroma and a potential calming profile. The proposed quantities and processing conditions are initial parameters that require experimental optimization, sensory evaluation and determination of the physicochemical characteristics of the finished product.

Keywords: *tea-herbal beverage, black tea, rosehip, lemon balm, functional orientation, biologically active compounds, extraction, blending.*

Сведения об авторах:

Любченко Алина Сергеевна *– студентка 4 курса ОП 6В07203 – Технология перерабатывающих и пищевых производств, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Калитка Дмитрий Аркадьевич *– магистр естественных наук, преподаватель, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Саидов Анзор Мусаевич *– магистр экономических наук, старший преподаватель, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Альсеитов Кайрат Сапажанович *– преподаватель специальных дисциплин, КГКП «Костанайский политехнический высший колледж», г. Костанай, Республика Казахстан.*

Любченко Алина Сергеевна *– 6В07203 – «Қайта өңдеу және тамақ өндірістерінің технологиясы» білім беру бағдарламасының 4-курс студенті, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Калитка Дмитрий Аркадьевич *– жаратылыстану ғылымдарының магистрі, оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Саидов Анзор Мусаевич *– экономика ғылымдарының магистрі, аға оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Альсеитов Кайрат Сапажанович *– арнайы пәндер оқытушысы, «Қостанай политехникалық жоғары колледжі» КМҚК, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Lyubchenko Alina Sergeyevna *– 4-year student, "6B07203 - Technology of Processing and Food Production" educational program, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Kalitka Dmitriy Arkadiyevich *– Master of Natural Sciences, Lecturer, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Saidov Anzor Mussayevich *– Master of Economic Sciences, Senior Lecturer, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Alseitov Kairat Sapazhanovich *– Lecturer of Specialised Disciplines, Kostanay Polytechnic Higher College MSOPE, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

UDC 004.89

Meirmanova, A.,
PhD, Postdoctoral Researcher, Assistant Professor,
School of Software Engineering,
Astana IT University,
Astana, Republic of Kazakhstan
Yeslamgali, K.,
Master's student, School of Software Engineering,
Astana IT University,
Astana, Republic of Kazakhstan

AN MCDM-GOVERNED END-TO-END MACHINE LEARNING FRAMEWORK FOR TRUCK DELAY PREDICTION

Abstract

Delays in the arrival of trucks lead to queues at the entrance, idle resources and knock-on disruptions; however, in most studies, optimisation is carried out in a standalone manner based on a single model. This paper proposes an end-to-end architecture combining a leak-proof data pipeline, a suite of delay

prediction models, a minimal MLOps cycle and a two-level multi-criteria decision-making (MCDM) layer. At the first level, model configurations are ranked according to accuracy, stability, latency and operational complexity. Level 2 selects a response policy for each predicted latency range based on operational key performance indicators (KPIs). Weights are determined using the AHP method, whilst alternatives are ranked using the TOPSIS method. The article describes the problem formulation and each level of the conceptual model, and sets out an evaluation framework based on 85,410 trips

Keywords: *forecasting trucks delays, end-to-end machine learning pipeline, MLOps, multi-criteria decision-making, AHP, TOPSIS, logistics.*

1 Introduction

Uncertainty regarding truck arrival times is not merely ‘noise’ in the estimated time of arrival (ETA), but also an operational risk. Delays in arrival lead to queues at the gates, downtime at loading bays and idle staff, as well as a knock-on effect of delays at terminals and cross-docks. At container terminals, uncertainty regarding arrivals undermines the operation of truck assignment systems (TAS) and complicates slot planning [1, 2]. In the retail distribution sector, this leads to the re-planning of truck routes and an increase in waiting-related costs [3].

A single accurate model does not solve this problem. To create a solution suitable for practical application, a reproducible data pipeline, controlled deployment and monitoring, and a level of decision-making that translates forecasts into action in the face of conflicting criteria are required. Applied research in the field of logistics rarely describes the model development lifecycle [4]. Multi-criteria decision-making (MCDM) methods are well established in logistics, but are used primarily for selecting suppliers and service providers [5, 6], rather than for choosing machine learning (ML) configurations or responses to predicted delays.

Related studies can be divided into four groups. The first group forecasts delays or estimated times of arrival (ETAs). Delays are typically calculated based on the ETA forecast or journey time and compared with the timetable. In studies based on GPS data, a comparative analysis is carried out of a wide range of regression models, including boosting and ‘random forest’ methods [7]. Deep architectures model trajectories [8] or actual arrival within the TAS window using a cascaded LSTM-Transformer network [1]. In port environments, simple models may yield better results when features are weakly expressed [9, 10], whilst improvements in performance often depend equally on both the model and data preparation, such as voyage identification and the removal of noise from trajectories [11].

The second group incorporates forecasts into operational decisions. ETA informs truck rescheduling in the grocery retail sector [3], dock rescheduling at PI-Hub facilities [12] and delay mitigation at cross-docks [13]. Simulation-based optimisation of TAS provides another point of integration [14]. The third group relates to MLOps: production ML is a socio-technical problem whose main challenges are integration with non-ML systems, monitoring and retraining [4, 15]. The fourth group applies MCDM. AHP, COPRAS, VIKOR and their grey or fuzzy variants rank logistics providers according to competing and uncertain criteria [5, 6]. Hybrid ML-MCDM approaches improve the explainability of supplier selection [16], and sustainability criteria are increasingly being included [17].

Table 1 summarises which layers of the proposed framework each study covers. None of the reviewed studies combines delay prediction, production operations and multi-criteria selection of both models and response policies.

Table 1 – Coverage of framework layers in related studies

Study	Delay / ETA prediction	Operational use	MLOps life cycle	MCDM
Ghazikhani et al. [7]	Yes	-	-	-
Ma et al. [1]	Yes	Partial (TAS)	-	-

Study	Delay / ETA prediction	Operational use	MLOps life cycle	MCDM
Haoyang [11]	Yes	-	-	-
Modica et al. [3]	Yes	Yes	-	-
Vijay et al. [12]	Yes	Yes	-	-
Altaf et al. [13]	Yes	Yes	-	-
Bett et al. [14]	-	Yes	-	-
Eken et al. [4]	-	-	Yes	-
Nguyen et al. [5]; Wang et al. [6]	-	-	-	Yes
Abdulla and Baryannis [16]	-	-	-	Yes (with ML)
This paper	Yes	Yes	Yes	Yes

This article addresses this gap by proposing an architecture in which MCDM manages an end-to-end machine learning service for predicting lorry delays. The contributions of this article are as follows:

1) a problem formulation that distinguishes between the target delay value, the information available at the time of forecasting, and two decision-making spaces (model configurations and response policies);

2) a multi-level architecture comprising a leak-proof data pipeline, a model pool, a minimal MLOps cycle and a two-level MCDM layer;

3) a decision-making rule that links predicted delay ranges to response policies, ranked according to operational KPIs;

4) an evaluation scheme that allows the quality of forecasting, temporal stability, ranking robustness and operational impact to be verified by simulating historical data.

2 Materials and Methods

This study employs a ‘design-science’ approach: the conceptual model itself serves as the artefact, which is evaluated empirically on the basis of clearly formulated questions [18]. This section sets out the research problem, lists the components of the conceptual model and defines the evaluation framework.

3-4 Results and Discussion

Problem formulation

For each trip, the model uses three time stamps: the scheduled delivery time, the actual delivery time, and the forecasting point at which the forecast is generated (the scheduled time of goods receipt). Descriptive features may only contain information observable at the time of forecasting. The arrival time deviation is the difference between the actual and scheduled delivery times in minutes; the target delay is this deviation truncated to zero, so early arrival is treated as a zero delay. A binary label flags deliveries whose delay exceeds the business-acceptable threshold (which is zero in the base case).

The model is trained to forecast delay under an information constraint, whereby each feature is calculated based on events that have concluded prior to the time of forecasting. The platform makes two decisions. When selecting a configuration, each option consists of a combination of a feature set, a family of models, hyperparameters and a retraining mode. When selecting a policy for each predicted delay range, a response policy is chosen, with ‘no action’ always being one of the options. Each decision uses its own set of criteria with non-negative weights, the sum of which equals one. Each criterion represents either a benefit (the higher, the better) or a cost (the lower, the better). In both decisions, the alternative with the highest score according to the MCDM method is selected.

Framework overview

This framework follows the ‘conveyor – forecast – decision’ logic and is complemented by a feedback loop from the production environment (Fig. 1). The data layer generates a versioned

training table reflecting the state at a specific point in time. The forecasting layer trains a set of possible configurations. Level 1 MCDM selects a configuration for deployment. The operation and monitoring cycle launches it and initiates retraining. Level 2 MCDM maps each predicted delay range to a response policy, and the journey results are returned to the operational database.

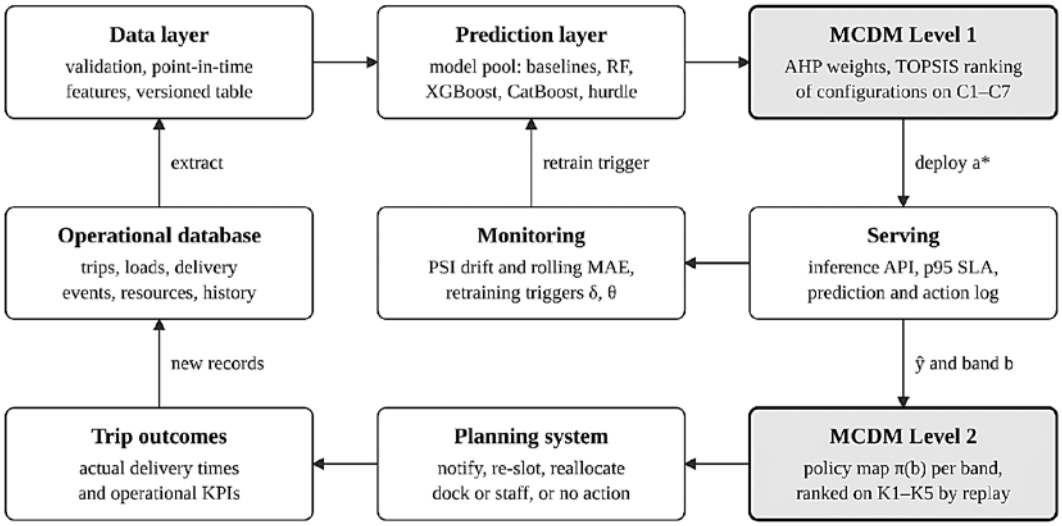


Figure 1 – Architecture of the MCDM-governed framework

Data layer

The data layer transforms operational records into a single row per trip with a fixed data contract. It reads a relational logistics database containing trips, loads, delivery events, routes, customers, drivers, lorries, trailers, and supporting maintenance and safety incident records. Delivery events are pivoted into planned and actual collection and delivery timestamps.

Before feature construction, the pipeline checks for unique trip identifiers, valid value ranges, temporal consistency (pick-up before delivery, planned times present) and missing values per column. Rows that fail these checks are excluded and counted, so coverage is reported with every dataset version.

Historical metrics only take into account those journeys for which delivery was completed prior to the time of forecasting. For each grouping key (route, driver, customer and lorry), the average delay for these past journeys is smoothed towards the mean of the training set, ensuring that items with few past journeys are assigned values close to the overall mean; this allows for items with a ‘cold start’. The delay metric is calculated in a similar manner based on a binary label. The condition ‘delivery completed’, rather than ‘pick-up previously completed’, excludes trips that are still in progress and whose outcome is unknown at the time of forecasting. The feature groups are shown in Table 2.

Table 2 – Feature groups

Group	Examples	Source
Calendar	pickup hour, day of week, month, weekend flag	trips, delivery events
Plan	planned duration, distance, typical transit days	trips, routes
Load and customer	load type, weight, booking type, contract attributes	loads, customers
Resources	driver experience, truck age, trailer type	drivers, trucks, trailers
Delay history	mean delay and delay rate per route, driver, customer, truck	delivery events
Reliability history	prior maintenance count and downtime, prior incidents	maintenance, safety incidents
External (optional)	weather, traffic, facility congestion, telematics	external feeds

Fields known only after arrival are removed from the feature set delivery timestamp, actual and difference durations, arrival deviation, on-time status and detention minutes. Each training table is stored with a dataset version and a feature-definition version, so every model can be traced to its exact inputs.

Prediction layer

The forecasting layer is trained on a set of variants that differ in terms of the problem formulation, the set of features and the family of models. Three formulations are considered: 1) simple regression of the delay in minutes; 2) classification of the binary label (delay or no delay, taking the tolerance into account); 3) a two-stage (hurdle) model, suitable for a target with a large share of zeros: the first stage estimates the probability that a trip is delayed, the second estimates the expected delay given that it is delayed, and the forecast is the product of the two.

The range of models varies from simple to complex. Naive base models predict the global median delay and the average delay along the route over the entire period. A regularised linear model serves as an interpretable benchmark. The main candidates are tree-based ensembles: Random Forest [19], XGBoost [20] and CatBoost, which natively supports the processing of categorical features such as route and customer [21]. Sequential architectures are only added when dense telematics sequences are available [1].

Regression candidates are scored by MAE, RMSE and R^2; classification candidates by PR-AUC and F1. All errors are also reported by segment (route, customer, month) to locate where a model fails.

Serving and monitoring loop

The MLOps cycle ensures the stability of the deployed configuration over the long term [15]. It consists of four elements:

1) contract fulfilment and maintenance: the output service accepts only input data that conforms to the schema of the current version of the specification, and the response time is governed by the p95 latency target specified by the consumer planning system;

2) Logging: each prediction is stored with the trip ID, timestamp, model version, specification version and input data, whilst the actual delay is added after delivery, allowing the timestamp delay to be explicitly displayed;

3) monitoring: input data drift is measured for each characteristic using the Population Stability Index (PSI) relative to the training reference data, whilst the quality of the output data is measured as the moving average absolute error (MAE) over a window of W after the arrival of the labels [22];

4) Retraining: This is performed according to a fixed schedule or upon the activation of a trigger, i.e., when the moving MAE exceeds the validation MAE by more than a set margin or the PSI of a feature exceeds a set threshold.

The PSI compares the binned distribution of a feature in the current data with that in the training reference data; values close to zero indicate no shift. The retrained model is not automatically promoted. It enters the first level of the MCDM as a contender alongside the current leader and replaces it only if it takes first place. In this way, the MCDM acts as a “control gate” for the MLOps cycle.

MCDM layer

The MCDM approach replaces decision-making based on a single measure of accuracy with an explicit, verifiable trade-off. It operates at two levels, using separate sets of criteria (Tables 3 and 4).

Table 3 – Level 1 criteria: configuration selection

Code	Criterion	Type	Measure
C1	Accuracy	Cost	MAE on the test period, min
C2	Tail error	Cost	90th percentile of absolute error, min
C3	Temporal stability	Cost	standard deviation of MAE across rolling windows, min

Code	Criterion	Type	Measure
C4	Segment robustness	Cost	worst-route MAE divided by overall MAE
C5	Inference latency	Cost	p95 response time, ms
C6	Operational complexity	Cost	expert score 1-9: data dependencies, retraining effort
C7	Interpretability	Benefit	expert score 1-9

Table 4 – Level 2 criteria: response-policy selection per delay band

Code	Criterion	Type	Measure (from historical replay)
K1	Waiting time	Cost	mean gate or dock waiting per trip, min
K2	Window compliance	Benefit	share of trips served in the planned window, %
K3	Resource idle time	Cost	idle dock and staff time per day, min
K4	Intervention cost	Cost	expert score 1-9 per action
K5	Plan disruption	Cost	plan changes per day

The set of policies consists of four options: P0-no action; P1-notify the facility and the consignee; P2-reschedule the reception time; P3-reallocate the berth or personnel.

The weights of the criteria are determined using the AHP method. Each expert fills out a pairwise comparison matrix on a scale from 1 to 9, and the weights are represented by the normalized principal eigenvector. The matrix is considered acceptable if its consistency coefficient does not exceed 0.10-the threshold value recommended by Saati [25]. Individual ratings are summed using the geometric mean. In the event of significant discrepancies among the experts' opinions, the variation in ratings can be accounted for using a fuzzy version of the AHP method [6].

The alternatives are ranked using the TOPSIS method [26]. This method is suitable for solving this problem because most of the criteria are quantifiable; it allows for compensating for differences between criteria, and each evaluation is easily explainable. Each column of criteria in the decision matrix is normalized and multiplied by its weight according to the AHP method. The method then calculates, for each alternative, the distance to the ideal point-which takes the best value for each criterion (maximum for benefit, minimum for cost)-and to the anti-ideal point-which takes the worst value. The final evaluation represents the relative proximity to the ideal: it equals 1 for an alternative that coincides with the ideal point and 0 for an alternative that coincides with the anti-ideal point. The VIKOR method serves as a cross-check, since it may favor a different trade-off [23].

During the sensitivity analysis, each weight is sequentially increased and decreased by a fixed increment, while the remaining weights are rescaled so that their sum remains equal to one. The analysis determines whether the top-ranked alternative changes its position and calculates the Spearman correlation coefficient between the original and perturbed rankings.

Coupling prediction to policy

The forecast is translated into specific actions using delay intervals. Each forecast is assigned one of three categories: B0-delay within the acceptable deviation from the target window; B1-moderate delay; B2-serious delay. The lower threshold corresponds to an acceptable deviation within the target window; the upper threshold distinguishes between moderate and severe delays and is set in consultation with operational experts. Level 2 MCDM is run once for each range, resulting in a policy map that assigns a response policy to each range. Thus, policies are ranked according to the level of delay to which they respond, rather than in general terms. The complete procedure (Algorithm 1) consists of an offline and an online component.

Offline phase:

1) construct a training table with a fixed version at a specific point in time (Section 2.3);

2) train a set of candidates during the training period and fine-tune the model during the validation period;

3) Calculate C1-C7 for each candidate during the test period and in sliding windows;

4) Determine Level 1 weights using AHP, rank candidates using TOPSIS, conduct a sensitivity analysis, and select the leading configuration;

5) For each range and policy, repeat the test period and calculate K1-K5;

6) determine the Level 2 weights, rank the policies within each range, and save the policy map.

Online portion:

7) at the time of forecasting, verify that the characteristics comply with the contract terms and forecast the delay using the selected configuration;

8) Assign a forecast range, send the corresponding action from the policy map to the planning system, and log both events;

9) After execution, compare the forecast with the actual delay and update the monitoring; if a trigger is activated, perform retraining and return to step 3, retaining the current leader among the candidates.

Data and evaluation design

The framework is based on a relational database of logistics operations (Table 5). The training dataset comprises 85,410 rows and 47 columns. The target delay ranges from 0 to 360 minutes, with a median of 90.42 minutes; 33.28 per cent of journeys have zero delay, which formed the basis for formulating the barrier problem described in Section 2.4.

Table 5 – Source tables

Table	Records	Content
trips	85,410	driver, truck, trailer, distance, duration, status
loads	85,410	customer, route, load type, weight, booking type
delivery events	170,820	planned and actual pickup and delivery times
routes	58	origin-destination lanes, typical distance and transit days
customers	200	account and contract attributes
drivers	150	licence and experience
trucks	120	model year, acquisition, status
trailers	180	type, age, status
maintenance records	2,920	maintenance events and downtime
safety incidents	170	incidents by driver and truck

Requests are sorted by scheduled sampling time and divided chronologically into training (70 per cent), validation (15 per cent) and testing (15 per cent) periods. Hyperparameters are tuned exclusively during the validation period, whilst the testing period is used once for the final evaluation. Temporal stability (C3) is measured using a sliding-start evaluation in expanding windows [24]. The evaluation questions are set out in the table 6.

Table 6 – Evaluation questions and procedures

ID	Question	Procedure	Measures
E1	Do candidates beat naive baselines?	test-period comparison with median and route-mean baselines	MAE, RMSE, R^2, PR-AUC
E2	Which feature groups add value?	stepwise ablation over the groups in Table 2	change in C1 and C3
E3	Does MCDM change the choice?	comparison of the selected configuration with the MAE-only choice	C1-C7 of both
E4	Is the ranking robust?	one-at-a-time weight perturbation by a fixed step up and down	leader switches, Spearman correlation
E5	Does the policy map improve operations?	historical replay against P0 and a single fixed policy	K1-K5
E6	Does the loop detect degradation?	chronological replay of the test stream through monitoring	trigger times, MAE before and after retraining

Historical simulation is based on a model that describes how each action affects the outcome. Where object parameters are available, this assumption is verified using discrete-event modelling [14].

The main threats to validity are controlled as follows. Future leaks are controlled using characteristics at a specific point in time and the list of exceptions given in Section 2.3. Drift is identified using sliding windows and production monitoring. The subjectivity of the experts' weighting coefficients is mitigated by consistency checks and sensitivity analysis. External validity is limited to the use of a single database; a data-sharing agreement allows this structure to be re-instantiated based on other sources.

5 Conclusions

This article proposes an end-to-end architecture in which the MCDM method controls a machine learning service for forecasting lorry delays. The architecture formalises the delay relative to the timetable under conditions of explicit information constraints and generates performance metrics at a specific point in time, excluding journeys that are still in progress. It selects the deployment configuration based on seven technical and operational criteria, rather than accuracy alone, and maps predicted delay ranges to response policies ranked by operational KPIs. The same MCDM procedure acts as an approval mechanism for retrained models, thereby linking the decision-making process to the MLOps lifecycle.

Future work plans to expand the data set to include external signals such as weather, traffic, facility occupancy and details of appointment time slots.

References

1 Ma M., Li X., Fan H., Qin L., Wei L. Actual truck arrival prediction at a container terminal with the truck appointment system based on the long short-term memory and Transformer model // Journal of Marine Science and Engineering. – 2025. – Vol. 13, No. 3. – Article 405. – DOI: 10.3390/jmse13030405.

2 Gracia M.D., Mar-Ortiz J., Vargas M. Truck appointment scheduling: A review of models and algorithms // Mathematics. – 2025. – Vol. 13, No. 3. – Article 503. – DOI: 10.3390/math13030503.

3 Modica T., Tappia E., Colicchia C., Melacini M. Integrating arrival time estimation in truck scheduling: An explorative study in grocery retailing // Production & Manufacturing Research. – 2024. – Vol. 12, No. 1. – DOI: 10.1080/21693277.2024.2425678.

4 Eken B., Pallewatta S., Tran N.K., Tosun A., Babar M.A. A multivocal review of MLOps practices, challenges and open issues [Electronic resource] // arXiv. – 2025. – arXiv:2406.09737v2. – Available: https://arxiv.org/abs/2406.09737v2.

5 Nguyen N.-A.-T., Wang C.-N., Dang L.-T.-H., Dang L.-T.-T., Dang T.-T. Selection of cold chain logistics service providers based on a grey AHP and grey COPRAS framework: A case study in Vietnam // Axioms. – 2022. – Vol. 11, No. 4. – Article 154. – DOI: 10.3390/axioms11040154.

6 Wang C.-N., Nguyen N.-A.-T., Dang T.-T., Lu C.-M. A compromised decision-making approach to third-party logistics selection in sustainable supply chain using fuzzy AHP and fuzzy VIKOR methods // Mathematics. – 2021. – Vol. 9, No. 8. – Article 886. – DOI: 10.3390/math9080886.

7 Ghazikhani A., Davoodipoor S., Fathollahi-Fard A.M., Gheibi M., Moezzi R. Robust truck transit time prediction through GPS data and regression algorithms in mixed traffic scenarios // Mathematics. – 2024. – Vol. 12, No. 13. – Article 2004. – DOI: 10.3390/math12132004.

8 Li M., Feng Y., Wu X. AttentionTTE: A deep learning model for estimated time of arrival // Frontiers in Artificial Intelligence. – 2024. – Vol. 7. – DOI: 10.3389/frai.2024.1258086.

9 Yoon J.-H., Kim S.-W., Jo J.-S., Park J.-M. A comparative study of machine learning models for predicting vessel dwell time estimation at a terminal in the Busan New Port // Journal of Marine Science and Engineering. – 2023. – Vol. 11, No. 10. – Article 1846. – DOI: 10.3390/jmse11101846.

10 Simanjuntak R., Sibarani M., Cahyadi T., Watty Sihombing D., Bernadtua M., Yuherlina R. Prediction of ship time in port using machine learning algorithm [Electronic resource]. – 2025. – Available: https://iptek.its.ac.id/index.php/ijmeir/article/viewFile/22704/9220.

11 Haoyang C. Prediction of truck turnaround time based on machine learning approach [Electronic resource]. – Delft: TU Delft, n.d. – Available: https://resolver.tudelft.nl/uuid:92c1fbd8-30e8-46fa-bd99-a296966c0119.

12 Vijay A., Thompson R.G., Nassir N., Zhang J. Machine learning based ETA prediction for dock rescheduling in hyperconnected city logistics based PI-Hub facilities // Transportation Research Procedia. – 2024. – Vol. 79. – P. 202-209. – DOI: 10.1016/j.trpro.2024.03.028.

13 Altaf A., Mehmood A., El Amraoui A., Delmotte F., Lecoutre C. Predicting and mitigating delays in cross-dock operations: A data-driven approach // Stats. – 2025. – Vol. 8, No. 1. – Article 9. – DOI: 10.3390/stats8010009.

14 Bett D.K., Ali I., Gheith M., Eltawil A. Simulation-based optimization of truck appointment systems in container terminals: A dual transactions approach with improved congestion factor representation // Logistics. – 2024. – Vol. 8, No. 3. – Article 80. – DOI: 10.3390/logistics8030080.

15 Kreuzberger D., Kühl N., Hirschl S. Machine learning operations (MLOps): Overview, definition, and architecture // IEEE Access. – 2023. – Vol. 11. – P. 31866-31879. – DOI: 10.1109/ACCESS.2023.3262138.

16 Abdulla A., Baryannis G. A hybrid multi-criteria decision-making and machine learning approach for explainable supplier selection // Supply Chain Analytics. – 2024. – Vol. 7. – Article 100074. – DOI: 10.1016/j.sca.2024.100074.

17 Chen W., Men Y., Fuster N., Osorio C., Juan A.A. Artificial intelligence in logistics optimization with sustainable criteria: A review // Sustainability. – 2024. – Vol. 16, No. 21. – Article 9145. – DOI: 10.3390/su16219145.

18 Hevner A.R., March S.T., Park J., Ram S. Design science in information systems research // MIS Quarterly. – 2004. – Vol. 28, No. 1. – P. 75-105. – DOI: 10.2307/25148625.

19 Breiman L. Random forests // Machine Learning. – 2001. – Vol. 45, No. 1. – P. 5-32. – DOI: 10.1023/A:1010933404324.

20 Chen T., Guestrin C. XGBoost: A scalable tree boosting system // Proceedings of the 22nd ACM SIGKDD International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining. – New York: ACM, 2016. – P. 785-794. – DOI: 10.1145/2939672.2939785.

21 Prokhorenkova L., Gusev G., Vorobev A., Dorogush A.V., Gulin A. CatBoost: Unbiased boosting with categorical features // Advances in Neural Information Processing Systems 31 (NeurIPS 2018). – 2018.

22 Gama J., Žliobaitė I., Bifet A., Pechenizkiy M., Bouchachia A. A survey on concept drift adaptation // ACM Computing Surveys. – 2014. – Vol. 46, No. 4. – Article 44. – DOI: 10.1145/2523813.

23 Opricovic S., Tzeng G.-H. Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS // European Journal of Operational Research. – 2004. – Vol. 156, No. 2. – P. 445-455. – DOI: 10.1016/S0377-2217(03)00020-1.

24 Tashman L.J. Out-of-sample tests of forecasting accuracy: An analysis and review // International Journal of Forecasting. – 2000. – Vol. 16, No. 4. – P. 437-450. – DOI: 10.1016/S0169-2070(00)00065-0.

25 Saaty T.L. The analytic hierarchy process: Planning, priority setting, resource allocation. – New York: McGraw-Hill, 1980.

МЕЙРМАНОВА, А., ЕСЛАМҒАЛИ, К.

ЖҮК КӨЛІГІНІҢ КЕШІГУІН БОЛЖАУҒА АРНАЛҒАН MCDM БАСҚАРАТЫН ТОЛЫҚ ЦИКЛДІ МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУ ФРЕЙМВОРКІ

Жүк көліктерінің келуіндегі кешігулер кіреберісте кезектерге, ресурстардың босқа тұруына және жанама бұзылуларға әкеледі; алайда көптеген зерттеулерде оңтайландыру бір ғана модельге негізделген жеке тәртіпте жүзеге асырылады. Бұл мақала ақаусыз деректер ағынын, кешігуді болжау модельдерінің жиынтығын, минималды MLOps циклін және екі деңгейлі көпкритерийлі шешім қабылдау (MCDM) қабатын біріктіретін басынан-соңына дейінгі архитектураны ұсынады. Бірінші деңгейде модель конфигурациялары дәлдігі, тұрақтылығы, кешігу уақыты және операциялық күрделілігі бойынша рейтингтеледі. Екінші деңгей болжамды кешігу аралықтарының әрқайсысы үшін операциялық негізгі өнімділік көрсеткіштері (KPI) негізінде жауап саясатын таңдайды. Салмақтар AHP әдісімен анықталып, баламалар TOPSIS әдісімен рейтингтеледі. Мақала мәселенің қойылымы мен әрбір деңгейді сипаттап, 85 410 сапар негізіндегі бағалау схемасын анықтайды.

Түйінді сөздер: *жүк көлігінің кешігуін болжау, толық циклді машиналық оқыту конвейері, MLOps, көпкритерийлі шешім қабылдау, AHP, TOPSIS, логистика.*

МЕЙРМАНОВА, А., ЕСЛАМГАЛИ, К.

MCDM-УПРАВЛЯЕМЫЙ СКВОЗНОЙ ФРЕЙМВОРК МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЗАДЕРЖЕК ГРУЗОВЫХ АВТОМОБИЛЕЙ

Задержки в прибытии грузовиков приводят к образованию очередей на въезде, простоям ресурсов и последующим сбоям в работе, однако в большинстве исследований оптимизация осуществляется изолированно на основе одной единственной модели. В данной статье предлагается сквозная архитектура, сочетающая в себе герметичный конвейер данных, набор моделей прогнозирования задержек, минимальный цикл MLOps и двухуровневый слой многокритериального принятия решений (MCDM). На первом уровне конфигурации моделей ранжируются по точности, стабильности, задержке и операционной сложности. На втором уровне для каждого прогнозируемого диапазона задержек выбирается политика реагирования на основе ключевых показателей эффективности (KPI). Веса определяются с помощью метода AHP, а альтернативы ранжируются с помощью метода TOPSIS. В статье описаны постановка задачи и каждый уровень фреймворка, а также определена схема оценки на основе 85 410 рейсов.

Ключевые слова: *прогнозирование задержек грузовиков, сквозной конвейер машинного обучения, MLOps, многокритериальное принятие решений, AHP, TOPSIS, логистика.*

Information about the authors:

Meirmanova Aigul *– PhD, Postdoctoral Researcher, Assistant Professor, School of Software Engineering, Astana IT University, Astana, Republic of Kazakhstan.*

Yeslamgali Karim *– Master's student, School of Software Engineering, Astana IT University, Astana, Republic of Kazakhstan.*

Мейрманова Айгуль *– PhD, постдокторант, ассистент профессор, Бағдарламалық қамтамасыз ету инженериясы мектебі, Astana IT University, Астана, Қазақстан Республикасы.*

Есламғали Кәрім *– Магистрант, Бағдарламалық қамтамасыз ету инженериясы мектебі, Astana IT University, Астана, Қазақстан Республикасы.*

Мейрманова Айгуль *– PhD, постдокторант, ассистент-профессор, Школа программной инженерии, Astana IT University, г. Астана, Республика Казахстан.*

Есламгали Карим *– магистрант, Школа программной инженерии, Astana IT University, г. Астана, Респбулика Казахстан.*

UDC 004.021

Meirmanova, A.,
PhD, Postdoctoral Researcher, Assistant Professor
School of Software Engineering,
Astana IT University, Astana,
Republic of Kazakhstan
Kazikhanov, D.,
Master's student, School of Software Engineering,
Astana IT University,
Astana, Republic of Kazakhstan

DEVELOPMENT OF A MULTITASK TRANSFORMER-BASED MODEL AND WEB SYSTEM FOR JOINT SENTIMENT ANALYSIS AND AI-GENERATED REVIEW PROVENANCE CLASSIFICATION: A MIXED-DOMAIN CORPUS EVALUATION WITH HOTEL-ONLY PROVENANCE LABELS

Abstract

Online reviews contain both an evaluative component and information regarding the source or method of the text's creation. This article presents the

completed experimental phase of a dissertation study, which involved the development of a multi-task model based on the Transformer architecture, as well as a web-based system called ReviewGuard for the comprehensive analysis of reviews. The model addresses two tasks: determining sentiment (positive, negative, or neutral) and identifying the origin of the text (human-written versus AI-generated, based on the classification used in the MAiDE-up resource). This approach to determining origin is more narrowly defined than the broader task of detecting fake reviews. A corpus of 30,000 entries was compiled from four publicly available datasets. Several approaches were compared: the TF-IDF method combined with logistic regression, two specialized (single-task) XLM-RoBERTa models, and a single multi-task model with a shared encoder. The experiments were conducted with controls in place to prevent data leakage, and five different random seeds were used for training initialization. The multi-task model achieved the following results (Macro-F1 metric): 0.7709 ± 0.0087 for sentiment analysis and 0.9526 ± 0.0094 for origin detection (for comparison, the baseline method yielded 0.7161 and 0.8998, respectively). The differences in performance compared to a single-task Transformer model were marginal: -0.0013 for sentiment analysis and -0.0046 for origin detection. The data obtained do not allow for a definitive conclusion regarding whether a multi-task model is equivalent or superior to single-task models; furthermore, they do not confirm the presence of "positive transfer" of knowledge or the model's ability to generalize beyond the specific sources and objects used. The web-based system provides the user with model predictions, uncalibrated confidence scores, information on text truncation, and warnings–all of which are significant in a research context where a human is involved in the decision-making process.

Key words: *sentiment analysis, origin of reviews (AI-generated), origin classification, multi-task learning, XLM-RoBERTa, e-commerce, reproducibility, web-based system.*

1 Introduction

Online reviews influence product ranking, merchant reputation, customer trust, and purchase decisions. An e-commerce analytics service therefore needs to answer two different questions: what evaluation a reviewer expresses, and whether the text belongs to the provenance category represented in the training data. These questions are related because they use the same review text, but they are not interchangeable. A negative review is not automatically deceptive, and a classifier score is not independent evidence of misconduct.

The dissertation topic is to develop a multitask Transformer-based model and web system for joint sentiment analysis and review authenticity detection in e-commerce. In the executed study, the empirical provenance task is defined narrowly through the binary MAiDE-up label: human-authored hotel review versus AI-generated hotel review. The article therefore uses provenance classification for the empirical target; neither the hotel-domain labels nor the results establish authenticity in the broader sense of truthfulness or absence of manipulation.

Multi-task learning provides a direct way to test whether one encoder can support both tasks through shared representations. XLM-RoBERTa is appropriate for the multilingual corpus because it was pretrained across 100 languages [1]. However, shared parameters do not guarantee positive transfer. The comparison with single-task models is essential, and the training protocol must be documented well enough to separate an architectural effect from differences in sampling or optimization.

The contribution is fourfold. First, the study reports a completed 30,000-record, five-seed evaluation. Second, it makes label provenance and the split audit explicit. Third, it separates the scientific comparison from the supporting web-system implementation. Fourth, it constrains the interpretation to the tested domain, label definition, and fixed evaluation protocol.

2 Related Work

The multi-task learning formulation treats a shared representation as an inductive bias that can improve generalization when tasks are related [2]. In deceptive-review research, task-related supervision and unlabeled data have been studied for deception detection [3]; contextualized representations have also been evaluated for opinion-spam classification [4]. These targets are not interchangeable with AI-generation provenance: deception or spam labels concern review veracity or abuse, whereas the present provenance label records whether a text is human-authored or AI-generated in one dataset. In modern NLP, pretrained Transformer encoders provide the shared representation, while task-specific heads allow different label spaces. The benefit is empirical rather than automatic: task imbalance, label sparsity, and gradient conflict can reduce or reverse transfer.

XLM-RoBERTa extends this setting to multilingual text through cross-lingual pretraining [1]. Its use in this study is motivated by the corpus composition, not by an assumption that all language slices are equally represented. The Russian portion dominates the merged corpus, while the provenance labels come from a multilingual hospitality dataset. This makes source- and language-aware evaluation important.

Review authenticity has several non-equivalent meanings. Prior work has studied deceptive hotel reviews and a web platform for stylometry-based analysis [5], while newer work examines LLM-generated hotel reviews as a distinct detection problem [6]. MAiDE-up contributes multilingual human-authored and AI-generated hotel-review data [7]. These sources motivate distinguishing review deception from generation provenance: the present human-versus-AI label does not establish whether a review is truthful, deceptive, spam, or otherwise abusive. It should not be generalized to incentive abuse, account takeover, or coordinated manipulation.

Finally, a fixed test set and repeated seeds require careful interpretation. Statistical testing guidance for NLP recommends matching the test to the experimental unit and reporting uncertainty rather than treating one p-value as a complete argument [8]. This article therefore reports seed variation, paired confidence intervals, and approximate randomization comparisons.

3 Research Questions and Scope

The study investigates three questions:

1. To what extent does multitask XLM-RoBERTa improve Macro-F1 over TF-IDF with logistic regression for each task under the fixed test protocol?

2. How do the observed multitask results compare with single-task XLM-RoBERTa on the same tasks and test partition?

3. Which limitations of the data, labels, split, and training design constrain interpretation and generalization beyond this protocol and the ReviewGuard demonstration system?

The hypotheses are deliberately modest. H1 is an expectation that multitask training will not materially underperform single-task training on sentiment; however, no non-inferiority margin was prespecified and no equivalence or non-inferiority test was conducted. H1 is therefore not established by a non-significant difference test. H2 predicts that both Transformer variants will exceed the classical baseline on provenance. H3 treats the web interface as an engineering deliverable, not as evidence of model interpretability or a substitute for external validation.

4 Data and Label Provenance

The processed input contains 30,000 normalized records and is identified by SHA-256 digest a296cf7bb8cb0dbb3eebd8a0cc9c478422e9f5959836bc4d20915f9f81c9c5fc. Four publicly available sources were merged with explicit source identifiers. The 7,000 MAiDE-up records were sampled with 3,500 examples from each provenance class to meet the benchmark quota; the construction script uses source sampling seed 44 and a fixed source-specific sampling order. The source roles and label semantics are shown in Table 1 [7, 9–11].

All records have a sentiment label. There are 23,734 Russian records and 6,266 records in Turkish, French, Korean, English, Chinese, Spanish, Italian, German, or Romanian. The domain mixture is 23,000 e-commerce records and 7,000 hospitality records. Provenance labels are

available only for the 7,000 MAiDE-up records, so e-commerce rows contribute to sentiment loss but not to provenance loss.

Table 1 – Corpus composition and label provenance.

Source	n	Sentiment	Provenance
MAiDE-up	7,000	Source label; negative/positive	3,500 human-authored and 3,500 AI-generated
Perekrestok	10,000	Rating mapping: 1–2 negative, 3 neutral, 4–5 positive	No label
RuReviews	3,000	Native three-class dataset label	No label
Wildberries	10,000	Rating mapping: 1–2 negative, 3 neutral, 4–5 positive	No label

The rating-derived labels are a practical volume compromise, not independent manual annotation. The sentiment task therefore measures agreement with the project's three-class rating mapping. It should not be interpreted as a universal linguistic definition of polarity. Similarly, the provenance task measures the MAiDE-up human-versus-AI distinction and should not be reported as a detector for every kind of fake review.

5 Methodology

Leakage-Controlled Split

Using split seed 42, the corpus was divided into 23,975 training, 3,013 validation, and 3,012 test records. Texts were case-folded and whitespace-normalized before splitting, then grouped by normalized text and stratified by source and available-label pair. The audit found 521 exact and 564 normalized duplicate rows in the merged corpus, but zero cross-partition overlap by record identifier, exact text, or normalized text for every train, validation, and test pair. This is a text-level leakage check, not an entity-held-out design: product/hotel and user identifiers were not used to form the split. An independent audit of the current split found repeated product identifiers across train and test (1,438 source-namespaced IDs) and repeated user identifiers (187 IDs). Thus, scores may benefit from entity-specific patterns; no product/user- held-out estimate is available. The test sentiment distribution is 710 negative, 204 neutral, and 2,098 positive; the provenance test is balanced at 350 human-authored and 350 AI-generated examples.

Model Architecture

The classical reference uses TF-IDF unigrams and bigrams with up to 50,000 features and a class-balanced logistic-regression classifier for each task. The Transformer systems use FacebookAI/xlm-roberta-base with CLS pooling. The shared encoder produces a contextual representation from the first token. Each task-specific MLP projects through a hidden layer with the encoder hidden size, GELU activation, and dropout of 0.1 before the output layer. For a record with both labels, the loss is the sum of the sentiment and provenance cross-entropies, each weighted by 0.5; class weights use the balanced mode. When one label is absent, only the available task contributes to the loss. Single-task models use the same encoder and head design but optimize one label only.

Training Protocol

The local Apple Silicon configuration uses maximum sequence length 192, batch size 2, four-step gradient accumulation, gradient checkpointing, AdamW with learning rate 2e-5, weight decay 0.01, 10 percent linear warm-up, a five-epoch maximum, and early stopping with patience 2. The learning-rate schedule is linear and the maximum gradient norm is 1.0. Multi-task training uses a source-balanced sampler and class-weighted cross-entropy; the single-task loop does not use the source-balanced sampler. Consequently, the multitask-versus-single-task comparison evaluates two configured training systems rather than one isolated architectural switch.

Training was run on a Mac mini M2 Pro with 16 GB unified memory through the MPS backend. The recorded environment was Python 3.12.12 on macOS 26.2 arm64. Transformer systems used seeds 11, 21, 42, 84, and 126. Checkpoints were selected using validation Macro-F1 and the test set was reserved for final evaluation. Macro-F1 is the primary metric because class balance differs across tasks; accuracy is reported as a secondary metric.

ReviewGuard Web System

The model is embedded in ReviewGuard, a reproducibility-oriented service with five stages: data normalization, training and checkpoint export, checkpoint loading, FastAPI inference, and a browser interface. The /health endpoint reports service and model readiness; /research-context returns the training scope and dataset warnings; and POST /analyze accepts a review and returns sentiment and provenance labels with uncalibrated model scores.

The response also contains a lightweight transparency object: ranked uncalibrated task probability scores, token count, configured maximum length, a truncation flag, prediction margins, risk flags, and research-context warnings. This is an operational aid for a human reviewer, not a causal explanation of the model and not evidence that the predicted provenance label is factually true.

6 Experimental Design

Each Transformer variant was trained for five random seeds on the same fixed split. The classical baseline is deterministic under the fixed configuration. For Transformer systems, the article reports mean and standard deviation over seeds and a 95 percent t-interval for the mean. Paired comparisons use the same test examples. For each of 2,000 bootstrap replicates, test examples are sampled with replacement and the Macro-F1 difference is computed separately for each matched seed; the reported interval is the 2.5th–97.5th percentile interval of the mean difference across seeds. The approximate randomization test uses 2,000 two-sided permutations: for each replicate and seed, model predictions are swapped independently at the example level, and the absolute seed-averaged Macro-F1 difference is compared with the observed one. The Monte Carlo p-value uses the plus-one correction. These intervals and tests quantify uncertainty conditional on this fixed example-level split; they do not account for product/user clustering or new sources, domains, or languages. We also computed worst-slice Macro-F1 by language, source, and domain with a minimum slice support of 25.

The comparison is intentionally bounded. It tests a shared encoder against two single-task encoders and a shallow text baseline under one data construction. It does not claim that the chosen source quotas represent the population of e-commerce reviews, that MAiDE-up labels cover human deception, or that a production threshold has been calibrated. Nor is this an external, source-held-out, product/user-held- out, or domain-held-out validation: the only provenance test examples come from MAiDE-up hotel reviews.

7 Results

Main Test Metrics

For class c, precision is $P_c = TP_c/(TP_c + FP_c)$ and recall is $R_c = TP_c/(TP_c + FN_c)$. The reported Macro-P, Macro-R, and Macro-F1 are unweighted means over classes; Weighted-F1 weights class F1 by test-set support. All metrics are computed on the fixed test partition.

Table 2 – Transformer values are means and standard deviations over five training seeds

Model family	Task	Macro-F1	Accuracy
TF–IDF + logistic regression	Sentiment	0.7161	0.8320
Single-task XLM-R	Sentiment	0.7721 ± 0.0087	0.8958 ± 0.0038
Multitask XLM-R	Sentiment	0.7709 ± 0.0087	0.8950 ± 0.0047
TF–IDF + logistic regression	Provenance	0.8998	0.9000
Single-task XLM-R	Provenance	0.9571 ± 0.0088	0.9571 ± 0.0087

Model family	Task	Macro-F1	Accuracy
Multitask XLM-R	Provenance	0.9526 ± 0.0094	0.9526 ± 0.0094
Majority baseline	Sentiment	0.2737	0.6965
Majority baseline	Provenance	0.3333	0.5000

Multitask XLM-R exceeds the TF-IDF baseline by 0.0548 Macro-F1 for sentiment and 0.0528 for provenance. The single-task Transformer has slightly higher means on both tasks, but the gaps are small relative to seed variation. These observed means do not establish statistical equivalence or non-inferiority; a practically important difference is not ruled out by this design. The main practical result is therefore a shared model serving both outputs, not a demonstrated accuracy advantage over separate models.

Paired Comparisons.

Table 3 – Paired Macro-F1 comparisons for the multitask model; delta equals multitask minus comparator

Task	Comparator	Delta	95% CI	p (approx. randomization, unadjusted)
Sentiment	Single-task XLM-R	−0.0013	[−0.0105, 0.0081]	0.8016
Sentiment	TF–IDF + logistic regression	+0.0548	[0.0337, 0.0732]	0.0005
Provenance	Single-task XLM-R	−0.0046	[−0.0109, 0.0020]	0.1829
Provenance	TF–IDF + logistic regression	+0.0528	[0.0305, 0.0749]	0.0005

Additional macro-averaged test metrics; values are means and standard deviations over five training seeds.

Model	Task	Macro-P	Macro-R	Weighted F1
TF–IDF + logistic regression	Sentiment	0.6919	0.7688	0.8446
Single-task XLM-R	Sentiment	0.7740 ± 0.0028	0.7737 ± 0.0173	0.8964 ± 0.0035
Multitask XLM-R	Sentiment	0.7687 ± 0.0104	0.7762 ± 0.0180	0.8962 ± 0.0043
TF–IDF + logistic regression	Provenance	0.9034	0.9000	0.8998
Single-task XLM-R	Provenance	0.9577 ± 0.0083	0.9571 ± 0.0087	0.9571 ± 0.0088
Multitask XLM-R	Provenance	0.9531 ± 0.0090	0.9526 ± 0.0094	0.9526 ± 0.0094

Per-class test metrics for the multitask model; values are means and standard deviations over five training seeds.

Task	Class	Precision	Recall	F1
Sentiment	Negative	0.8700 ± 0.0156	0.8566 ± 0.0192	0.8630 ± 0.0083
Sentiment	Neutral	0.4887 ± 0.0415	0.5284 ± 0.0663	0.5041 ± 0.0205
Sentiment	Positive	0.9475 ± 0.0063	0.9437 ± 0.0047	0.9456 ± 0.0023
Provenance	Human-authored	0.9654 ± 0.0073	0.9389 ± 0.0208	0.9518 ± 0.0100
Provenance	AI-generated	0.9408 ± 0.0190	0.9663 ± 0.0077	0.9533 ± 0.0088

The additional metrics expose an important asymmetry that Macro-F1 alone hides: the neutral sentiment class is substantially weaker (F1 0.5041 +/- 0.0205) than negative and positive sentiment, while the two provenance classes remain balanced. The 95 percent t-based confidence intervals across seeds are [0.7600, 0.7817] for multitask sentiment Macro-F1 and [0.9409, 0.9642] for multitask provenance Macro-F1. Paired Cohen's d_z values are -0.1383 and -0.2724 for multitask versus single-task sentiment and provenance, respectively, and 6.2744 and 5.6106 versus the classical baseline; because only five seeds are available, these effect sizes are descriptive. AUROC, PR-AUC, calibration error, and Brier score are not reported because the release artifacts contain aggregate confusion-matrix metrics but no per-example probability outputs; these metrics should be added in the next evaluation run.

The majority baselines in Table 2 are 0.2737 Macro-F1 and 0.6965 accuracy for sentiment, and 0.3333 Macro-F1 and 0.5000 accuracy for provenance. For the four Macro-F1 comparisons in Table 3, Holm-adjusted p-values are 0.0020 for both multitask-versus-baseline comparisons, 0.3658 for provenance versus single-task, and 0.8016 for sentiment versus single-task. These inferences remain conditional on the fixed test split and are exploratory because only five training seeds are available.

A robustness audit across language, source, and domain slices also limits the generalization claim. Across the five seeds, the worst-language Macro-F1 averaged 0.5688 +/- 0.0220 for sentiment and 0.8905 +/- 0.0267 for provenance; the worst-source and worst-domain sentiment Macro-F1 values averaged 0.6210 +/- 0.0039 and 0.6223 +/- 0.0030. Several slices contain no neutral sentiment examples, so these slice scores are diagnostic and should not be interpreted as fully comparable three-class estimates. The manuscript reports only the worst-slice values, without identifying the slices or their supports; they therefore do not permit a reader to verify which languages or sources drive these minima.

The intervals for the multitask-versus-single-task comparisons cross zero, so the experiment does not establish positive transfer. Because the study did not specify a non-inferiority margin or use an equivalence test, the same result also cannot establish that the systems are equivalent or that multitask learning incurs no practically important loss. Against the classical baseline, the intervals are positive and the randomization p-value is 0.0005 for both tasks, the smallest value resolvable with 2,000 permutations. The answer to RQ1 is positive within the fixed protocol; the answer to RQ2 is that no reliable difference is established.

8 Discussion

The result pattern is consistent across tasks on this fixed split: Transformer representations outperform the selected TF-IDF reference, while the distinction between shared and single-task Transformer training is small. This may indicate that the two targets use partially shared lexical and semantic information without providing enough independent provenance supervision to produce measurable positive transfer. It may also reflect the non-isolated sampler difference. The current evidence cannot distinguish these explanations.

For the dissertation system, the compact shared encoder remains useful. It provides one exportable checkpoint, one API contract, and one web interface for two predictions. That engineering advantage should not be converted into a scientific claim that the shared model is more accurate. A deployment should expose uncalibrated model scores and truncation information, require human review for high-impact decisions, and retain the source and label warnings returned by the research context.

The web system also clarifies the boundary between a model and a moderation policy. An uncalibrated provenance score is a research signal tied to MAiDE-up's human-versus-AI definition. It is not a decision that a reviewer is fraudulent, and it should not be used for automatic penalties without independent validation, calibration, and an appeal process.

9 Limitations and Next Steps

- **Provenance validity:** all provenance labels come from MAiDE-up and the hotel domain. They contrast human-authored and AI-generated reviews and do not test human-written deception, incentive abuse, or coordinated spam.

- **Heterogeneous sentiment supervision:** Perekrestok and Wildberries labels are derived from ratings, so source and label-generation effects may be confounded with language and domain effects.
- **One fixed, text-grouped split:** five training seeds measure initialization sensitivity but do not replace product/user-grouped, source-held-out, language-held-out, or external evaluation. Product and user IDs recur across training and test partitions, so entity-specific signals may cross the split. The reported test estimates therefore do not quantify performance on unseen entities. Before redistribution, source-specific provenance subtype metadata must also be audited against authenticity_label; the reported metrics use the authenticity_label field directly.
- **Duplicate structure and quota sampling:** the audit prevents observable cross-partition text leakage, but normalized duplicates remain inside the merged corpus and fixed source quotas are not a random sample of all reviews. The example-level bootstrap and randomization test also do not account for recurring product/user entities; a group-aware uncertainty analysis remains an important sensitivity check.
- **Non-isolated ablation:** the multitask system uses source-balanced sampling while the single-task system does not. Sampling and training exposures are therefore not matched, so the observed differences cannot be attributed to parameter sharing alone. A stricter architectural ablation must equalize sampling and optimization schedules.
- **Deployment validation:** model scores were not calibrated, a moderation threshold was not selected, and the web system is decision support rather than an autonomous enforcement service.

The next dissertation stage should collect or obtain independent provenance labels in an e-commerce domain, repeat the comparison with identical samplers, report source- and language-held-out results, calibrate probabilities, and evaluate the complete API workflow with representtative user scenarios. These steps would test generalization rather than only extending the training corpus.

10 Conclusion

This article presents a documented multitask XLM-RoBERTa experiment and ReviewGuard web system for joint sentiment analysis and review provenance classification. On a leakage-controlled, partially labelled corpus of 30,000 records, multitask training increased Macro-F1 over TF-IDF with logistic regression from 0.7161 to 0.7709 for sentiment and from 0.8998 to 0.9526 for provenance. Single-task Transformer systems had slightly higher means, and paired intervals did not confirm a difference.

The defensible conclusion is therefore conditional. A shared encoder supports both predictions in one service in this experiment, and its observed means are close to those of the single-task models. This fixed- split, non-matched training comparison cannot establish equivalence, non-inferiority, or absence of a practically important loss. It also does not prove positive transfer or establish universal fake-review detection. The strongest next test is an external, source-held-out and domain-held-out evaluation with independently defined provenance labels.

11 Data Availability and Reproducibility

The project repository contains the data-normalization and training code, model-export code, API service, configuration snapshot, and aggregated reports. The locally processed corpus and trained checkpoint files are not part of the Git-tracked release and must be reconstructed from the cited sources subject to their terms. The preflight record gives the input digest in Section 4 and the used-config SHA-256 70352429b1ad2c1b1109752362936212858e355ad5227a0aa81bc28eb5a9ded3. It records starting commit 64cf0a580d4a28434454aba763bec51ff052c689, Python 3.12.12, macOS 26.2 arm64, the MPS backend, split seed 42, and training seeds 11, 21, 42, 84, and 126. Importantly, the manifest marks the working tree as dirty and lists changes to scripts/run_multiseed_experiments.py, src/reviewguard/training/multitask.py, and src/reviewguard/training/single_task.py. It does not include a checksum of those modified source contents; the recorded commit alone therefore does not fully identify the exact training code used. The record also does not pin an immutable model/tokenizer revision or a resolved package environment. The benchmark builder selects 3,500 MAiDE-up records per provenance class using source sampling seed 44. This is separate from split seed 42 and the five training seeds (11, 21, 42, 84, and 126).

Exact reproduction requires the same source versions, sampling script, config snapshot, code diff, and software environment, rather than silently substituting newer dataset revisions. Redistribution of source records follows the original dataset terms.

References

1 Conneau, A., Khandelwal, K., Goyal, N., Chaudhary, V., Wenzek, G., Guzmán, F., et al. Unsupervised cross-lingual representation learning at scale. Proceedings of the 58th annual meeting of the association for computational linguistics. 8440–8451. Association for Computational Linguistics. 2020. doi:10.18653/v1/2020.acl-main.747. https://aclanthology.org/2020.acl-main.747/.

2 Caruana, R. Multitask learning. Machine Learning. 28, (1), 41–75. 1997. doi:10.1023/A:1007379606734. https://doi.org/10.1023/A:1007379606734.

3 Hai, Z., Zhao, P., Cheng, P., Yang, P., Li, X.-L., Li, G. Deceptive review spam detection via exploiting task relatedness and unlabeled data. Proceedings of the 2016 conference on empirical methods in natural language processing. 1817–1826. Association for Computational Linguistics. 2016. doi:10.18653/v1/D16-1187. https://aclanthology.org/D16-1187/.

4 Kennedy, S., Walsh, N., Sloka, K., McCarren, A., Foster, J. Fact or factitious? Contextualized opinion spam detection. Proceedings of the 57th annual meeting of the association for computational linguistics: Student research workshop. 344–350. Association for Computational Linguistics. 2019. doi:10.18653/v1/P19-2048. https://aclanthology.org/P19-2048/.

5 Pascucci, A., Manna, R., Caterino, C., Masucci, V., Monti, J. Is this hotel review truthful or deceptive? A platform for disinformation detection through computational stylometry. Proceedings for the first international workshop on social threats in online conversations: Understanding and management. 35–40. European Language Resources Association. 2020. https://aclanthology.org/2020.stoc-1.6/.

6 Liyanage, V., Buscaldi, D., Forcioli, P. Detecting AI-enhanced opinion spambots: A study on LLM-generated hotel reviews. Proceedings of the seventh workshop on e-commerce and NLP @ LREC-COLING 2024. 74–78. ELRA; ICCL. 2024. https://aclanthology.org/2024.ecnlp-1.8/.

7 Ignat, O., Xu, X., Mihalcea, R. MAiDE-up: Multilingual deception detection of AI-generated hotel reviews. Findings of the association for computational linguistics: NAACL 2025. 1636–1653. Association for Computational Linguistics. 2025. doi:10.18653/v1/2025.findings-naacl.88. https://aclanthology.org/2025.findings-naacl.88/.

8 Dror, R., Baumer, G., Shlomov, S., Reichart, R. The hitchhiker’s guide to testing statistical significance in natural language processing. Proceedings of the 56th annual meeting of the association for computational linguistics (volume 1: Long papers). 1383–1392. Association for Computational Linguistics. 2018. doi:10.18653/v1/P18-1128. https://aclanthology.org/P18-1128/.

9 Smetanin, S. RuReviews: Russian reviews dataset. GitHub repository. 2026. https://github.com/sismetanin/rureviews.

10 lapki. Perekrestok reviews. Hugging Face dataset card. 2026. https://huggingface.co/datasets/lapki/perekrestok-reviews.

11 Hplss. WB review dataset. Hugging Face dataset card. 2026. https://huggingface.co/datasets/Hplss/wb-review-dataset.

МЕЙРМАНОВА, А., КАЗИХАНОВ, Д.

КӨҢІЛ-КҮЙДІ ТАЛДАУ МЕН ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТ АРҚЫЛЫ ЖАСАЛҒАН ПІКІРЛЕРДІҢ ШЫҒУ ТЕГІН ЖІКТЕУГЕ АРНАЛҒАН, ТРАНСФОРМЕРГЕ НЕГІЗДЕЛГЕН КӨП ТАПСЫРМАЛЫ МОДЕЛЬ МЕН ВЕБ-ЖҮЙЕНІ ӘЗІРЛЕУ: ҚОНАҚҮЙЛЕРГЕ ҚАТЫСТЫ ДЕРЕККӨЗ БЕЛГІЛЕРІ БАР, АРАЛАС ДОМЕНДІ КОРПУСТА БАҒАЛАУ

Онлайн шолуларда бағалау компоненті де, мәтіннің көзі немесе жасау әдісі туралы ақпарат та бар. Бұл мақалада диссертациялық зерттеу жобасының аяқталған эксперименттік кезеңі ұсынылған, ол Transformer архитектурасына және ReviewGuard веб-негізделген жүйесіне негізделген көп тапсырмалы модельді кешенді шолу талдауы үшін әзірлеуді қамтыды. Модель екі мәселені шешеді: пікірді анықтау (оң, теріс немесе бейтарап) және мәтіннің шығу тегін анықтау (MAiDE-up ресурсындағы жіктеуге сәйкес адам жазған немесе жасанды интеллект жасаған). Шығу тегін анықтаудың бұл тәсілі жалған шолуларды анықтаудың жалпы міндетінен тар. Төрт ашық деректер жиынтығы негізінде 30 000 жазбадан тұратын корпус жасалды. Бірнеше тәсіл салыстырылды: логистикалық регрессиямен біріктірілген TF-IDF әдісі, екі мамандандырылған (бір тапсыр-

малы) XLM-RoBERTa моделі және ортақ кодтағышы бар бір көп тапсырмалы модель. Тәжірибелер мәтіннің ағып кетуін бақылаумен және оқыту үшін бес түрлі бастапқы мәндерді (тұқымдарды) пайдаланумен жүргізілді. Көп тапсырмалы модель келесі нәтижелерге қол жеткізді (Macro-F1 метрикасы): сезім талдауы үшін 0,7709 ± 0,0087 және мәтіннің шығу тегін анықтау үшін 0,9526 ± 0,0094 (салыстыру үшін, классикалық базалық әдістің нәтижелері сәйкесінше 0,7161 және 0,8998 болды). Бір тапсырмалы Трансформер моделімен салыстырғанда нәтижелердегі айырмашылықтар елеусіз болды: сезім үшін -0,0013 және шығу тегін анықтау үшін -0,0046. Бұл деректер көп тапсырмалы модельдің бір тапсырмалы модельдермен салыстырғандағы эквиваленттілігі немесе артықшылығы туралы нақты қорытынды жасауға мүмкіндік бермейді, сондай-ақ олар білімнің оң берілуінің немесе модельдің пайдаланылған көздер мен нысандардан тыс жалпылау мүмкіндігінің бар екенін растамайды. Веб-негізделген жүйе пайдаланушыға модель болжамдарын, калибрленбеген сенімділік ұпайларын, мәтінді қысқарту туралы ақпаратты және адамдар шешім қабылдау процесіне қатысатын зерттеу контекстіне қатысты ескертулерді ұсынады.

Түйінді сөздер: *сезім талдауы; шолу шығу тегі (AI жасаған); шығу тегінің жіктелуі; көп тапсырмалы оқыту; XLM-RoBERTa; электрондық коммерция; қайталанымдылық; веб-жүйе.*

МЕЙРМАНОВА, А., КАЗИХАНОВ, Д.

РАЗРАБОТКА МНОГОЗАДАЧНОЙ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ АРХИТЕКТУРЫ ТРАНСФОРМЕР И ВЕБ-СИСТЕМЫ ДЛЯ СОВМЕСТНОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АНАЛИЗА ТОНАЛЬНОСТИ И КЛАССИФИКАЦИИ ПРОИСХОЖДЕНИЯ ОТЗЫВОВ (СГЕНЕРИРОВАННЫХ ИИ ИЛИ ЧЕЛОВЕКОМ): ОЦЕНКА НА КОРПУСЕ ИЗ РАЗЛИЧНЫХ ПРЕДМЕТНЫХ ОБЛАСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОК ПРОИСХОЖДЕНИЯ, ОТНОСЯЩИХСЯ ТОЛЬКО К СФЕРЕ ГОСТИНИЧНЫХ УСЛУГ

Онлайн-отзывы содержат как оценочный компонент, так и информацию об источнике или способе создания текста. В данной статье представлен завершенный экспериментальный этап диссертационного исследования, в рамках которого разработана многозадачная модель на базе архитектуры Transformer, а также веб-система ReviewGuard для комплексного анализа отзывов. Модель решает две задачи: определяет тональность (положительная, отрицательная или нейтральная) и устанавливает происхождение текста (написан человеком или создан искусственным интеллектом – согласно классификации в ресурсе MAiDE-up). Данный подход к определению происхождения является более узким, чем общая задача выявления поддельных отзывов. На основе четырех открытых наборов данных был сформирован корпус из 30 000 записей. Проведено сравнение нескольких подходов: метода TF–IDF в сочетании с логистической регрессией, двух специализированных (однозадачных) моделей XLM-RoBERTa и одной многозадачной модели с общим энкодером. Эксперименты проводились с контролем утечки данных (text leakage) и использованием пяти различных начальных значений (seeds) для инициализации обучения. Многозадачная модель показала следующие результаты (метрика Macro-F1): 0,7709 ± 0,0087 для анализа тональности и 0,9526 ± 0,0094 для определения происхождения текста (для сравнения, показатели классического базового метода составили 0,7161 и 0,8998 соответственно). Различия в результатах по сравнению с однозадачной моделью Transformer оказались незначительными: -0,0013 для тональности и -0,0046 для определения происхождения. Полученные данные не позволяют сделать однозначный вывод о равноценности или преимуществе многозадачной модели по сравнению с однозадачными, а также не подтверждают наличие «положительного переноса» (positive transfer) знаний или способности модели к обобщению за пределами использованных источников и объектов. Веб-система предоставляет пользователю прогнозы модели, некалиброванные оценки уверенности, информацию об усечении текста, а также предупреждения, важные для исследовательского контекста, в котором человек участвует в процессе принятия решений.

Ключевые слова: *анализ тональности, происхождение отзывов (созданных ИИ), классификация происхождения, многозадачное обучение, XLM-RoBERTa, электронная коммерция, воспроизводимость, веб-система.*

Information about the authors:

Meirmanova Aigul *– PhD, Postdoctoral Researcher, Assistant Professor, School of Software Engineering, Astana IT University, Astana, Republic of Kazakhstan.*

Kazikhanov Dias *– Master's student, School of Software Engineering, Astana IT University, Astana, Republic of Kazakhstan.*

Мейрманова Айгуль *– PhD, постдокторант, ассистент профессор, Бағдарламалық қамтамасыз ету инженериясы мектебі, Astana IT University, Астана, Қазақстан.*
Казиханов Диас *– Магистрант, Бағдарламалық қамтамасыз ету инженериясы мектебі, Astana IT University, Астана, Қазақстан.*

Мейрманова Айгуль *– PhD, постдокторант, ассистент профессор, Школа программной инженерии, Astana IT University, г. Астана, Республика Казахстан.*
Казиханов Диас *– магистрант, Школа программной инженерии, Astana IT University, г. Астана, Республика Казахстан.*

UDC 004.62

Meirmanova, A.,
PhD, Postdoctoral Researcher, Assistant Professor
School of Software Engineering,
Astana IT University,
Astana, Republic of Kazakhstan
Kurmangaliyev, A.,
Master's student, School of Software Engineering,
Astana IT University, Astana,
Republic of Kazakhstan

DECOUPLING COMMERCIAL SCALE AND SERVICE QUALITY: A SCALABLE PCA–TOPSIS PIPELINE FOR SELLER EVALUATION IN E-COMMERCE MARKETPLACES

Abstract

Marketplace operators rank sellers on many operational indicators, several of which measure the same underlying property. When such indicators enter a multi-criteria decision-making (MCDM) model directly, the shared property is implicitly weighted more than intended. This article presents a reproducible seller-evaluation pipeline built on the public Olist dataset (96,478 delivered orders, 2,113 sellers with at least three orders). The pipeline derives six indicators, extracts latent factors with principal component analysis (PCA) and varimax rotation, and ranks sellers with TOPSIS. Two factors, Commercial Scale and Service Quality, explain 68.8% of the variance and are stable across bootstrap resamples, activity thresholds and years. Adding two redundant indicators changes an equal-weight TOPSIS ranking substantially (Kendall $\tau = 0.77$), whereas the factor-based ranking with explicit factor weights is more stable ($\tau = 0.91$); weighting factors by explained variance re-introduces the redundancy bias ($\tau = 0.70$). No single composite score predicts both next-year revenue and next-year customer satisfaction, while the two factors do so separately. Sellers with high scale but low service quality generate 47% of marketplace revenue. The pipeline is also implemented in Spark SQL with HiveQL-compatible statements and processes 32 times the original data volume in 26 seconds on a single 4-core node.

Key words: *seller performance evaluation, principal component analysis, TOPSIS, multi-criteria decision-making, e-commerce analytics, data warehouse, Spark SQL.*

1 Introduction

Multi-vendor marketplaces depend on a large population of independent sellers, and the reputation of the platform depends on how those sellers perform [1, 2]. Operators therefore score

sellers to decide on promotion, search ranking and intervention. The available indicators (revenue, number of orders, assortment breadth, delivery time, late-delivery rate, review score) are heterogeneous in scale and strongly inter-related: revenue grows with order count, and review scores fall when deliveries are slow [3].

MCDM methods such as TOPSIS [4, 5] and AHP [6] assume that criteria describe distinct aspects of performance. When two criteria measure the same property, an equal-weight model counts that property twice, and the ranking changes whenever an analyst adds or removes an indicator, even though the information content barely changes. Correlation-aware weighting schemes such as CRITIC [7] and dimensionality reduction with PCA [8] are standard remedies in the composite-indicator literature [9], but their effect on seller rankings, and on how well those rankings anticipate future performance, has rarely been measured on real marketplace data.

The aim of this study is to build a reproducible, scalable seller-evaluation pipeline that separates the commercial scale of a seller from its service quality, and to measure how this separation affects the robustness and predictive value of MCDM rankings.

2 Related Work

2.1 Data Warehousing and Distributed Processing

Dimensional data marts are the standard way to expose transactional data for decision support [10]. Apache Hive introduced SQL-style warehousing on MapReduce [11], and Spark SQL provides the same declarative interface on an in-memory engine [12, 13]. Big-data analytics in e-commerce has been reviewed broadly [14, 15], but seller evaluation is usually discussed at the level of dashboards rather than statistically sound composite scores.

2.2 Seller Reputation and Service Quality

Feedback systems are the main trust mechanism between anonymous buyers and sellers [1, 2]. Fulfilment failures such as late deliveries reduce subsequent purchasing [3], which motivates treating logistics indicators as part of service quality rather than as an operational detail.

2.3 Composite Indicators and MCDM

TOPSIS ranks alternatives by their relative closeness to an ideal solution [4]; it is widely applied [5] and has been compared with VIKOR [16]. Composite-indicator methodology stresses that weighting, normalisation and aggregation choices interact with correlations among indicators [9]. CRITIC derives weights that penalise criteria correlated with others [7]. PCA is the classical way to obtain uncorrelated components [8], and varimax rotation [17] makes them interpretable. Little work has tested, on marketplace data, whether PCA preprocessing makes seller rankings more robust or more predictive than ranking on raw criteria.

3 Scientific Novelty

The scientific novelty of this study lies in three contributions. First, it provides empirical evidence, on real marketplace data, of how indicator redundancy distorts MCDM seller rankings, and shows that factor-based ranking with explicit factor weights is markedly more robust to redundant indicators than equal-weight ranking on raw criteria.

Second, it identifies two common practices that silently undo the benefit of PCA: weighting components by explained variance, which rewards whichever dimension has the most indicators, and min-max normalisation of skewed criteria, which lets the dimension with the widest spread dominate regardless of nominal weights.

Third, it shows with a temporal hold-out that no single composite score predicts both future revenue and future service quality, whereas the two latent factors do so separately. This supports reporting a two-dimensional seller profile instead of a single rank. The full pipeline is implemented as HiveQL-compatible Spark SQL and validated against a reference implementation.

4 Materials and Methods

4.1 Data

The study uses the Olist Brazilian e-commerce public dataset [18], which covers 99,441 orders placed between September 2016 and October 2018 with 3,095 sellers. The 96,478 orders

with status *delivered* were kept, and four tables were joined: orders (timestamps), order items (price, product, seller), products (category) and reviews (score). The overall pipeline is shown in Figure 1.

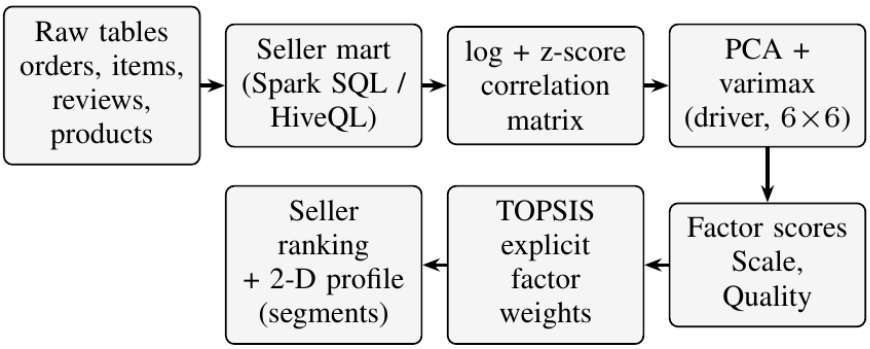


Figure 1 – Seller-evaluation pipeline

Reviews and delivery dates exist per order, not per seller. Because 1.3% of orders contain items from more than one seller, quality indicators were computed only from single-seller orders, so that every delivery time and review can be attributed to exactly one seller. When an order has several reviews, the latest answer is used. Sellers with fewer than three delivered orders, or fewer than three attributable orders, were excluded, leaving N = 2,113 sellers.

4.2 Indicators

For each seller *s* six indicators were computed. Revenue is the sum of item prices, and delivery time is the mean number of days between purchase and delivery over the attributable orders A_s:

$$R_s = \sum_{i \in I_s} p_i\,, \qquad D_s = \frac{1}{|A_s|} \sum_{j \in A_s} \left(t_j^{\text{del}} - t_j^{\text{pur}}\right)$$

Orders O_s is the number of distinct delivered orders, variety P_s is the number of distinct product categories, late rate L_s is the share of attributable orders delivered after the estimated date, and review score V_s is the mean review score (1–5). D_s and L_s are cost criteria; the others are benefit criteria. Table 1 shows that the scale indicators are heavily right-skewed (skewness 3.4–8.1), so revenue, orders, variety and delivery time were transformed with log(1 + x) before standardisation. Without this step a handful of very large sellers dominate the correlation matrix.

Table 1 – Descriptive statistics of seller indicators (N = 2,113)

Indicator	Mean	SD	Median	Max	Skew	Skew (log)
Revenue (BRL)	6,128	16,209	1,665	226,988	7.62	0.26
Orders	45.7	122.7	12	1,819	8.12	0.90
Variety	2.49	2.36	2	27	3.37	1.06
Delivery time (days)	12.1	5.0	11.4	66.8	2.39	0.12
Late rate	0.067	0.097	0.034	0.667	2.40	–
Review score	4.23	0.50	4.28	5.00	−1.32	–

4.3 Factor Extraction

Let *Z* be the N × 6 matrix of standardised indicators and *C* its correlation matrix. Sampling adequacy was checked with the Kaiser–Meyer–Olkin (KMO) measure [19] and Bartlett's test of sphericity [20]. The number of components was chosen with Horn's parallel analysis [21]: a component is retained if its eigenvalue exceeds the 95th percentile of eigenvalues obtained from 1,000 random normal matrices of the same size. The Kaiser criterion λ > 1 [22] is reported for

comparison. Retained loadings were rotated with varimax [17], and factor scores were computed so that they remain standardised and mutually uncorrelated. Stability was assessed with 1,000 bootstrap resamples and with Tucker's congruence coefficient [23] across subsamples.

4.4 Ranking Methods

All rankings use TOPSIS [4]. With the weighted normalised decision matrix u_{sj}, the closeness coefficient of seller *s* is

$$\mathrm{CC}_s = \frac{d_s^-}{d_s^+ + d_s^-}$$

where d_s^+ and d_s^- are the Euclidean distances to the ideal and anti-ideal points. Four variants were compared: **Raw-EW** (the six log-transformed indicators with equal weights), **Raw-CRITIC** (the six indicators with CRITIC weights [7]), **PCA-VW** (the two factor scores weighted by the variance each explains) and **PCA-EW** (the two factor scores with explicit weights $w_S = w_Q = 0.5$ set by the decision maker). Two normalisations were used: min-max scaling, the most common choice, and percentile ranks, which give every criterion the same spread so that nominal weights match effective influence.

4.5 Evaluation Protocol

Redundancy test. Two indicators that carry almost no new information, units sold and gross merchandise value (price plus freight), were added, and the change of each ranking was measured by Kendall's τ, top-100 overlap and mean absolute rank shift. A method that handles correlated criteria well should barely react.

Temporal validity. Indicators, factors and rankings were computed from 2017 orders only and compared, by Spearman's ρ, with 2018 outcomes of the same sellers (n = 767 sellers active in both years): mean review score, on-time rate and log revenue.

4.6 Distributed Implementation

The pipeline was implemented in Spark SQL [12]. The seller mart, the log and z-score transformations, the correlation matrix (a single aggregation of 21 cross-products), the factor scores and TOPSIS (with PERCENT_RANK window functions) are plain SQL statements that use only HiveQL-compatible constructs; only the eigen-decomposition and varimax rotation of the 6 × 6 matrix run on the driver. A reference implementation in Python (pandas, NumPy) was used for validation.

5 Results

5.1 Correlation Structure

Figure 2 shows two blocks. Log revenue and log orders correlate at r = 0.82, and variety correlates moderately with both (0.38 and 0.48). Delivery time, late rate and review score form a second block (|r| = 0.44–0.55). Correlations across blocks are small (at most 0.25). Scale and service quality are therefore nearly independent properties of a seller, and an equal-weight model on raw criteria splits its weight evenly between them only because each block happens to contain three indicators.

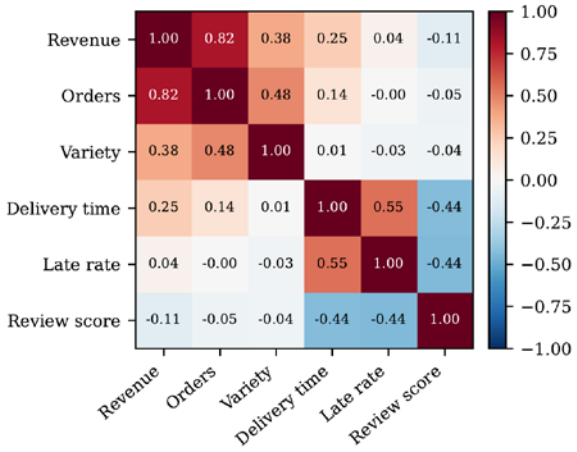


Figure 2 – Pearson correlations of the six indicators after log transformation

5.2 Number and Meaning of Factors

The KMO measure is 0.63 and Bartlett's test rejects sphericity ($\chi^2(15) = 4{,}449$, $p < 0.001$). The first two eigenvalues, 2.30 and 1.83, exceed both the Kaiser threshold and the parallel-analysis thresholds (1.10 and 1.06); the third (0.71) does not (Figure 3). Two components explain 68.8% of the variance (bootstrap 95% CI 67.6–70.0%).

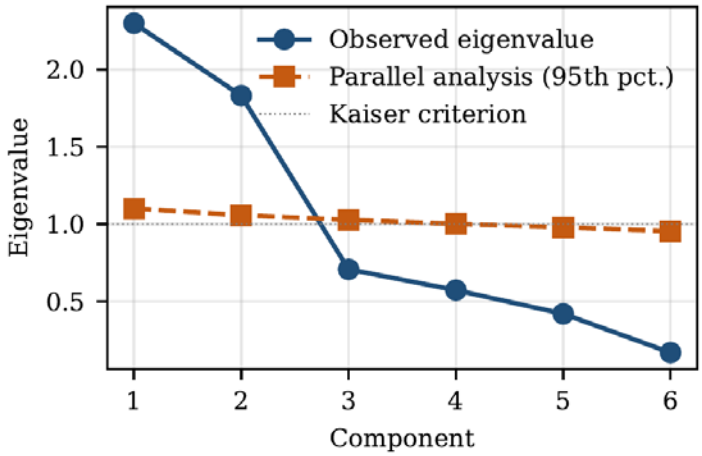


Figure 3 – Observed eigenvalues compared with parallel analysis and the Kaiser criterion

Before rotation the first component mixes both blocks, so it cannot be read as "scale". After varimax rotation the structure is clean (Table 2): revenue, orders and variety load on the first factor, *Commercial Scale* (36.0% of variance), while delivery time, late rate and review score load on the second, *Service Quality* (32.8%), oriented so that higher is better. Cross-loadings are below 0.16 in absolute value, and all bootstrap intervals are narrow.

Table 2 – Varimax-rotated loadings with bootstrap 95% confidence intervals

Indicator	Commercial Scale	Service Quality	Communality
Revenue	**0.89** [0.88, 0.90]	−0.13 [−0.16, −0.10]	0.81
Orders	**0.93** [0.92, 0.93]	−0.03 [−0.05, −0.00]	0.86
Variety	**0.69** [0.66, 0.72]	0.08 [0.04, 0.12]	0.49
Delivery time	0.15 [0.12, 0.19]	**−0.82** [−0.84, −0.80]	0.70
Late rate	−0.05 [−0.08, −0.02]	**−0.84** [−0.85, −0.82]	0.70
Review score	−0.05 [−0.09, −0.02]	**0.76** [0.72, 0.79]	0.57
Variance explained	36.0%	32.8%	68.8%

The solution is stable. Raising the activity threshold from 3 to 5, 10 and 20 orders (N = 1,742, 1,217 and 787) leaves the rotated loadings practically unchanged (Tucker congruence ≥ 0.995 for both factors), and factors extracted separately from 2017 and 2018 data have congruence 0.998.

5.3 Seller Segments

Figure 4 places sellers in the factor plane and splits them by the sign of each factor score. High-scale, high-quality sellers (n = 497; mean review 4.37, 3% late deliveries) generate 43% of revenue. High-scale, low-quality sellers (n = 442; mean review 4.00, 10% late, median delivery 14.2 days) generate 47%: almost half of marketplace revenue flows through sellers whose service is below average. Small, high-quality sellers are the largest group (n = 706) but account for only 5% of revenue, and small, low-quality sellers (n = 468; 16% late) for the remaining 5%. A revenue-only ranking would place the second group near the top, while a two-dimensional profile flags it as the main target for logistics intervention.

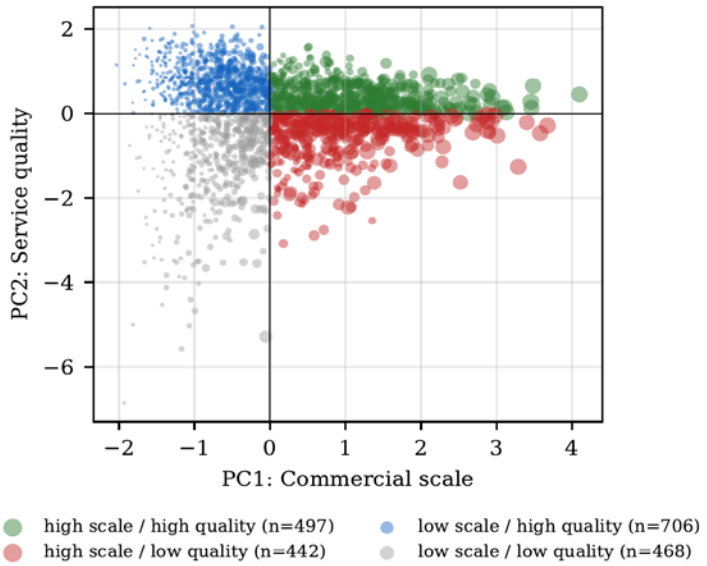


Figure 4 – Sellers in the rotated factor space (marker area is proportional to revenue)

5.4 Comparison of Ranking Methods

Table 3 compares the four TOPSIS variants. On the original six indicators all methods agree closely (Kendall $\tau \geq 0.86$ with Raw-EW), which is expected given the balanced block structure.

Table 3 – Comparison of TOPSIS variants. R^2: share of score variance explained by each factor; τ redund., Top-100, |Δrank|: agreement before and after adding two redundant indicators; ρ: Spearman correlation of the 2017 score with 2018 outcomes (n = 767)

Norm.	Method	τ vs Raw-EW	R^2 Scale	R^2 Quality	τ redund.	Top-100	|Δrank|	ρ Review	ρ On-time	ρ Revenue
Min-max	Raw-EW	1.000	0.71	0.29	0.862	0.83	104	−0.02	−0.03	0.40
Min-max	Raw-CRITIC	0.949	0.70	0.28	0.949	0.94	38	−0.02	−0.04	0.40
Min-max	PCA-VW	0.956	0.76	0.23	0.807	0.77	145	−0.04	−0.05	0.43
Min-max	PCA-EW	0.972	0.72	0.28	0.899	0.83	76	−0.03	−0.04	0.42
Rank	Raw-EW	1.000	0.37	0.51	0.766	0.78	189	0.06	0.03	0.29
Rank	Raw-CRITIC	0.921	0.33	0.54	0.935	0.95	51	0.06	0.02	0.29
Rank	PCA-VW	0.865	0.47	0.40	0.703	0.66	244	0.03	0.01	0.32
Rank	PCA-EW	0.894	0.40	0.46	0.912	0.88	66	0.05	0.02	0.29

Nominal and effective weights. With min-max normalisation, every method gives the scale factor about 70% of the score variance, even though nominal weights are equal. After min-max scaling the right-skewed scale indicators spread across the full range, whereas review scores and late rates crowd near the favourable end. Percentile-rank normalisation removes this effect (PCA-EW: 40% vs. 46%).

Redundancy. Adding units sold and GMV moves the Raw-EW ranking considerably ($\tau = 0.77$ and a mean shift of 189 positions under percentile ranks), because scale now holds five of eight equal weights. PCA-EW reacts much less ($\tau = 0.91$, shift 66): the redundant indicators are absorbed into the scale factor, whose weight is fixed by the decision maker. Raw-CRITIC is similarly robust ($\tau = 0.94$). PCA-VW is the least robust method ($\tau = 0.70$): the redundant indicators increase the variance explained by the scale factor from 36% to 50%, so variance-proportional weights reproduce exactly the double counting that PCA was meant to remove.

Temporal validity. All composite scores predict 2018 revenue ($\rho = 0.29$–0.43), but none predicts 2018 review scores or on-time delivery ($|\rho| \leq 0.06$). The separate factors do: 2017 Service

Quality correlates with the 2018 review score (ρ = 0.21) and on-time rate (0.12), and 2017 Commercial Scale with 2018 revenue (0.49). Figure 5 varies the quality weight of PCA-EW: below about 0.45 the score tracks future revenue, above about 0.6 it tracks future service quality, and no weight serves both.

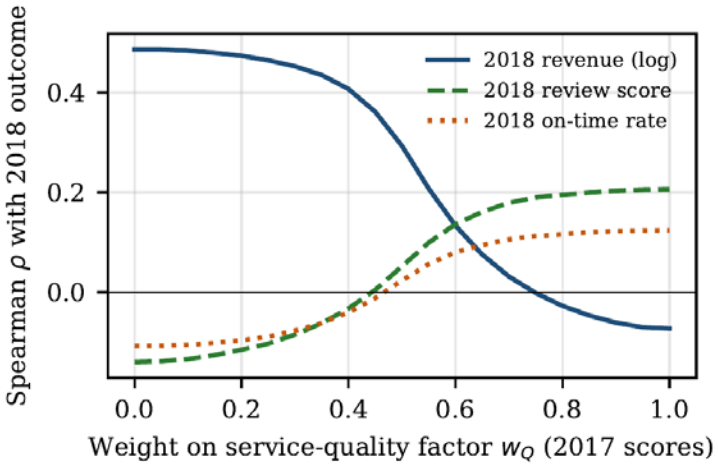


Figure 5 – Association of the 2017 PCA-EW score with 2018 outcomes as a function of the weight on the service-quality factor

5.5 Distributed Implementation and Scalability

On the original data the Spark implementation returns the same N, identical eigenvalues to four decimals, and factor scores that correlate at r > 0.9999 with the reference implementation. To test scalability, the four source tables were replicated k times with new order, seller and product keys in each copy (k = 1, …, 32; up to 3.6 million order items and 67,616 sellers) and the full pipeline was run in Spark local mode on a 4-core machine (median of three runs). Table 4 compares it with the single-node pandas implementation. Spark's fixed start-up cost makes it slower on the original data, but its runtime grows sub-linearly: a 32-fold increase in data raises it from 6.4 s to 26.0 s, while the pandas runtime grows almost linearly to 57.0 s.

Table 4 – End-to-end runtime on replicated data (4 cores)

Factor k	Order items	Sellers	Spark SQL, s	pandas, s
1	112,650	2,113	6.4	3.2
2	225,300	4,226	7.0	3.9
4	450,600	8,452	8.0	8.9
8	901,200	16,904	10.9	17.7
16	1,802,400	33,808	14.4	30.5
32	3,604,800	67,616	26.0	57.0

6 Discussion

When PCA helps. On the original indicator set, PCA changes rankings only modestly because the two blocks are already balanced. Its value appears when the indicator set is unbalanced or changes over time, which is the normal situation in practice. Assigning weights to a small number of interpretable factors, not to individual indicators, makes the ranking robust to such changes and makes the weights meaningful to managers.

What to avoid. Weighting components by explained variance rewards whichever dimension has the most indicators, and min-max normalisation of skewed criteria lets the dimension with the widest spread dominate. Rank-based normalisation and explicit factor weights avoid both problems; CRITIC is a reasonable alternative when interpretable factors are not needed.

Single score or profile. Because scale and quality are nearly independent and predict different future outcomes, collapsing them into one number discards decision-relevant information. The two factor scores should be published together with any composite rank, and the segment view should be used to target interventions.

Limitations. The analysis uses a single marketplace and period (Brazil, 2016–2018). Review scores are averaged without small-sample correction, and quality is measured only on single-seller orders. The temporal validation is correlational and covers sellers active in both years. Scalability was measured on one machine with replicated data, which preserves the distribution but not the skew of a larger marketplace.

7 Conclusion

This article presented and evaluated a seller-evaluation pipeline for the Olist marketplace that turns six correlated indicators into two stable factors, Commercial Scale and Service Quality, explaining 68.8% of the variance. Factor-based TOPSIS with explicit factor weights and rank normalisation is markedly more robust to redundant indicators than equal-weight TOPSIS on raw criteria, whereas variance-weighted PCA is the least robust option. No single composite predicts both future revenue and future service quality, so marketplaces should report the two dimensions separately. The pipeline runs as HiveQL-compatible Spark SQL, and its runtime grows sub-linearly with data volume.

Future work will test the approach on other marketplaces, add shrinkage estimators for small sellers, and evaluate the pipeline in an incremental, scheduled data warehouse deployment.

References

1 Resnick P., Zeckhauser R. Trust among strangers in Internet transactions: Empirical analysis of eBay’s reputation system // The Economics of the Internet and E-commerce. Advances in Applied Microeconomics. 2002, vol. 11, pp. 127–157.

2 Dellarocas C. The digitization of word of mouth: Promise and challenges of online feedback mechanisms // Management Science. 2003, vol. 49, no. 10, pp. 1407–1424.

3 Rao S., Griffis S.E., Goldsby T.J. Failure to deliver? Linking online order fulfillment glitches with future purchase behavior // Journal of Operations Management. 2011, vol. 29, no. 7–8, pp. 692–703.

4 Hwang C.-L., Yoon K. Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, vol. 186. Berlin: Springer, 1981.

5 Behzadian M., Otaghsara S.K., Yazdani M., Ignatius J. A state-of the-art survey of TOPSIS applications // Expert Systems with Applications. 2012, vol. 39, no. 17, pp. 13051–13069.

6 Saaty T.L. Decision making with the analytic hierarchy process // International Journal of Services Sciences. 2008, vol. 1, no. 1, pp. 83–98.

7 Diakoulaki D., Mavrotas G., Papayannakis L. Determining objective weights in multiple criteria problems: The CRITIC method // Computers & Operations Research. 1995, vol. 22, no. 7, pp. 763–770.

8 Jolliffe I.T., Cadima J. Principal component analysis: a review and recent developments // Philosophical Transactions of the Royal Society A. 2016, vol. 374, no. 2065, 20150202.

9 Greco S., Ishizaka A., Tasiou M., Torrisi G. On the methodological framework of composite indices: A review of the issues of weighting, aggregation, and robustness // Social Indicators Research. 2019, vol. 141, no. 1, pp. 61–94.

10 Kimball R., Ross M. The Data Warehouse Toolkit: The Definitive Guide to Dimensional Modeling. 3rd ed. Indianapolis: Wiley, 2013.

11 Thusoo A., Sarma J.S., Jain N., Shao Z., Chakka P., Anthony S., Liu H., Wyckoff P., Murthy R. Hive: a warehousing solution over a map-reduce framework // Proceedings of the VLDB Endowment. 2009, vol. 2, no. 2, pp. 1626–1629.

12 Armbrust M., Xin R.S., Lian C., Huai Y., Liu D., Bradley J.K., Meng X., Kaftan T., Franklin M.J., Ghodsi A., Zaharia M. Spark SQL: Relational data processing in Spark // Proceedings of the 2015 ACM SIGMOD International Conference on Management of Data. 2015, pp. 1383–1394.

13 Zaharia M., Xin R.S., Wendell P., Das T., Armbrust M., Dave A., Meng X., Rosen J., Venkataraman S., Franklin M.J., Ghodsi A., Gonzalez J., Shenker S., Stoica I. Apache Spark: a unified engine for big data processing // Communications of the ACM. 2016, vol. 59, no. 11, pp. 56–65.

14 Akter S., Wamba S.F. Big data analytics in e-commerce: a systematic review and agenda for future research // Electronic Markets. 2016, vol. 26, no. 2, pp. 173–194.

15 Chen H., Chiang R.H.L., Storey V.C. Business intelligence and analytics: From big data to big impact // MIS Quarterly. 2012, vol. 36, no. 4, pp. 1165–1188.

16 Opricovic S., Tzeng G.-H. Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS // European Journal of Operational Research. 2004, vol. 156, no. 2, pp. 445–455.

17 Kaiser H.F. The varimax criterion for analytic rotation in factor analysis // Psychometrika. 1958, vol. 23, no. 3, pp. 187–200.

18 Brazilian E-Commerce Public Dataset by Olist [Electronic resource] // Kaggle. – 2018. Available: https://www.kaggle.com/datasets/olistbr/brazilian-ecommerce

19 Kaiser H.F. An index of factorial simplicity // Psychometrika. 1974, vol. 39, no. 1, pp. 31–36.

20 Bartlett M.S. Tests of significance in factor analysis // British Journal of Statistical Psychology. 1950, vol. 3, no. 2, pp. 77–85.

21 Horn J.L. A rationale and test for the number of factors in factor analysis // Psychometrika. 1965, vol. 30, no. 2, pp. 179–185.

22 Kaiser H.F. The application of electronic computers to factor analysis // Educational and Psychological Measurement. 1960, vol. 20, no. 1, pp. 141–151.

23 Lorenzo-Seva U., ten Berge J.M.F. Tucker’s congruence coefficient as a meaningful index of factor similarity // Methodology. 2006, vol. 2, no. 2, pp. 57–64.

МЕЙРМАНОВА, А., ҚҰРМАНҒАЛИЕВ А.

КОММЕРЦИЯЛЫҚ АУҚЫМ МЕН ҚЫЗМЕТ САПАСЫН АЖЫРАТУ: ЭЛЕКТРОНДЫҚ КОММЕРЦИЯ МАРКЕТПЛЕЙСТЕРІНДЕ САТУШЫЛАРДЫ БАҒАЛАУҒА АРНАЛҒАН МАСШТАБТАЛАТЫН PCA–TOPSIS КОНВЕЙЕРІ

Маркетплейс операторлары сатушыларды көптеген операциялық көрсеткіштер бойынша бағалайды, олардың бірнешеуі бір қасиетті өлшейді. Мұндай көрсеткіштер көпкритериалды шешім қабылдау (MCDM) моделіне тікелей енгізілгенде, ортақ қасиет қажеттен артық салмаққа ие болады. Мақалада Olist ашық деректер жиынтығы (96 478 жеткізілген тапсырыс, кемінде үш тапсырысы бар 2 113 сатушы) негізінде сатушыларды бағалаудың қайталанатын конвейері ұсынылған. Конвейер алты көрсеткішті есептейді, бас компоненттер әдісі (PCA) мен varimax айналдыруы арқылы жасырын факторларды бөледі және сатушыларды TOPSIS әдісімен рейтингтейді. «Коммерциялық ауқым» және «Қызмет сапасы» деген екі фактор дисперсияның 68,8%-ын түсіндіреді және тұрақты болып шықты. Артық көрсеткіштер қосылғанда тең салмақты рейтинг айтарлықтай өзгереді (Кендалл τ = 0,77), ал факторлық рейтинг тұрақтырақ (τ = 0,91). Ешбір жиынтық балл келесі жылғы табысты да, клиенттер қанағаттануын да бірдей болжай алмайды, ал екі фактор оларды жеке-жеке болжайды. Ауқымы жоғары, бірақ қызмет сапасы төмен сатушылар маркетплейс табысының 47%-ын құрайды. Конвейер Spark SQL-де HiveQL-үйлесімді сұраулармен іске асырылған.

Түйінді сөздер: *сатушыларды бағалау, бас компоненттер әдісі, TOPSIS, көпкритериалды шешім қабылдау, электрондық коммерция талдауы, деректер қоймасы, Spark SQL.*

МЕЙРМАНОВА, А., КУРМАНГАЛИЕВ А.

РАЗДЕЛЕНИЕ КОММЕРЧЕСКОГО МАСШТАБА И КАЧЕСТВА СЕРВИСА: МАСШТАБИРУЕМЫЙ КОНВЕЙЕР PCA–TOPSIS ДЛЯ ОЦЕНКИ ПРОДАВЦОВ НА МАРКЕТПЛЕЙСАХ ЭЛЕКТРОННОЙ КОММЕРЦИИ

Операторы маркетплейсов оценивают продавцов по множеству операционных показателей, часть которых измеряет одно и то же свойство. Когда такие показатели напрямую входят в модель многокритериального принятия решений (MCDM), общее свойство неявно получает больший вес, чем предполагалось. В статье представлен воспроизводимый конвейер оценки продавцов на основе открытого набора данных Olist (96 478 доставленных заказов, 2 113 продавцов с не менее чем тремя заказами). Конвейер рассчитывает шесть показателей, выделяет латентные факторы методом главных компонент (PCA) с вращением varimax и ранжирует продавцов методом TOPSIS. Два фактора, «Коммерческий масштаб» и «Качество сервиса», объясняют 68,8% дисперсии и устойчивы при бутстрепе, разных порогах активности и по годам. Добавление двух избыточных показателей существенно меняет равновесный рейтинг TOPSIS (τ Кендалла = 0,77), тогда как факторный рейтинг с явными весами устойчивее (τ = 0,91); взвешивание факторов по объяснённой дисперсии возвращает эффект избыточности (τ = 0,70). Ни одна сводная оценка не предсказывает одновременно выручку и удовлетворённость клиентов в следующем году, тогда как два фактора по отдельности это делают. Продавцы с большим масштабом, но низким качеством сервиса

формируют 47% выручки маркетплейса. Конвейер реализован на Spark SQL с HiveQL-совместимыми запросами и обрабатывает в 32 раза больший объём данных за 26 секунд на одном 4-ядерном узле.

Ключевые слова: *оценка продавцов, метод главных компонент, TOPSIS, многокритериальное принятие решений, аналитика электронной коммерции, хранилище данных, Spark SQL.*

Information about the authors:

Meirmanova Aigul *– PhD, Postdoctoral Researcher, Assistant Professor, School of Software Engineering, Astana IT University, Astana, Republic of Kazakhstan.*

Kurmangaliyev Assanali *– Master's student, School of Software Engineering, Astana IT University, Astana, Republic of Kazakhstan.*

Мейрманова Айгуль *– PhD, постдокторант, ассистент профессор, Бағдарламалық қамтамасыз ету инженериясы мектебі, Astana IT University, Астана, Қазақстан Республикасы.*

Құрмангалиев Асанәлі *– магистрант, Бағдарламалық қамтамасыз ету инженериясы мектебі, Astana IT University, Астана, Қазақстан Республикасы.*

Мейрманова Айгуль *– PhD, постдокторант, ассистент профессор, Школа программной инженерии, Astana IT University, г. Астана, Республика Казахстан.*

Курмангалиев Асанали *– магистрант, Школа программной инженерии, Astana IT University, г. Астана, Республика Казахстан.*

УДК 664.66

Радионова Д.М.,
студентка 4 курса ОП 6В07203 –Технология перерабатывающих и пищевых производств,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Саидов, А.М.,
магистр экономических наук,
старший преподаватель,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Калитка, Д.А.,
магистр естественных наук, преподаватель,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Искаков, К.Е.,
преподаватель специальных дисциплин,
КГКП «Костанайский политехнический высший колледж», г. Костанай, Республика Казахстан

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ЯЧМЕННОГО СОЛОДА И ПЕРСПЕКТИВЫ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В ПРОИЗВОДСТВЕ БЕЗАЛКОГОЛЬНЫХ НАПИТКОВ

Аннотация

В статье рассмотрены перспективы применения различных видов ячменного солода в производстве безалкогольных напитков, включая квас, солодовые лимонады, безалкогольное пиво и зерновые напитки. На основе анализа и обобщения научной и научно-технической литературы проведено сравнительное рассмотрение трёх типов солода: базового солода Пилсен,

специального Карамельного 50 ЕВС и жжёного Шоколадного 900 ЕВС. Сопоставлены их технологические и биохимические характеристики, включая цветность, экстрактивность и ферментативную активность, а также особенности формирования вкусоароматических свойств. Рассмотрено влияние степени термической обработки солода на его технологические характеристики и потенциальную роль различных типов солода в формировании цвета, вкуса, аромата и полноты вкуса безалкогольных напитков. Проведён сравнительный анализ технологических функций рассматриваемых видов солода и ограничений, которые необходимо учитывать при их использовании в рецептурах безалкогольных напитков.

Ключевые слова: *солод, безалкогольные напитки, солод Пилсен, карамельный солод, шоколадный солод, органолептические свойства, цветность, экстрактивность, ферментативная активность, солодовое сусло.*

1 Введение

Одним из направлений развития производства безалкогольных напитков является расширение ассортимента продукции на основе натурального растительного сырья. Особый интерес представляют напитки зернового и солодового происхождения, включая квас, безалкогольное пиво, солодовые лимонады и другие зерновые напитки. Использование различных видов солода позволяет формировать разнообразные вкусоароматические характеристики и расширять ассортимент выпускаемой продукции. [1].

Ключевую роль в формировании потребительских характеристик таких продуктов играет солод. Он служит не только базовым источником сбраживаемых сахаров, аминокислот, витаминов группы В и минеральных веществ, но и оказывает существенное влияние на формирование органолептического профиля напитка [3].

Солодом называют продукт, полученный в результате проращивания и последующей сушки зёрен хлебных злаков. В процессе проращивания активируются ферменты, которые расщепляют сложные углеводы (например, крахмал) на простые сахара, что становится основой для брожения.

В зависимости от технологии солодоращения и термической обработки ячменного зерна, солод способен придавать готовому продукту широкую гамму оттенков – от светло-соломенного до глубокого рубиново-черного, а также формировать спектр вкусоароматических нот: от свежих зерновых и мягких хлебных до выраженных карамельных, тоффи, кофейных и шоколадных.

Разработка рецептур безалкогольных напитков требует учёта существенных различий в технологических свойствах отдельных типов солода. Базовые виды солода характеризуются высокой ферментативной активностью и служат основным источником экстрактивных веществ, тогда как специальные карамельные и жжёные солоды используются преимущественно для формирования цвета, вкуса и аромата продукта. В связи с этим выбор и сочетание различных типов солода должны осуществляться с учётом их технологических функций и ограничений применения. Сравнительный анализ этих характеристик позволяет оценить роль каждого типа солода в формировании свойств безалкогольных напитков.

Цель работы – на основе анализа научной и научно-технической литературы провести сравнительную оценку технологических и биохимических свойств солода Пилсен, Карамельного 50 ЕВС и Шоколадного 900 ЕВС и определить особенности их влияния на формирование органолептических характеристик безалкогольных напитков.

Научно-практическая значимость работы заключается в систематизации и сравнительном анализе технологических свойств базового, карамельного и жжёного ячменного солода применительно к разработке рецептур безалкогольных напитков. Проведённое сопоставление позволяет определить функциональное назначение каждого вида солода и выявить технологические ограничения их совместного применения.

2 Материалы и методы

В работе использованы методы сравнительного анализа и обобщения научной, научно-технической и нормативной литературы. Для сравнения выбраны три типа ячменного солода: Пилсен, Карамельный 50 EBC и Шоколадный 900 EBC. Сопоставление проводили по технологии производства, цветности, экстрактивности, ферментативной активности, вкусоароматическим характеристикам, доле внесения и технологическим ограничениям. Количественные показатели приведены по данным опубликованных источников.

3-4 Результаты и обсуждение

Для сравнения используется солод в трех разновидностях: Пилсен, Карамельный 50 EBC и Шоколадный 900 EBC (рис.1), различающихся друг от друга своими физико- и биохимическими характеристиками.



Рисунок 1 – Виды солода
A – Солод Пилсен; B – Карамельный 50 EBC; C – Шоколадный солод 900 EBC

Солод Пилсен (Pilsen Malt) представляет собой базовый светло-сушеный ячменный солод, который служит технологическим и биохимическим фундаментом для большинства зерновых и солодовых напитков. Процесс его производства включает бережное проращивание отборного пивоваренного ячменя с последующей мягкой сушкой при умеренных температурах (не превышающих 80–85 °C), что позволяет максимально сохранить структуру и активность ферментного комплекса. Главной технологической особенностью солода Пилсен является высокая диастатическая сила, обусловленная активностью амилолитических ферментов, прежде всего α- и β-амилаз. Протеолитические и цитолитические ферменты дополнительно обеспечивают расщепление белковых веществ и компонентов клеточных стенок зерна. При затирании эти ферменты осуществляют эффективный гидролиз крахмала эндосперма, превращая его в сбраживаемые сахара (преимущественно мальтозу, глюкозу и мальтотриозу) и растворимые азотистые вещества. Обладая максимальной среди рассматриваемых видов экстрактивностью (до 80–82,5% на сухое вещество) и минимальной цветностью (3,2–4,5 EBC), солод Пилсен формирует чистый, светло-соломенный цвет сусла. Органолептически он характеризуется освежающим, мягким, слегка сладковатым вкусом с классическими зерновыми, свежехлебными и солодовыми тонами без сторонних. В рецептурах безалкогольных напитков солод Пилсен может составлять до 100% зерновой засыпи,

исполняя роль главного источника сухих веществ, сахаров и ферментативной активности, необходимого для осахаривания несоложеного (не пророщенные, не сушеные зерна) сырья или сторонних добавок [2, 3].

Карамельный солод 50 EBC (Caramel / Cara 50) относится к категории специальных карамелизованных солодов, в производстве которых традиционная сушка заменяется специфической гидротермической обработкой в специализированных обжарочных барабанах. При гидротермической обработке происходит клейстеризация крахмала и его частичный ферментативный гидролиз с образованием растворимых углеводов.

Последующая сушка и термообработка в диапазоне температур 120–150 °C интенсифицируют реакции карамелизации углеводов и меланоидинообразования. Данные физико-химические процессы обусловливают стеклование эндосперма зерна и формирование выраженной янтарной окраски с показателем цветности 45–55 EBC [3].

Высокотемпературная обработка приводит к значительному снижению активности амилолитических ферментов Карамельного солода 50 и его способности к самостоятельному осахариванию. При этом в составе солода присутствуют растворимые углеводы, декстрины и продукты термических превращений, участвующие в формировании цвета, вкуса и аромата напитка. Введение карамельного солода способствует формированию более выраженной полноты вкуса и характерных карамельных оттенков. Его влияние на вязкость и пенные свойства готового продукта зависит от рецептуры, доли внесения и технологии производства напитка. Вкус и аромат Карамельного солода 50 характеризуются выраженными карамельными, солодовыми и хлебными оттенками. Рекомендуемая доля его внесения определяется типом напитка и требуемыми органолептическими характеристиками.

Вкус и аромат Карамельного солода 50 отличаются округлой сладостью, насыщенными нотами ириски, леденцовой карамели, тоффи и легкими оттенками сухофруктов (вяленого инжира, кураги), а рекомендуемая доля его внесения в засыпь составляет от 5 до 20% [4, 5].

Шоколадный солод 900 EBC (Chocolate Malt) является классическим представителем жженых солодов глубокой термической обработки, проходящим высокотемпературный обжиг во вращающихся барабанах при температурах 200–220 °C.

Высокотемпературная обработка сопровождается интенсивными термическими превращениями компонентов ячменного зерна и значительным снижением активности ферментных систем. Интенсивное протекание реакций Майяра способствует образованию комплекса ароматических и окрашенных соединений, участвующих в формировании характерного цвета, вкуса и аромата шоколадного солода [4].

Солод обладает выраженным цветом (800–1000 EBC) и высокой окрашивающей способностью, придавая суслу и готовому напитку насыщенный темно-коричневый или рубиново-черный цвет даже при микродозировках в 1–5% от массы засыпи. Органолептический профиль шоколадного солода 900 отличается яркими акцентами горького десертного шоколада, какао-бобов, свежеобжаренных кофейных зерен и прокаленного ореха с характерной пикантной горчинкой. При стандартном горячем затирании высокотемпературный термический распад клеточных стенок шелухи зерна может вызывать интенсивный переход в раствор низкомолекулярных полифенолов и дубильных веществ, придающих напитку жесткую, вяжущую терпкость и едкий жженый привкус [6, 7].

Одним из способов использования шоколадного солода является холодная экстракция (Cold Extraction), позволяющая получать окрашенные экстракты с характерными вкусоароматическими свойствами. Применение данного способа может способствовать снижению выраженности жжёных и вяжущих оттенков по сравнению с отдельными режимами горячей экстракции. При этом состав получаемого экстракта зависит от температуры, продолжительности процесса и соотношения солода и воды [7, 8].

В таблице 1 приведена сравнительная характеристика данных типов солода.

Таблица 1 – Сравнительная характеристика солодов Пилсен, Карамельного 50 и Шоколадного 900

Параметр/ показатель	Солод Пилсен (Pilsen)	Солод Карамельный 50 (Caramel 50)	Солод Шоколадный 900 (Chocolate 900)
Тип сырья	Базовый светло-сушеный	Специальный карамелизованный	Жженый высокотемпературной обжарки
Цветность (EBC)	3,2-4,5	45-55	800 – 1000
Экстрактивность (%)	80,0-82,5	75,0-78.0	71,0 – 74,0
Ферментативная активность (Диастатическая сила солода)	Высокая 250 WK (единиц Виндиша–Кольбаха)	Значительно снижена	Практически отсутствует
Преобладающие углеводы	Мальтоза, глюкоза	Растворимые углеводы, декстрины	Низкое содержание свободных сахаров
Доля в засыпи (%)	До 100%	5-20%	1-5%
Влияние на цвет напитка	Светло-соломенный, золотистый	Насыщенно-янтарный, медный	Темно-коричневый, рубиново-черный
Вкусо-ароматический профиль	Свежий зерновой, мягкий хлебный, солодовый	Леденцовая карамель, ириска, тоффи, сухофрукты	Горький шоколад, какао, обжаренные орехи, кофе
Влияние на полноту вкуса	Легкое, освежающее	Выраженное	Умеренное (добавляет сухую терпкость)
Технологическая функция	Источник ферментов и сахаров для сусла	Формирование цвета, вкуса и полноты напитка	Интенсивное окрашивание, акцентный аромат
Риски при передозировке	Не выявлены	Избыточная притор-ность, липкость вкуса	Повышенная жженая горечь, вяжущая терпкость

Источник: *справочное руководство Вольфганга Кунце «Технология солода и пива»* [3].

Солод Пилсен выполняет преимущественно функцию источника ферментов и экстрактивных веществ, тогда как Карамельный 50 EBC способствует формированию полноты вкуса, карамельных оттенков и янтарной окраски. Шоколадный солод 900 EBC выполняет преимущественно цветообразующую и вкусоароматическую функцию, придавая напитку тёмную окраску и выраженные шоколадно-кофейные оттенки [7].

Рассмотренные различия в технологических и органолептических свойствах солодов позволяют оценить перспективы их применения в технологии кваса. В зависимости от степени термической обработки каждый тип солода может выполнять различную функцию: базовый солод служить источником ферментов и экстрактивных веществ, а специальные карамельные и жжёные солоды участвовать преимущественно в формировании цвета и вкусоароматического профиля напитка [8]. Обобщённая характеристика потенциальных функций рассматриваемых видов солода в технологии кваса представлена в таблице 2.

Таблица 2 – Потенциальные функции различных видов солода в технологии кваса

Вид солода	Основная технологическая роль	Предполагаемое влияние на органолептику	Ограничения
Пилсен	Источник ферментов и экстрактивных веществ	Светлая окраска, мягкие зерновые и солодовые оттенки	Менее выраженный цветовой и карамельный профиль
Карамельный 50 EBC	Формирование цвета и полноты вкуса	Янтарная окраска, карамельные и солодовые оттенки	При избыточном внесении возможно чрезмерное усиление сладких и карамельных нот
Шоколадный 900 EBC	Цветообразующий и вкусоароматический компонент	Тёмная окраска, шоколадные, кофейные и жжёные оттенки	При повышенной дозировке возможно усиление горечи и вяжущих оттенков

Сравнительный анализ показывает, что рассмотренные виды солода имеют различное технологическое назначение и потенциально могут взаимодополнять друг друга при разработке рецептур кваса. Солод Пилсен целесообразно рассматривать прежде всего как базовый компонент, обеспечивающий ферментативную активность и образование экстрактивных веществ. Карамельный солод 50 EBC представляет интерес как дополнительный компонент для формирования янтарной окраски, полноты вкуса и выраженных карамельно-солодовых оттенков. Шоколадный солод 900 EBC вследствие высокой цветности и интенсивного вкусо-ароматического профиля может выполнять преимущественно корректирующую функцию, обеспечивая тёмную окраску и шоколадно-кофейные оттенки. Вместе с тем увеличение доли специальных солодов может приводить к чрезмерному усилению отдельных вкусовых характеристик, поэтому их количество в рецептуре должно определяться требуемым органолептическим профилем готового напитка.

5 Выводы

Проведенный сравнительный анализ демонстрирует, что рассмотренные виды солода обладают различными технологическими свойствами и могут выполнять взаимодополняющие функции при разработке рецептур безалкогольных напитков. Солод Пилсен характеризуется высокой экстрактивностью и ферментативной активностью, обеспечивая эффективное осахаривание крахмала и образование сбраживаемых сахаров. Карамельный солод 50 EBC способствует формированию полноты вкуса, янтарной окраски и характерных карамельных и солодовых оттенков; выраженность его влияния на физико-химические свойства напитка зависит от доли внесения и особенностей технологии. В свою очередь, шоколадный солод 900 EBC выполняет преимущественно цветообразующую и вкусоароматическую функцию, способствуя формированию тёмной окраски и выраженных шоколадно-кофейных оттенков. Продукты реакции Майяра, образующиеся при высокотемпературной обработке солода, могут вносить вклад в антиоксидантные свойства его экстрактов, однако выраженность данного эффекта зависит от состава и условий получения напитка.

Применительно к технологии кваса проведённый анализ позволяет рассматривать солод Пилсен преимущественно как базовый компонент и источник ферментов и экстрактивных веществ, Карамельный 50 EBC – как дополнительный компонент для формирования полноты вкуса, янтарной окраски и карамельно-солодовых оттенков, а Шоколадный 900 EBC – как цветообразующий и вкусоароматический компонент. При этом доля специальных солодов должна определяться требуемым органолептическим профилем кваса с учётом возможного усиления сладких, жжёных, горьких и вяжущих оттенков при повышении уровня их внесения.

С практической точки зрения эффективное использование данных солодов требует строгого учета их термической предыстории и влияния на среду. В отличие от базового солода Пилсен, специальные карамельные и жжёные солоды характеризуются значительно более низкой ферментативной активностью. Использование отдельных видов специальных солодов, особенно жжёных, может приводить к изменению кислотности затора, что необходимо учитывать при разработке рецептуры.

При использовании жжёных солодов необходимо учитывать возможность формирования чрезмерно выраженных жжёных и вяжущих оттенков. Одним из технологических приёмов регулирования их интенсивности может быть применение холодной экстракции. В итоге варьирование пропорций этих трех солодов позволяет гибко регулировать органолептический профиль, цветность, полноту вкуса и физико-химические параметры сусла, создавая широкий спектр безалкогольных напитков с заданными характеристиками.

Список литературы

1 Рудольф, В.В. Производство безалкогольных напитков: справочник / В.В. Рудольф, А.В. Орещенко, П. М. Яшнова. – СПб.: Профессия, 2000. – 360 с.

2 ГОСТ 30060-2022 «Пивоваренная продукция. Методы определения органолептических показателей и объема продукции». – Введ. 2023–01–01. – М.: Издательство стандартов, 2023. – 8 с.

3 Кунце, В. Технология солода и пива / В. Кунце; пер. с нем. – СПб.: Профессия, 2001. – 912 с.

4 Каменская Е.П., Дворяткина И.Б. Особенности использования специальных солодов в технологии безалкогольного пива // Технология и товароведение инновационных пищевых продуктов. – 2022. № 5 (76). – С. 30-36.

5 Нестеренко Е.А., Пелевина Л.Ф., Яковлев Д.П. Сорта и типы пива. – Санкт-Петербург, 2015.

6 ГОСТ 12789-2022. Пивоваренная продукция. Методы определения цвета. – Введ. 2023–01–01. – М.: Издательство стандартов, 2023. – 14 с.

7 Махкамов Ж.Н. Разработка технологии производства темного сорта пива на основе специализированных солодов. В сборнике: Проблемы научно-практической деятельности. Поиск и выбор инновационных решений. сборник статей по итогам Международной научно-практической конференции. – Стерлитамак, 2025. – С. 138-140.

8 Паньковский Г.А. История, типы, технологии производства и использование окрашенного солода в пивоваренной промышленности Великобритании // Пищевая и перерабатывающая промышленность. Реферативный журнал. – 2001. – № 2. – С. 550.

РАДИОНОВА, Д.М., САИДОВ, А.М., КАЛИТКА, Д.А., ИСКАКОВ, К.Е.

АРПА АУЫЛЫНЫҢ (УЫТЫНЫҢ) ТҮРЛІ ТҮРЛЕРІНІҢ ТЕХНОЛОГИЯЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІН САЛЫСТЫРМАЛЫ ТАЛДАУ ЖӘНЕ ОЛАРДЫ АЛКОГОЛЬСІЗ СУСЫНДАР ӨНДІРІСІНДЕ ПАЙДАЛАНУ БОЛАШАҒЫ

Мақалада квас, уытты лимонадтар, алкогольсіз сыра және дәнді дақылдар сусындарын қоса алғанда, алкогольсіз сусындар өндірісінде арпа уытының әртүрлі түрлерін қолдану болашағы қарастырылған. Ғылыми және ғылыми-техникалық әдебиеттерді талдау мен жинақтау негізінде уыттың үш түріне салыстырмалы шолу жүргізілді: «Пилсен» базалық уыты, «Карамель 50 EBC» арнайы уыты және «Шоколад 900 EBC» күйдірілген уыты. Олардың технологиялық және биохимиялық сипаттамалары, соның ішінде түстілігі, экстрактивтілігі мен ферменттік белсенділігі, сондай-ақ дәмдік-ароматтық қасиеттерінің қалыптасу ерекшеліктері салыстырылды. Уытты термизиялық өңдеу дәрежесінің оның технологиялық сипаттамаларына әсері және уыттың әртүрлі түрлерінің алкогольсіз сусындардың түсін, дәмін, хош иісін және дәм толықтығын қалыптастырудағы әлеуетті рөлі қарастырылған. Қарастырылып отырған уыт түрлерінің технологиялық функцияларына және оларды алкогольсіз сусындардың рецептураларында пайдалану кезінде ескерілуі тиіс шектеулерге салыстырмалы талдау жүргізілді.

Түйінді сөздер: *уыт, алкогольсіз сусындар, Пилсен уыты, карамель уыты, шоколад уыты, органолептикалық қасиеттер, түстілік, экстрактивтілік, ферменттік белсенділік, уыт сырасы (шырыны/суслосы).*

RADIONOVA, D.M., SAIDOV, A.M., KALITKA, D.A., ISKAKOV, K.Ye.

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE TECHNOLOGICAL PROPERTIES OF DIFFERENT TYPES OF BARLEY MALT AND PERSPECTIVES FOR THEIR APPLICATION IN NON-ALCOHOLIC BEVERAGE PRODUCTION

The article considers the perspectives of using various types of barley malt in the production of non-alcoholic beverages, including kvass, malted lemonades, non-alcoholic beer, and cereal-based drinks. Based on the analysis and synthesis of scientific and technical literature, a comparative review of three malt types was conducted: base Pilsen malt, specialty Caramel 50 EBC malt, and roasted Chocolate 900 EBC malt. Their technological and biochemical characteristics-including color, extract yield, and enzymatic activity– were compared alongside the features of flavor and aroma formation. The influence of the thermal processing degree of malt on its technological characteristics and the potential role of different malt types in shaping the color, taste, aroma, and mouthfeel of non-alcoholic beverages were examined. A comparative analysis of the technological functions of the evaluated malt types and the limitations to consider when incorporating them into non-alcoholic beverage formulations was carried out.

Keywords: *malt, non-alcoholic beverages, Pilsen malt, caramel malt, chocolate malt, organoleptic properties, color, extract yield, enzymatic activity, malt wort.*

Сведения об авторах:

Радионова Дарья Максимовна *– студентка 4 курса ОП 6В07203 – Технология перерабатывающих и пищевых производств, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Саидов Анзор Мусаевич *– магистр экономических наук, старший преподаватель, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Калитка Дмитрий Аркадьевич *– магистр естественных наук, преподаватель, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Искаков Кайбар Есенжолович *– преподаватель специальных дисциплин, КГКП «Костанайский политехнический высший колледж», г. Костанай, Республика Казахстан.*

Радионова Дарья Максимовна *– 6В07203 – «Қайта өңдеу және тамақ өндірістерінің технологиясы» білім беру бағдарламасының 4-курс студенті, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Саидов Анзор Мусаевич *– кономика ғылымдарының магистрі, аға оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Калитка Дмитрий Аркадьевич *– жаратылыстану ғылымдарының магистрі, оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Искаков Кайбар Есенжолович *– арнайы пәндер оқытушысы, «Қостанай политехникалық жоғары колледжі» КМҚК, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Radionova Darya Maximovna *– fourth-year student of the 6B07203 Educational Programme "Technology of Processing and Food Production", Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Saidov Anzor Mussaevich *– Master of Economic Sciences, Senior Lecturer, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Kalitka Dmitriy Arkadiyevich *– Master of Natural Sciences, Lecturer, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Iskakov Kaibar Yessenzholovich *– Lecturer of Specialised Disciplines, Kostanay Polytechnic Higher College, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

УДК 664.66

Холкина, С.А.,
студентка 4 курса,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Калитка, Д.А.,
магистр естественных наук, преподаватель,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Саидов, А.М.,
магистр экономических наук,
старший преподаватель,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Жангабылова, Н.Д.,
преподаватель специальных дсциплин,
КГКП «Костанайский политехнический высший колледж», г. Костанай, Республика Казахстан

ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВТОРИЧНОГО И НЕТРАДИЦИОННОГО РАСТИТЕЛЬНОГО СЫРЬЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА И ПРОДЛЕНИЯ СРОКА ХРАНЕНИЯ ПШЕНИЧНОГО ХЛЕБА

Аннотация

В статье рассмотрены перспективы использования вторичного и нетрадиционного растительного сырья в производстве пшеничного хлеба.

Обобщены данные о применении яблочных и виноградных выжимок, облепихового жмыха и пектиновых экстрактов в качестве функциональных компонентов. Рассмотрено их влияние на пищевую ценность и основные показатели качества хлеба, включая пористость, удельный объем и формоустойчивость, а также на сохранение свежести и устойчивость к микробиологической порче при хранении. Проанализировано значение вида растительного сырья, способа его предварительной подготовки и дозировки. Определены наиболее перспективные направления использования яблочных продуктов, виноградных выжимок и облепихового жмыха в технологии пшеничного хлеба. Проведен SWOT-анализ, позволивший определить основные преимущества, ограничения, возможности и угрозы применения вторичного растительного сырья.

Ключевые слова: *вторичное растительное сырье, нетрадиционное растительное сырье, качество хлеба, срок хранения.*

1 Введение

Хлеб и хлебобулочные изделия занимают значительное место в ежедневном рационе, поэтому повышение их пищевой ценности и сохранение качества при хранении являются актуальными задачами пищевой технологии. Пшеничный хлеб из муки высших сортов содержит сравнительно небольшое количество пищевых волокон и биологически активных веществ, что обусловливает необходимость его обогащения.

Перспективным источником функциональных компонентов является вторичное растительное сырье: отруби, плодово-ягодные и овощные выжимки, жмыхи, кожура и семена. Оно содержит пищевые волокна, полифенольные соединения, витамины и минеральные вещества. Его использование позволяет повысить пищевую ценность хлеба и обеспечить более рациональную переработку сельскохозяйственного сырья [1, 2].

Вместе с тем растительные добавки могут изменять водопоглотительную способность и реологические свойства теста, снижать объем и пористость хлеба. С другой стороны, их влагоудерживающие, антиоксидантные и антимикробные свойства могут способствовать замедлению черствения и микробиологической порчи. Поэтому необходимо определить виды и рациональные дозировки вторичного сырья, обеспечивающие улучшение состава и сохраняемости хлеба без ухудшения его потребительских характеристик.

Цель работы – обобщить данные о влиянии вторичного растительного сырья на пищевую ценность, качество и продолжительность хранения пшеничного хлеба.

2 Материалы и методы

В качестве инструментов исследования выступили теоретико-сравнительный анализ, SWOT-анализ, систематизация и обобщение данных.

3-4 Результаты и обсуждение

Вторичное растительное сырье – это побочные продукты переработки зерна, плодов, ягод, овощей и масличных культур: отруби, выжимки, оболочки, кожура, семена, жмыхи и другие растительные фракции. После извлечения основной продукции в них сохраняется значительная часть биологически ценных веществ, что позволяет рассматривать такое сырьё как источник функциональных ингредиентов для хлебобулочных изделий [1].

Результативность применения вторичного и нетрадиционного растительного сырья определяется не только его химическим составом, но и способом предварительной подготовки. Наиболее распространён вариант высушивания с последующим измельчением: порошкообразная форма облегчает дозирование и равномерное распределение компонента в тесте, однако режим сушки должен подбираться с учётом сохранности термочувствительных соединений. Другое направление – предварительная гидратация, целесообразная для компонентов с высокой водоудерживающей способностью, поскольку позволяет заранее учесть их влияние на баланс влаги в тесте. Перспективным приёмом является и ферментативная обработка: изменение структуры пищевых волокон влияет на соотношение растворимых и не-

растворимых фракций и тем самым корректирует функциональные свойства растительного компонента. Таким образом, технологическая подготовка представляет собой совокупность взаимосвязанных операций: выбор сырья, очистку, сушку, измельчение или экстрагирование, при необходимости гидратацию или ферментативную обработку, а также установление рационального уровня внесения [1].

Пшеничные отруби – один из наиболее распространённых видов такого сырья. Они ценны наличием пищевых волокон, белковых веществ, витаминов и минеральных компонентов. Однако увеличение доли отрубей в рецептуре изменяет водопоглощение теста и структуру клейковины, что требует подбора рациональной дозировки и способов предварительной подготовки [2].

Продукты переработки плодов и ягод занимают особое место. Яблочные и другие плодовые выжимки сохраняют пищевые волокна, пектиновые и фенольные соединения, поэтому их использование не только обогащает хлеб функциональными компонентами, но и вовлекает в оборот фракции, остающиеся после производства соков. При этом необходимо различать кожуру, цельные выжимки и выделенный пектиновый экстракт, поскольку их химический состав и технологическое действие неодинаковы [1].

Пектинсодержащие продукты представляют значительный интерес. В исследованиях, обобщённых А.П. Смольяновой и Ю.В. Блинохватовой, показано положительное влияние пектиновых экстрактов на свойства теста и готового хлеба. Для экстракта из выжимок мелкоплодных яблок отмечено повышение формоустойчивости, пористости и удельного объёма хлеба; наиболее благоприятный результат получен при дозировке 18 % от массы муки. Перспективным источником пектиновых веществ являются и виноградные выжимки: Н.Н. Бареева и Л.В. Донченко рассматривают их как промышленный источник пектина, содержание которого в сухом веществе составляет 5,40–6,39 % для красных сортов и 6,38–8,32 % для белых. Однако при использовании виноградных выжимок необходимо учитывать их влияние на цвет, вкус и аромат хлеба, поэтому дальнейшие исследования должны устанавливать такие концентрации и способы подготовки, при которых функциональный потенциал сырья используется максимально, а органолептические характеристики изделия сохраняются на приемлемом уровне [2, 4].

Жмыхи масличных культур содержат значительное количество пищевых волокон, белка и остаточной липидной фракции. В исследовании Т.Ф. Чиркиной, А.М. Золотаревой, Ц.Д. Гончиковой и Л.В. Карпенко, посвящённом химическому составу облепихового шрота, для облепихового жмыха приведены значения 20–25 % пищевых волокон, 8–10 % белка и 3–12 % жиров. Это позволяет рассматривать облепиховую фракцию прежде всего как средство повышения общей пищевой ценности хлеба, одновременно учитывая её влияние на цвет, вкус, аромат и структуру мякиша: повышение дозировки может ухудшать отдельные потребительские характеристики. Таким образом, разные виды вторичного сырья обладают неодинаковым функциональным потенциалом: плодово-ягодные выжимки и пектиновые экстракты интересны преимущественно с позиции содержания пектиновых и фенольных соединений, тогда как жмыхи обеспечивают более комплексное обогащение продукта [6].

Использование растительных компонентов влияет не только на химический состав хлеба, но и на протекание технологического процесса. Наиболее существенные изменения затрагивают водопоглотительную способность теста, его консистенцию, развитие клейковинного каркаса, процессы брожения и формирование структуры мякиша. Высокое содержание пищевых волокон увеличивает потребность теста в воде и изменяет её распределение между компонентами системы; при чрезмерном количестве растительного материала это приводит к уменьшению объёма хлеба, снижению пористости и повышению плотности мякиша. Поэтому эффективность добавки определяется не только её химическим составом, но и уровнем внесения [4, 5].

Это подтверждается исследованием Т.Л. Шевелевой, посвящённым влиянию нетрадиционного растительного сырья на показатели качества хлеба. При внесении амарантовой муки в количестве 20 % готовый хлеб сохранял приемлемые показатели качества, тогда как увеличение дозировки до 30 % сопровождалось снижением объёма хлеба и пористости мякиша. При использовании продуктов барбариса внесение 3 % отвара способствовало повышению пористости хлеба до 74 % по сравнению с 71 % в контрольном образце; при использовании порошка в количестве 5–7 % показатель пористости сохранялся примерно на уровне контроля, одновременно наблюдалось увеличение кислотности мякиша, что связывалось с наличием органических кислот в растительном компоненте. В исследовании Н.Н. Типсиной, Н.В. Присухиной, А.И. Машанова, Н.И. Селиванова и Н.И. Чепелева определённая концентрация пектинового экстракта из яблочных выжимок обеспечивала улучшение структурных показателей – повышение пористости, удельного объёма и формоустойчивости изделия. Следовательно, увеличение количества растительного сырья не всегда приводит к дальнейшему улучшению качества, а оптимальной следует считать такую дозировку, при которой повышение функциональной ценности не сопровождается существенным ухудшением потребительских характеристик [3, 7].

Срок хранения хлеба определяется совокупностью процессов, среди которых важнейшее значение имеют черствение, изменение структуры мякиша, потеря влаги, окислительные процессы и развитие микроорганизмов. Поэтому перспективность растительных ингредиентов необходимо оценивать не только по их влиянию на свежевыпеченное изделие, но и по способности сохранять его свойства в процессе хранения [8].

Особый интерес в этом отношении представляют пектинсодержащие компоненты. В работе А.П. Смольяновой и Ю.В. Блинохватовой приведены данные о положительном влиянии пектинов и пектиновых экстрактов на сохранение свежести готовых хлебобулочных изделий: при их внесении период сохранения свежести хлеба может увеличиваться на 12–24 часа. Предполагается, что подобный эффект связан с влиянием пектиновых веществ на структурные свойства теста и удержание влаги. Это согласуется с данными о том, что пектиновые экстракты повышают формоустойчивость, пористость и удельный объём хлеба, поскольку более развитая и стабильная структура мякиша медленнее теряет влагу и хуже поддаётся черствению [2].

Дополнительный интерес представляют исследования растительных ингредиентов, обладающих потенциальным антимикробным действием. Так, в работе Т. Л. Шевелевой изучалось влияние ряда нетрадиционных растительных компонентов на качество и сроки хранения пшеничного и ржано-пшеничного хлеба. В качестве добавок использовали амарантовую муку, бетулинсодержащий экстракт бересты, а также ягоды барбариса в виде порошка и отвара. Полученные результаты свидетельствуют, что отдельные растительные добавки действительно способны замедлять появление признаков плесневения. При использовании порошка и отвара барбариса срок хранения хлеба увеличивался по сравнению с контрольным образцом. Ещё более выраженный результат наблюдался при использовании бетулина: при концентрации 0,01 % признаки плесневения отсутствовали даже через 72 часа. Это указывает на то, что бетулинсодержащие экстракты бересты могут рассматриваться как перспективное средство подавления роста плесневых грибов на поверхности пшеничного хлеба. Вместе с тем внесение амарантовой муки в количестве 30 % сопровождалось снижением объёма и пористости хлеба. Однако на основании этих показателей нельзя однозначно судить о влиянии данной дозировки на сохраняемость изделия [7].

Следует подчеркнуть, что повышение антиоксидантной активности хлеба само по себе не является доказательством увеличения его срока хранения. Фактическая сохраняемость зависит от влажности, упаковки, температуры хранения, санитарного состояния производства и развития микрофлоры. Поэтому вывод о продлении срока хранения должен подтверждаться экспериментально с использованием комплекса органолептических, физико-хи-

мических и микробиологических показателей. Перспективными в этом направлении выглядят пектинсодержащие компоненты (за счёт удержания влаги и замедления черствения), бетулинсодержащие экстракты (за счёт антимикробного действия) и продукты переработки плодов и ягод, богатые фенольными соединениями, однако для каждого из них необходимо устанавливать рациональную дозировку, при которой функциональный эффект не сопровождается ухудшением органолептических характеристик изделия [1, 7, 8].

Для обобщения рассмотренных литературных данных целесообразно сопоставить отдельные виды вторичного и нетрадиционного растительного сырья по уровню внесения, установленному влиянию на показатели качества хлеба и имеющимся данным о его сохраняемости. Такое сравнение позволяет наглядно показать различия в технологическом действии растительных компонентов и определить основные ограничения их применения. Результаты сравнительного анализа представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Сравнительная характеристика применения вторичного и нетрадиционного растительного сырья в пшеничном хлебе

Сырьё	Дозировка	Эффект	Влияние на хранение
Яблочные выжимки	18 % от массы муки	Повышение формоустойчивости, пористости и удельного объёма хлеба	Для пектинов и пектиновых экстрактов отмечено увеличение периода сохранения свежести хлебобулочных изделий на 12–24 ч.
Виноградные выжимки	3, 5 и 7% от массы муки	Содержание пектина составляет 5,40–6,39 % сухого вещества для красных сортов и 6,38–8,32 % для белых; Возможное изменение цвета, вкуса и аромата хлеба; требуется подбор концентрации	Повышение антиоксидантной активности подтверждено, однако прямое увеличение срока хранения пшеничного хлеба не установлено.
Облепиховый жмых	3, 6, 9 и 12% от массы муки	Содержит 20–25 % пищевых волокон, 8–10 % белка и 3–12 % жиров; Повышение дозировки потенциально может ухудшать цвет, вкус, аромат и структуру мякиша	Через 24 и 72 часа хранения влажность мякиша была выше, чем у контрольного образца. Продление микробиологического срока годности не подтверждено.
Амарантовая мука	20 и 30 %	При 30 % отмечено снижение объёма хлеба и пористости мякиша	Сохранение качества зависит от условий упаковки. Наиболее эффективным условием хранения была модифицированная газовая среда с содержанием 30% CO2; самостоятельное влияние амарантовой муки на продление срока хранения не установлено.
Барбарис	3 % отвара; 5–7 % порошка	При 3 % отвара пористость повышалась до 74 % против 71 % в контроле; при 5–7 % порошка пористость сохранялась примерно на уровне контроля При использовании порошка отмечалось повышение кислотности мякиша	Порошок и отвар барбариса увеличивали срок хранения по сравнению с контрольным образцом, замедляя появление признаков плесневения.

Анализ показывает, что действие растительных компонентов существенно различается в зависимости от вида сырья и дозировки; положительный эффект по одному показателю не обязательно сопровождается улучшением других характеристик. Выделить одну

универсальную добавку, одновременно улучшающую пищевую ценность, структуру и срок хранения хлеба, невозможно.

Выбор сырья должен определяться целевой функцией:

- облепиховый жмых представляет наибольший интерес как комплексный источник пищевых волокон, белка и липидной фракции; его основное преимущество – повышение общей пищевой ценности продукта;

- виноградные выжимки перспективны благодаря содержанию пектиновых веществ и пищевых волокон, поэтому их целесообразно рассматривать как сырьё для получения функционального ингредиента со структурообразующим потенциалом;

- продукты переработки яблок, особенно пектиновые экстракты, имеют наиболее подтверждённую перспективность в отношении структурных показателей и сохранения свежести: для них установлено улучшение формоустойчивости, пористости и удельного объёма, а для пектиновых компонентов в целом отмечено увеличение периода сохранения свежести на 12–24 часа.

При этом такое сравнение нельзя считать прямым доказательством превосходства одного компонента над другим, поскольку рассмотренные исследования проводились с различными рецептурами, дозировками и технологическими условиями. Для окончательного выбора оптимального сырья необходим сравнительный эксперимент с одинаковыми условиями приготовления и хранения хлеба.

Для комплексной оценки перспективности использования вторичного и нетрадиционного растительного сырья в таблице 2 представлен SWOT-анализ, позволяющий сопоставить внутренние преимущества и ограничения данного направления с внешними возможностями и потенциальными угрозами.

Таблица 2 – SWOT-анализ применения вторичного растительного сырья в производстве пшеничного хлеба

Сильные стороны (Strengths)	**Слабые стороны (Weaknesses)**
- Наличие пищевых волокон, пектиновых и других биологически ценных компонентов. - Возможность повышения пищевой ценности и придания хлебу функциональных свойств. - Возможность улучшения отдельных структурных характеристик хлеба. - Потенциальное увеличение периода сохранения свежести. - Разнообразие видов сырья с различными функционально-технологическими свойствами. - Рациональное использование побочных продуктов переработки растительного сырья.	- Возможное снижение объёма и пористости хлеба при избыточном внесении. - Возможное изменение цвета, вкуса и аромата готового изделия. - Высокая водоудерживающая способность отдельных компонентов, способная изменять свойства теста. - Неодинаковый химический состав растительных фракций. - Необходимость предварительной подготовки и стандартизации сырья.
Возможности (Opportunities)	**Угрозы (Threats)**
- Разработка хлебобулочных изделий функционального назначения. - Создание новых рецептур с повышенным содержанием пищевых волокон. - Расширение использования яблочных, виноградных и облепиховых продуктов в качестве функциональных ингредиентов. - Совершенствование технологий получения пектиновых и порошкообразных ингредиентов. - Расширение ассортимента хлебобулочных изделий с использованием вторичных растительных ресурсов.	- Нестабильность состава и качества вторичного растительного сырья. - Риск ухудшения потребительских свойств при превышении рациональной дозировки. - Возможное наличие нежелательных веществ при нарушении технологии получения, хранения или подготовки сырья. - Дополнительные требования к обеспечению безопасности и микробиологической стабильности сырья. - Дополнительные затраты на сушку, измельчение и другие операции подготовки. - Ограниченность сравнительных исследований, выполненных в одинаковых технологических условиях.

Проведённый SWOT-анализ показывает, что использование вторичного растительного сырья в производстве пшеничного хлеба имеет значительный потенциал благодаря возможности повышения пищевой ценности, улучшения отдельных показателей качества и рационального использования побочных продуктов переработки. Вместе с тем эффективность его применения зависит от вида сырья, способа предварительной подготовки и дозировки. Основными ограничениями являются возможное ухудшение объёма, пористости и органолептических характеристик хлеба, а также нестабильность состава вторичного сырья. Перспективы дальнейшего развития данного направления связаны с совершенствованием способов подготовки и стандартизации сырья, подбором рациональных дозировок и разработкой новых видов хлебобулочных изделий с заданными пищевыми и технологическими свойствами. Поэтому дальнейшее развитие направления требует стандартизации сырья и проведения сравнительных исследований в одинаковых технологических условиях.

5 Выводы

Проведённый анализ научных исследований показывает, что вторичное растительное сырьё обладает значительным потенциалом для повышения пищевой ценности, качества и сохраняемости пшеничного хлеба. Возможности этого направления связаны с обогащением изделий пищевыми волокнами, пектиновыми и фенольными соединениями, а в ряде случаев с улучшением структурных характеристик мякиша и замедлением черствения и микробиологической порчи. Вместе с тем эффективность применения такого сырья не универсальна: она определяется видом компонента, способом предварительной подготовки и уровнем внесения, а превышение рациональной дозировки способно нивелировать положительный эффект и ухудшить объём, пористость, цвет, вкус и аромат готового изделия.

Наиболее перспективными для технологии пшеничного хлеба следует признать облепиховый жмых как комплексный источник пищевых волокон, белка и липидной фракции, виноградные выжимки как сырьё для получения пектинсодержащего ингредиента и продукты переработки яблок, прежде всего, пектиновые экстракты для улучшения структурных показателей и сохранения свежести. Среди рассмотренных нетрадиционных растительных компонентов интерес представляют продукты барбариса, для которых имеются данные о сохранении пористости и замедлении появления признаков плесневения, тогда как применение амарантовой муки требует ограничения дозировки вследствие снижения объёма и пористости хлеба при высоком уровне внесения. Поскольку имеющиеся данные получены в разных технологических условиях, дальнейшие исследования целесообразно направить на сравнительные эксперименты с едиными рецептурами, дозировками и условиями хранения, а также на комплексную оценку качества и сохраняемости хлеба с использованием органолептических, физико-химических и микробиологических показателей.

Список литературы

1 Hasan, M.M., Islam, M.R., Haque, A.R. et al. Trends and challenges of fruit by-products utilization: insights into safety, sensory, and benefits of the use for the development of innovative healthy food: a review. Bioresour. Bioprocess. 11, 10 (2024).

2 Смольянова А.П., Блинохватова Ю.В. Применение вторичных сырьевых ресурсов в производстве хлебобулочных изделий // Инновационная техника и технология. – 2018. – Т. 5, № 4. – С. 25-28.

3 Типсина Н.Н., Присухина Н.В., Машанов А.И., Селиванов Н.И., Чепелев Н.И. Возможность использования пектинового экстракта в производстве хлеба // Вестник КрасГАУ. – 2018. – № 3. – С. 168-171.

4 Бареева Н.Н., Донченко Л.В. Виноградные выжимки – перспективный промышленный источник пектиновых веществ // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубанского государственного аграрного университета. – 2006. – № 20. – С. 6-16.

5 Muñoz-Bernal, Ó.A., Coria-Oliveros, A.J., Vazquez-Flores, A.A. et al. Functional and sensory evaluation of bread made from wheat flour fortified with wine byproducts. Food Prod Process and Nutr 6, 94 (2024).

6 Banach, J.K.; Majewska, K.; Piłat, B.; Grzywińska-Rąpca, M. Benefits of Using Pomace from Sea Buckthorn Fruit (Hippophaë rhamnoides L.) in the Production of Rye Bread for a Strategy of Sustainable Production and Consumption. Appl. Sci. 2024, 14, 11067.

7 Шевелева Т.Л. Нетрадиционное растительное сырье в рецептурах хлебобулочных изделий // Вестник КрасГАУ. – 2021. – № 2. – С. 143-150. – DOI: 10.36718/1819-4036-2021-2-143-150.

8 Парахина О.И., Савкина О.А., Кузнецова Л.И., Костюченко М.Н., Бурыкина М.С., Фролова Ю.М., Гаврилова Т.А. Перспективы применения сырья растительного происхождения для продления сроков годности хлебобулочных изделий // Хлебопродукты. – 2024. – № 7.

ХОЛКИНА, С.А., КАЛИТКА, Д.А., САИДОВ, А.М., ЖАНГАБЫЛОВА, Н.Д.

БИДАЙ НАНЫНЫҢ САПАСЫН ЖАҚСАРТУ ЖӘНЕ САҚТАУ МЕРЗІМІН ҰЗАРТУ ҮШІН ҚАЙТАЛАМА ЖӘНЕ ДӘСТҮРЛІ ЕМЕС ӨСІМДІК ШИКІЗАТЫН ПАЙДАЛАНУ ПЕРСПЕКТИВАЛАРЫ

Мақалада бидай нанын өндіруде қайталама және дәстүрлі емес өсімдік шикізатын пайдалану перспективалары қарастырылған. Функционалдық компоненттер ретінде алма сығындыларын, жүзім сығындыларын, шырғанақ күнжарасын және пектин сығындыларын қолдану жөніндегі ғылыми деректер жинақталып, қорытындыланған. Олардың нанның тағамдық құндылығына және кеуектілігі, меншікті көлемі мен пішін тұрақтылығы сияқты негізгі сапа көрсеткіштеріне әсері, сондай-ақ сақтау кезінде балғындығын сақтауға және микробиологиялық бұзылуға төзімділігін арттыруға ықпалы қарастырылған. Өсімдік шикізатының түрі, оны алдын ала өңдеу әдісі және мөлшерлеу деңгейінің маңызы талданған. Бидай нанын өндіру технологиясында алма өнімдерін, жүзім сығындыларын және шырғанақ күнжарасын пайдаланудың неғұрлым перспективалы бағыттары айқындалған. Қайталама өсімдік шикізатын қолданудың негізгі артықшылықтарын, шектеулерін, мүмкіндіктері мен қауіп-қатерлерін анықтауға мүмкіндік берген SWOT-талдау жүргізілген.

Түйінді сөздер: *қайталама өсімдік шикізаты, дәстүрлі емес өсімдік шикізаты, нан сапасы, сақтау мерзімі.*

KHOLKINA, S.A., KALITKA, D.A., SAIDOV, A.M., ZHANGABYLOVA, N.D.

PROSPECTS FOR THE USE OF SECONDARY AND NON-TRADITIONAL PLANT-BASED RAW MATERIALS TO IMPROVE THE QUALITY AND EXTEND THE SHELF LIFE OF WHEAT BREAD

This article examines the prospects for using secondary and non-traditional plant-based raw materials in wheat bread production. Research findings on the use of apple pomace, grape pomace, sea buckthorn press cake, and pectin extracts as functional ingredients are summarized. Their effects on the nutritional value and key quality parameters of bread, including porosity, specific volume, and shape retention, are examined, along with their role in maintaining freshness and improving resistance to microbiological spoilage during storage. The influence of the type of plant-based raw material, its pretreatment method, and dosage is analyzed. The most promising applications of apple-derived products, grape pomace, and sea buckthorn press cake in wheat bread technology are identified. A SWOT analysis is conducted to determine the main strengths, limitations, opportunities, and threats associated with the use of secondary plant-based raw materials.

Keywords: *secondary plant-based raw materials, non-traditional plant-based raw materials, bread quality, shelf life.*

Сведения об авторах:

Холкина Снежана Александровна *– студентка 4 курса ОП 6В07203 – Технология перерабатывающих и пищевых производств, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Калитка Дмитрий Аркадьевич *– магистр естественных наук, преподаватель, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Саидов Анзор Мусаевич *– магистр экономических наук, старший преподаватель, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Жангабылова Назгуль Даулетовна *– преподаватель специальных дисциплин, КГКП «Костанайский политехнический высший колледж», г. Костанай, Республика Казахстан.*

Холкина Снежана Александровна *– 6В07203 – «Қайта өңдеу және тамақ өндірістерінің технологиясы» білім беру бағдарламасының 4-курс студенті, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы*

Калитка Дмитрий Аркадьевич *– жаратылыстану ғылымдарының магистрі, оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Саидов Анзор Мусаевич *– кономика ғылымдарының магистрі, аға оқытушы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Жанғабылова Назгүл Дәулетқызы *– арнайы пәндер оқытушысы, «Қостанай политехникалық жоғары колледжі» КМҚК, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Kholkina Snezhana Alexandrovna *– 4-year student, "6B07203-Technology of Processing and Food Production" educational program, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Kalitka Dmitriy Arkadiyevich *– Master of Natural Sciences, Lecturer, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Saidov Anzor Mussayevich *– Master of Economic Sciences, Senior Lecturer, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Zhangabylova Nazgul Dauletovna *– Lecturer of Specialised Disciplines, Kostanay Polytechnic Higher College, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

ӘЛЕУМЕТТІК ҒЫЛЫМДАР
СОЦИАЛЬНЫЕ НАУКИ

УДК 005.94:005.963

Андреев, Г.А.,
магистрант, ОП «7М04102 – Менеджмент»,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан
Амантаева, Р.К.,
магистр экономических наук,
преподаватель кафедры
бухгалтерского учета и управления,
КРУ имени Ахмет Байтұрсынұлы,
г. Костанай, Республика Казахстан

РОЛЬ КОРПОРАТИВНОГО УНИВЕРСИТЕТА В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ЗНАНИЯМИ ОРГАНИЗАЦИИ

Аннотация

В статье корпоративный университет рассматривается как организационный механизм, обеспечивающий полный цикл управления знаниями: их выявление, создание, кодификацию, передачу и применение. На основе анализа теоретических подходов (модель SECI И. Нонаки и Х. Такеучи, концепция обучающейся организации П. Сенге) обоснована связь функций корпоративного университета с процессами управления знаниями. Предложены уровневая модель зрелости корпоративного университета и система показателей оценки его вклада в управление знаниями. Рассмотрен опыт корпоративного университета автомобильного завода Allur (г. Костанай).

Ключевые слова: *корпоративный университет, управление знаниями, неявные знания, модель SECI, обучающаяся организация, человеческий капитал, наставничество.*

1 Введение

В условиях цифровой экономики конкурентоспособность организации все в меньшей степени определяется материальными активами и все в большей – способностью создавать, накапливать и эффективно использовать знания. Знания сотрудников, накопленный опыт решения производственных и управленческих задач, отработанные технологии и процедуры становятся стратегическим ресурсом, который трудно скопировать конкурентам [1]. Вместе с тем значительная часть этого ресурса носит неявный характер: она сосредоточена в опыте отдельных работников и рискует быть утраченной при их уходе, смене поколений персонала или реорганизации.

Теория организационного знания показывает, что новое знание возникает не в результате простого накопления информации, а в процессе непрерывного взаимодействия явных и неявных знаний между людьми, группами и подразделениями [2]. Отсюда следует, что управление знаниями требует не только информационных систем, но и специальных организационных форм, в которых такое взаимодействие происходит регулярно и целенаправленно.

Традиционная система обучения персонала, построенная на разовых курсах повышения квалификации и закупке внешних тренингов, решает задачу поддержания текущей квалификации, однако не обеспечивает системной работы со знаниями организации. Ответом на это ограничение стало появление корпоративных университетов – подразделений,

которые связывают обучение со стратегией компании и превращают развитие персонала в непрерывный процесс. Первые корпоративные университеты были созданы в США в середине XX века, а в 1990-е годы этот формат получил широкое распространение в крупных компаниях по всему миру [3].

В Казахстане корпоративные университеты действуют в крупных национальных холдингах и на промышленных предприятиях. В опубликованном ранее исследовании корпоративный университет был рассмотрен как инструмент стратегического управления, проанализированы его эволюция и модели [4]. При этом механизмы, через которые корпоративный университет влияет на создание, передачу и применение знаний в организации, остаются изученными недостаточно, что и определяет актуальность настоящей работы.

Цель исследования – обосновать роль корпоративного университета как инструмента управления знаниями организации и предложить подходы к оценке его вклада в эту систему.

Для достижения цели решались следующие задачи:

1) уточнить содержание понятий «знание» и «управление знаниями» применительно к деятельности организации;

2) раскрыть сущность и функции корпоративного университета в сопоставлении с традиционным учебным центром;

3) установить соответствие между инструментами корпоративного университета и фазами создания знаний;

4) разработать уровневую модель зрелости корпоративного университета;

5) предложить систему показателей оценки его вклада в управление знаниями и апробировать подход на примере казахстанского предприятия.

2 Материалы и методы

Теоретическую основу исследования составили работы в области управления знаниями и организационного обучения. Различение явного и неявного знания опирается на концепцию М. Полани [5]; модель создания знаний – на работы И. Нонаки и Х. Такеучи [2]; трактовка управления знаниями как совокупности процессов – на исследования Т. Давенпорта и Л. Прусака [1], М. Алави и Д. Лейднер [6], Б.З. Мильнера [7]. Положения о связи индивидуального и организационного обучения взяты из концепций обучающейся организации П. Сенге [8] и сообществ практиков Э. Венгера [9]. Сущность корпоративного университета рассматривалась на основе работ Дж. Мейстер [3], М. Аллена [10], М. Радемакерса [11], а также эмпирического исследования А. Абель и Дж. Ли [12].

В работе использованы следующие методы: системный анализ научной литературы для уточнения понятийного аппарата; сравнительный анализ для разграничения учебного центра и корпоративного университета; структурно-функциональный анализ, позволивший сопоставить инструменты корпоративного университета с фазами модели SECI; моделирование при построении уровневой модели зрелости; кейс-метод – анализ открытых источников о деятельности корпоративного университета автомобильного завода Allur (г. Костанай) [13].

Статья отражает теоретико-методологический этап магистерского исследования. Предложенные модель и система показателей предназначены для последующей эмпирической проверки на базе корпоративного университета Allur в ходе исследовательской практики.

3 Результаты

Знания как объект управления

В научной литературе принято различать данные, информацию и знания. Данные представляют собой разрозненные факты, информация – данные, упорядоченные и наделенные смыслом, а знание – сочетание опыта, ценностей, контекстной информации и экспертной оценки, позволяющее интерпретировать новую информацию и принимать решения [1]. Знание всегда связано с действием: оно ценно для организации постольку, поскольку используется в работе.

Ключевым для управления знаниями является разделение явного и неявного знания. Явное знание может быть выражено словами и цифрами, записано в стандартах, инструкциях и базах данных. Неявное знание укоренено в личном опыте, навыках и интуиции; по известной формулировке М. Полани: «мы знаем больше, чем можем сказать» [5]. Именно неявное знание опытных сотрудников – умение быстро найти причину сбоя на линии, выстроить отношения с поставщиком, провести сложные переговоры – чаще всего составляет основу конкурентного преимущества и одновременно хуже всего защищено от утраты.

Управление знаниями в работах М. Алави и Д. Лейднер трактуется как совокупность четырех взаимосвязанных процессов: создания знаний, их хранения и извлечения, передачи и применения [6]. Б.З. Мильнер подчеркивает, что управление знаниями не сводится к информационным технологиям, а предполагает изменение организационной культуры, структуры и системы мотивации [7]. Международный стандарт ISO 30401:2018 закрепляет этот подход, рассматривая систему управления знаниями как часть общей системы менеджмента организации [16]. Следовательно, организации нужен структурный элемент, который будет отвечать за все четыре процесса одновременно. Выполнять эту роль может корпоративный университет.

Сущность и функции корпоративного университета

Дж. Мейстер определяет корпоративный университет как «стратегический зонтик» для развития и обучения работников, партнеров и клиентов, обеспечивающий достижение бизнес-стратегии организации [3]. М. Аллен делает акцент на знаниевой составляющей: корпоративный университет – это образовательное подразделение, являющееся стратегическим инструментом и помогающее организации выполнять свою миссию через деятельность, развивающую индивидуальное и организационное обучение, знания и мудрость [10]. Таким образом, уже в базовых определениях корпоративный университет выходит за рамки функции обучения и связывается с управлением знаниями.

Отличия корпоративного университета от традиционного учебного центра обобщены в таблице 1.

Таблица 1 – Сравнение учебного центра и корпоративного университета

Критерий	**Учебный центр**	**Корпоративный университет**
Цель	Поддержание квалификации для выполнения текущих задач	Развитие компетенций и знаний для реализации стратегии
Связь со стратегией	Косвенная, обучение по заявкам подразделений	Прямая, программы формируются от стратегических целей
Источник знаний	Преимущественно внешние провайдеры	Внутренние эксперты, наставники, собственные кейсы, партнеры
Роль сотрудника	Пассивный слушатель	Участник и носитель знаний, внутренний тренер
Отношение к знаниям	Трансляция готового знания	Выявление, кодификация, передача и создание знаний
Оценка результата	Число обученных, часы обучения	Изменение поведения, бизнес-результаты, сохранение знаний

Источник: составлено авторами на основе [3; 10; 11].

Из таблицы видно, что принципиальное отличие корпоративного университета состоит в смене направления потока знаний. Учебный центр в основном импортирует знания извне, тогда как корпоративный университет выявляет знания внутри организации, формализует их и делает доступными для других. М. Рademакерс описывает эту эволюцию как переход от обучения к инновациям в области знаний, когда корпоративный университет становится движущей силой обновления знаний компании [11]. Эмпирическое исследование А. Абель и Дж. Ли также показало, что для корпоративных университетов характерны

прямая связь с бизнес-стратегией и стремление охватить не только обучение, но и развитие организации в целом [12].

Инструменты корпоративного университета в спирали создания знаний

Модель SECI И. Нонаки и Х. Такеучи описывает создание знаний как спираль из четырех фаз преобразования: социализации, экстернализации, комбинации и интернализации [2]. Позднее авторы дополнили модель понятием «ба» – общего пространства (физического, виртуального или ментального), в котором происходит взаимодействие и рождается новое знание [14]. Корпоративный университет может рассматриваться как такое пространство, специально созданное организацией. Соответствие его инструментов фазам модели SECI представлено в таблице 2.

Таблица 2 – Инструменты корпоративного университета в фазах модели SECI

Фаза SECI	**Преобразование знаний**	**Инструменты корпоративного университета**	**Результат для организации**
Социализация	Неявное → неявное	Наставничество, стажировки, сопровождение на рабочем месте, сообщества практиков	Передача опыта и норм поведения от опытных сотрудников
Экстернализация	Неявное → явное	Подготовка внутренних тренеров, разработка кейсов и стандартов на материале компании, разбор инцидентов	Формализация экспертного знания
Комбинация	Явное → явное	Система дистанционного обучения, корпоративная база знаний, библиотека, систематизация стандартов	Формирование организационной памяти
Интернализация	Явное → неявное	Практико-ориентированные программы, тренажеры, обучение действием, проекты улучшений	Освоение знаний и их применение в работе

Источник: составлено авторами на основе [2; 9; 14].

Представленное соответствие позволяет сделать важный вывод: корпоративный университет способен поддерживать все четыре фазы спирали знаний, тогда как традиционный учебный центр работает преимущественно с фазами комбинации и частично интернализации. Наибольшую ценность корпоративный университет создает именно в фазах социализации и экстернализации, то есть там, где происходит работа с неявным знанием. Программы наставничества и подготовки внутренних тренеров превращают опытных сотрудников из «хранителей» знаний в их активных распространителей, а сообщества практиков, по Э. Венгеру, становятся естественной средой обмена опытом между специалистами одного профиля [9].

Кроме того, корпоративный университет обеспечивает связь индивидуального и организационного обучения, на которой строится концепция обучающейся организации П. Сенге [8]. Знание, полученное отдельным сотрудником, через внутреннее преподавание, кейсы и стандарты становится достоянием организации и, в свою очередь, служит основой для обучения следующих сотрудников.

Уровневая модель зрелости корпоративного университета

Практика показывает, что не каждый корпоративный университет в равной мере выполняет функции управления знаниями. Нередко под этим названием действует учебный центр, сохранивший прежние методы работы. Для оценки того, насколько корпоративный университет встроен в систему управления знаниями, предлагается уровневая модель зрелости (таблица 3).

Таблица 3 – Уровневая модель зрелости корпоративного университета

Уровень	Роль в управлении знаниями	Ключевые признаки
1 Учебный центр	Трансляция готовых знаний	Обучение по заявкам, внешние тренеры, учет часов и числа обученных
2 Университет компетенций	Целенаправленное развитие компетенций	Модель компетенций, программы для кадрового резерва, связь обучения со стратегией
3 Университет знаний	Выявление, кодификация и передача внутренних знаний	Институт наставников и внутренних тренеров, база знаний, собственные кейсы, сообщества практиков
4 Центр создания знаний	Создание новых знаний и инноваций	Проекты улучшений и инноваций, партнерство с вузами, открытость для клиентов и поставщиков, вклад в стратегию

Источник: разработано авторами.

Переход на каждый следующий уровень означает расширение роли корпоративного университета: от передачи знаний, созданных вне организации, к работе с собственными знаниями и, наконец, к их созданию. Модель может использоваться как инструмент самодиагностики, позволяющий определить текущее положение корпоративного университета и наметить направления его развития.

Опыт корпоративного университета Allur

Применимость предложенного подхода рассмотрена на примере корпоративного университета автомобильного завода Allur в г. Костанае. По данным открытых источников, корпоративный университет предприятия отметил десятилетие в 2023 году, ежегодно проходят обучение более 2 000 человек, а портфель включает более 30 образовательных решений по развитию гибких, когнитивных, цифровых и профессиональных навыков [13]. Среди программ – «Школа производственного управления», «Бережливое производство», «Эффективное наставничество», «PRO-руководитель» и «Эффективный менеджмент». Обучение сотрудников ведется без отрыва от производства, для студентов реализуется дуальная форма подготовки. В 2024 году предприятие выделило более 100 млн тенге на создание нового учебного пространства с аудиториями, библиотекой и коворкингом, а также подписало меморандумы о сотрудничестве с Satbayev University и Almaty Management University [13].

Анализ этих данных через призму модели SECI показывает, что корпоративный университет Allur охватывает несколько фаз спирали знаний. Программа «Эффективное наставничество» поддерживает фазу социализации, обеспечивая передачу производственного опыта от наставников к молодым работникам. Программы бережливого производства по своей природе связаны с экстернализацией и интернализацией: стандартизация операций переводит опыт рабочих в явную форму, а проекты непрерывных улучшений возвращают формализованное знание в практику. Новое учебное пространство с библиотекой и коворкингом выполняет функцию «ба» – места для взаимодействия и обмена знаниями [14]. Партнерство с вузами открывает канал притока внешних научных знаний.

По предложенной модели зрелости корпоративный университет Allur, на наш взгляд, находится на переходе от второго к третьему уровню: связь обучения с производственными задачами и институт наставничества уже сформированы, а дальнейшее развитие связано с систематизацией внутренних знаний в единой базе и с измерением вклада обучения в результаты деятельности. Эта оценка основана на открытых источниках и требует уточнения в ходе эмпирического исследования.

Система показателей оценки вклада корпоративного университета в управление знаниями

Традиционные показатели работы учебных подразделений – число обученных и количество часов обучения – отражают объем деятельности, но не ее влияние на знания

организации. Для оценки вклада корпоративного университета в управление знаниями предлагается система показателей, объединяющая четыре процесса управления знаниями [6] и уровни оценки эффективности обучения Д. Киркпатрика [15] (таблица 4).

Таблица 4 – Система показателей оценки вклада корпоративного университета в управление знаниями

Группа показателей	Примеры показателей
Выявление и сохранение знаний	Доля критических должностей с подготовленными преемниками; число описанных экспертных практик и стандартов
Передача знаний	Доля внутренних тренеров среди преподавателей; число наставнических пар; частота обращений к корпоративной базе знаний
Применение знаний	Изменение рабочего поведения после обучения (уровень 3 по Д. Киркпатрику); число внедренных предложений по улучшению
Результаты для организации	Сокращение срока адаптации новых работников; снижение брака и простоев; рост производительности (уровень 4 по Д. Киркпатрику)

Источник: разработано авторами на основе [6; 15].

Предложенная система позволяет перейти от оценки затрат на обучение к оценке того, насколько корпоративный университет способствует сохранению, распространению и использованию знаний. Показатели могут рассчитываться на основе данных кадрового учета, системы дистанционного обучения и производственной статистики, а также дополняться анкетированием сотрудников.

4 Обсуждение

Результаты исследования позволяют рассматривать корпоративный университет не как усовершенствованную форму учебного центра, а как самостоятельный инструмент управления знаниями. Его особенность состоит в том, что он объединяет в одной организационной структуре процессы, которые в других случаях оказываются разделенными между кадровой службой, производственными подразделениями и службой информационных технологий. Это согласуется с выводами М. Рademакерса о переходе корпоративных университетов к роли центров инноваций в области знаний [11].

Подход, предложенный в настоящей статье, дополняет рассмотрение корпоративного университета как инструмента стратегического управления [4]. Если стратегический взгляд отвечает на вопрос, зачем организации корпоративный университет, то знаниевый подход объясняет, каким образом он создает ценность: через превращение индивидуального опыта в организационное знание и обратно.

Вместе с тем следует учитывать ряд ограничений.

Во-первых, неявное знание лишь частично поддается кодификации, поэтому чрезмерный акцент на базах знаний и электронных курсах может привести к формализации обучения без реального обмена опытом; социализационные инструменты – наставничество и сообщества практиков – должны оставаться в центре внимания.

Во-вторых, эффективность корпоративного университета во многом зависит от вовлеченности руководителей, которые выступают одновременно заказчиками обучения, внутренними преподавателями и носителями ключевых знаний.

В-третьих, измерение вклада в управление знаниями сопряжено с трудностями, поскольку результаты проявляются с запаздыванием и зависят от множества других факторов.

Для региональных промышленных предприятий Казахстана особое значение имеет партнерство корпоративных университетов с вузами. Оно позволяет компенсировать ограниченность внутренних ресурсов, привлечь научные знания и сформировать кадровый резерв из числа студентов. Пример Allur показывает, что такое взаимодействие уже складывается и может стать основой для перехода корпоративного университета на более высокий уровень зрелости.

Ограничением исследования является его теоретический характер и опора на открытые источники при анализе практического примера. Следующим этапом станет эмпирическое исследование влияния корпоративного университета на развитие компетенций и обмен знаниями сотрудников с применением предложенной системы показателей.

5 Выводы

Проведенное исследование позволяет сформулировать следующие выводы.

1) Управление знаниями охватывает процессы создания, хранения, передачи и применения знаний, причем наибольшую ценность и наибольший риск утраты представляет неявное знание сотрудников. Для работы с ним организации нужна специальная организационная форма.

2) Корпоративный университет отличается от традиционного учебного центра прямой связью со стратегией, опорой на внутренние источники знаний и активной ролью сотрудников как носителей и распространителей знаний.

3) Инструменты корпоративного университета соответствуют всем четырем фазам модели SECI, а сам корпоративный университет выполняет функцию «ба» – пространства, в котором создается и передается организационное знание.

4) Предложенная уровневая модель зрелости (учебный центр, университет компетенций, университет знаний, центр создания знаний) позволяет диагностировать роль корпоративного университета в системе управления знаниями и определять направления его развития.

5) Система показателей, объединяющая процессы управления знаниями и уровни оценки обучения, дает возможность оценивать не только объем обучения, но и его влияние на сохранение, распространение и применение знаний. Опыт корпоративного университета Allur подтверждает практическую применимость предложенного подхода.

Список литературы

1 Davenport T.H., Prusak L. Working Knowledge: How Organizations Manage What They Know. – Boston: Harvard Business School Press, 1998. – 199 p.

2 Nonaka I., Takeuchi H. The Knowledge-Creating Company: How Japanese Companies Create the Dynamics of Innovation. – New York: Oxford University Press, 1995. – 284 p.

3 Meister J.C. Corporate Universities: Lessons in Building a World-Class Work Force. – Rev. ed. – New York: McGraw-Hill, 1998. – 286 p.

4 Байжанова Л.А.-Н., Дамбаулова Г.К., Иментаева С., Амантаева Р.К. Корпоративный университет как инструмент стратегического управления: эволюция, модели и практика в Казахстане // Вестник КГПИ. – 2025. – № 3 (79). – С. 139–145.

5 Polanyi M. The Tacit Dimension. – Garden City, NY: Doubleday, 1966. – 108 p.

6 Alavi M., Leidner D.E. Review: Knowledge Management and Knowledge Management Systems: Conceptual Foundations and Research Issues // MIS Quarterly. – 2001. – Vol. 25, No. 1. – P. 107–136.

7 Мильнер Б.З. Управление знаниями: эволюция и революция в организации. – М.: ИНФРА-М, 2003. – 178 с.

8 Senge P.M. The Fifth Discipline: The Art and Practice of the Learning Organization. – New York: Doubleday/Currency, 1990. – 424 p.

9 Wenger E. Communities of Practice: Learning, Meaning, and Identity. – Cambridge: Cambridge University Press, 1998. – 318 p.

10 Allen M. The Corporate University Handbook: Designing, Managing, and Growing a Successful Program. – New York: AMACOM, 2002. – 384 p.

11 Rademakers M. Corporate universities: driving force of knowledge innovation // Journal of Workplace Learning. – 2005. – Vol. 17, No. 1/2. – P. 130–136.

12 Abel A.L., Li J. Exploring the corporate university phenomenon: Development and implementation of a comprehensive survey // Human Resource Development Quarterly. – 2012. – Vol. 23, No. 1. – P. 103–128.

13 Интеграция образования, науки и бизнеса: Allur University расширяет подготовку специалистов автопрома // zakon.kz. – 2024. – 4 июня. – URL: https://www.zakon.kz/ekonomika-biznes/

6436848-integratsiya-obrazovaniya-nauki-i-biznesa-Allur-University-rasshiryaet-podgotovku-spetsialistov-avtoproma.html (дата обращения: 16.10.2026).

14 Nonaka I., Konno N. The Concept of «Ba»: Building a Foundation for Knowledge Creation // California Management Review. – 1998. – Vol. 40, No. 3. – P. 40–54.

15 Kirkpatrick D.L., Kirkpatrick J.D. Evaluating Training Programs: The Four Levels. – 3rd ed. – San Francisco: Berrett-Koehler, 2006. – 379 p.

16 ISO 30401:2018. Knowledge management systems – Requirements. – Geneva: International Organization for Standardization, 2018.

АНДРЕЕВ, Г.А., АМАНТАЕВА, Р.К.

ҰЙЫМНЫҢ БІЛІМДІ БАСҚАРУ ЖҮЙЕСІНДЕГІ КОРПОРАТИВТІК УНИВЕРСИТЕТТІҢ РӨЛІ

Мақалада корпоративтік университет білімді басқарудың толық циклін – білімді анықтауды, құруды, кодификациялауды, беруді және қолдануды қамтамасыз ететін ұйымдық тетік ретінде қарастырылады. Теориялық тәсілдерді (И. Нонака мен Х. Такеучидің SECI моделі, П. Сенгенің оқитын ұйым тұжырымдамасы) талдау негізінде корпоративтік университет функцияларының білімді басқару процестерімен байланысы негізделген. Корпоративтік университеттің жетілу деңгейлерінің моделі және оның білімді басқаруға қосқан үлесін бағалау көрсеткіштерінің жүйесі ұсынылған. Allur автомобиль зауыты корпоративтік университетінің (Қостанай қ.) тәжірибесі қарастырылған.

Түйінді сөздер: *корпоративтік университет, білімді басқару, жасырын білім, SECI моделі, оқитын ұйым, адами капитал, тәлімгерлік.*

ANDREYEV, G.A., AMANTAYEVA, R.K.

THE ROLE OF THE CORPORATE UNIVERSITY IN AN ORGANIZATION'S KNOWLEDGE MANAGEMENT SYSTEM

The article considers the corporate university as an organizational mechanism that supports the full knowledge management cycle: identification, creation, codification, transfer and application of knowledge. Based on an analysis of theoretical approaches (the SECI model of I. Nonaka and H. Takeuchi, P. Senge's concept of the learning organization), the link between the functions of a corporate university and knowledge management processes is substantiated. A maturity model of the corporate university and a system of indicators for assessing its contribution to knowledge management are proposed. The experience of the corporate university of the Allur automobile plant (Kostanay) is examined.

Key words: *corporate university, knowledge management, implicit knowledge, SECI model, learning organization, human capital, mentoring.*

Сведения об авторах:

Андреев Глеб Андреевич *– магистрант, ОП «7М04102 – Менеджмент», Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Амантаева Раушан Кадырбековна *– магистр экономических наук, преподаватель кафедры бухгалтерского учета и управления, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Андреев Глеб Андреевич *– «7М04102 – Менеджмент» білім беру бағдарламасының магистранты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Амантаева Раушан Кадырбековна *– экономика ғылымдарының магистрі, бухгалтерлік есеп және басқару кафедрасының оқытушысы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Andreyev Gleb Andreyevich *– Master's student, "7M04102 – Management" educational program, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Amantayeva Raushan Kadyrbekovna *– Master of Economic Sciences, Lecturer, Department of accounting and management, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

ӘОЖ 911.3

Куанышбаев, С.Б.,
география ғылымдарының докторы,
жарытылыстану-ғылыми пәндері
кафедрасының қауымдастырылған профессоры,
Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ,
Қостанай қ., Қазақстан Республикасы
Габдуллова, Н.Б.,
жаратылыстану-ғылыми пәндері
кафедрасының 2-курс магистранты,
Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ,
Қостанай қ., Қазақстан Республикасы
Баубекова, Г.К.,
педагогикалық білім магистрі,
жарытылыстану-ғылыми пәндері
кафедрасының аға оқытушысы,
Ахмет Байтұрсынұлы атындағы ҚӨУ,
Қостанай қ., Қазақстан Республикасы

ҚОСТАНАЙ ОБЛЫСЫНДАҒЫ ЖАСТАР КӨШІ-ҚОНЫ: ҒЫЛЫМИ ЗЕРТТЕУЛЕРГЕ ШОЛУ ЖӘНЕ МӘСЕЛЕНІҢ ЗЕРТТЕЛУ ДӘРЕЖЕСІ

Түйін

Мақалада Қостанай облысындағы жастар көші-қонының ғылыми әдебиеттерде зерттелу дәрежесіне шолу жасалып, осы мәселенің Қазақстандағы зерттелу бағыттары жүйеленеді. Зерттеудің өзектілігі жастардың халықтың ең мобильді әлеуметтік-демографиялық топтарының бірі болуымен, ал олардың аумақтық орын ауыстыруы халық санының өзгеруімен, еңбек ресурстарының қалыптасуымен, адами капиталдың ұдайы өндірілуімен, білім беру жүйесінің дамуымен және аумақтардың кеңістіктік ұйымдастырылуымен тікелей байланысты болуымен айқындалады. Қостанай облысына арналған еңбектерде көші-қон негізінен демографиялық өзгерістер, еңбек ресурстары, адами капитал және аумақтық қозғалыс тұрғысынан қарастырылған. Ал Қазақстан деңгейіндегі зерттеулерде жастардың ішкі және сыртқы көші-қоны, білім беру және еңбек мобильділігі, эмиграциялық ұстанымдары, көші-қон ниеттері мен әлеуметтік бейімделуі арнайы зерттеледі. Нәтижесінде Қостанай облысында жастар көші-қонының жас құрылымы мен жалпы кеңістіктік сипаты зерттелгенімен, жастардың көші-қон ниеттері, мотивтері, білім беру және еңбек траекториялары, сондай-ақ қала мен ауыл жастарының айырмашылықтары жеткілікті деңгейде зерттелмегені анықталды. Бұл Қостанай облысындағы жастар көші-қонын кешенді әлеуметтік-географиялық тұрғыдан зерделеу қажеттігін негіздейді.

Түйінді сөздер: *Қостанай облысы, жастар көші-қоны, ішкі көші-қон, өңіраралық көші-қон, білім беру көші-қоны, еңбек көші-қоны, көші-қон ниеті, адами капитал, кеңістіктік мобильділік.*

1 Кіріспе

Көші-қон халықтың аумақтық қозғалысын сипаттайтын маңызды демографиялық және әлеуметтік-экономикалық үдеріс болып табылады. Оның қарқыны мен бағыттары өңірлердің халық санынан, жас құрылымынан, еңбек ресурстарының қалыптасуынан және адами капиталдың аумақтық орналасуынан көрініс табады. Осы үдерісте жастар көші-

қонының орны ерекше. Зерттеудің өзектілігі жастардың халықтың ең мобильді әлеуметтік-демографиялық топтарының бірі болуымен, ал олардың аумақтық орын ауыстыруы халық санының өзгеруімен, еңбек ресурстарының қалыптасуымен, адами капиталдың ұдайы өндірілуімен, білім беру жүйесінің дамуымен және аумақтардың кеңістіктік ұйымдастырылуымен тікелей байланысты болуымен айқындалады. Жастардың көші-қон белсенділігі білім алу, еңбек нарығына шығу, кәсіби қалыптасу және дербес өмір сүру кезеңдерімен тығыз байланысты болғандықтан, олардың кеңістіктік мобильділігі аумақтардың қазіргі ғана емес, болашақтағы демографиялық және әлеуметтік-экономикалық әлеуетіне де ықпал етеді.

Қазақстан жағдайында жастар көші-қонының маңыздылығы ішкі, оның ішінде өңіраралық көші-қонның күшеюімен байланысты. Қазіргі көші-қон үдерістерінде халықтың республикалық маңызы бар қалаларға шоғырлануы (Астана, Алматы), ауылдық жерлерден қалаларға орын ауыстыруы (урбанизация) және өңірлер арасындағы еңбек пен білім алу мүмкіндіктерінің айырмашылығы маңызды рөл атқарады. Әсіресе жастар үшін жоғары және кәсіптік білім беру ұйымдарының орналасуы, жұмыспен қамту мүмкіндігі, табыс деңгейі, кәсіби өсу перспективалары және өмір сүру ортасының сапасы көші-қон шешіміне ықпал ететін факторлар болып табылады. Осы тұрғыдан жастар көші-қонын зерттеу халықтың нақты орын ауыстыруын ғана емес, көші-қонға дейін қалыптасатын ниеттерді, таңдау себептерін және одан кейінгі әлеуметтік-еңбек траекторияларын анықтауға мүмкіндік береді.

Көші-қон мәселесінің мемлекеттік деңгейдегі маңызы Қазақстан Республикасының 2030 жылға дейінгі көші-қон саясатының тұжырымдамасында да көрініс тапқан. Құжатта ішкі көші-қонның өсуі, оның өңірлер бойынша әркелкі бөлінуі және ірі қалалық орталықтарға шоғырлануы қазіргі көші-қон үдерістерінің маңызды ерекшеліктері ретінде қарастырылады. Сонымен қатар көші-қон саясаты халықтың кеңістіктік мобильділігін еңбек ресурстарын тиімді бөлу, өңірлік демографиялық теңгерімді сақтау және адами капиталды дамыту міндеттерімен байланыстырады. Бұл жағдай жастар көші-қонын өңірлік даму мен еңбек әлеуетінің қалыптасуы тұрғысынан зерделеудің практикалық маңызын арттырады.

Аталған мәселе Қостанай облысы үшін ерекше мәнге ие. Қостанай облысы Қазақстанның экономикалық тұрғыдан маңызды өңірлерінің бірі болып, өнеркәсіптік және аграрлық мамандануымен ерекшеленеді. Өңірдің экономикалық әлеуеті еңбек ресурстарына сұраныс қалыптастыратын негізгі салалармен байланысты болғандықтан, жастардың көші-қон қозғалысы өңірдің кадрлық және адами әлеуетін сақтау мәселесімен ұштасады. Сонымен қатар Қостанай облысында көші-қонның теріс сальдосы мен жастардың жекелеген жас топтарындағы көші-қон белсенділігі ғылыми әдебиеттерде көрсетілген. Осыған байланысты Қостанай облысындағы жастар көші-қонын зерттеу тек демографиялық өзгерісті сипаттау үшін ғана емес, жастардың кеңістіктік таңдауына әсер ететін экономикалық, әлеуметтік және аумақтық факторларды анықтау, өңірдің жастарды ұстап қалу және тарту мүмкіндіктерін бағалау тұрғысынан да маңызды. Сондықтан Қостанай облысындағы жастар көші-қонының ғылыми әдебиеттерде зерттелу дәрежесін жүйелеу, негізгі зерттеу бағыттарын анықтау және жеткіліксіз зерттелген мәселелерді айқындау осы мақаланың ғылыми маңызын құрайды.

Осыған байланысты зерттеудің мақсаты Қостанай облысындағы жастар көші-қонына арналған ғылыми еңбектерге шолу жасау, оларды Қазақстандағы жастар және жалпы көші-қон мәселелеріне арналған зерттеулермен салыстыру және өңір бойынша ғылыми зерттеу олқылықтарын анықтау болып табылады. Аталған мақсатқа қол жеткізу үшін Қостанай облысы мен Қазақстандағы жастар және жалпы көші-қонға арналған ғылыми зерттеулердің мазмұнын талдау, ғылыми еңбектерді экономикалық, әлеуметтік және географиялық бағыттар бойынша жүйелеу, сондай-ақ Қостанай облысындағы жастар көші-қонының жеткіліксіз зерттелген аспектілерін анықтау міндеттері қойылды.

2 Материалдар мен әдістер

Зерттеу материалы ретінде Қостанай облысының көші-қон және демографиялық дамуына арналған ғылыми мақалалар, Қазақстандағы ішкі, сыртқы және өңіраралық көші-

қон бойынша жарияланымдар, жастардың білім беру және еңбек мобильділігіне арналған әлеуметтік зерттеулер, диссертациялық жұмыстар және ғылыми конференция материалдары пайдаланылды. Бұл дереккөздер Қостанай облысындағы көші-қонның жалпы сипатын, жастардың көші-қонға қатысу ерекшеліктерін және көші-қон мінез-құлқына әсер ететін факторларды салыстырмалы түрде қарастыруға мүмкіндік берді.

Зерттеу әдеби шолу сипатында жүргізілді. Осыған байланысты мақаланың эмпирикалық негізін бұрын жарияланған ғылыми зерттеулерде алынған нәтижелер құрайды. Негізгі назар ғылыми жарияланымдардың мазмұнын талдауға, зерттеу нысандарын салыстыруға және Қостанай облысындағы жастар көші-қонының зерттелу дәрежесін анықтауға аударылды.

Бұл мақаланы жазу барысында контент-талдау, салыстыру, талдау, жүйелеу, жіктеу және синтез әдістері қолданылды.

Қолданылған әдістемелік тәсілдер ғылыми әдебиеттерді жай сипаттап қана қоймай, олардың мазмұнын салыстыруға, өзара байланыстарын анықтауға және Қостанай облысындағы жастар көші-қонын зерттеудің олқылықтарын айқындауға мүмкіндік берді.

3 Нәтижелер

Жүргізілген әдеби шолу нәтижесінде Қостанай облысы мен Қазақстандағы көші-қон мәселесіне арналған зерттеулердің мазмұны олардың негізгі ғылыми бағытына қарай экономикалық, әлеуметтік және географиялық үш топқа жүйеленді. Мұндай жіктеу жарияланымдардың тек тақырыптық ерекшеліктерін емес, зерттеу барысында қойылған негізгі мәселелерді, қолданылған ғылыми тәсілдерді және алынған нәтижелердің мазмұнын салыстыруға мүмкіндік берді. Талдау көрсеткендей, аталған бағыттар бір-бірінен толық оқшауланбайды: экономикалық зерттеулерде әлеуметтік мәселелер, әлеуметтік зерттеулерде кеңістіктік факторлар, ал географиялық жұмыстарда демографиялық және экономикалық көрсеткіштер қатар қарастырылады. Сондықтан жіктеу зерттеулердің басым ғылыми бағытын анықтау қағидасына негізделді.

1 кесте– Қостанай облысы мен Қазақстандағы көші-қон зерттеулерінің негізгі бағыттары

Ғылыми бағыт	Автор(лар)	Зерттеуде не қарастырылды
Экономикалық	Г.М. Дюзельбаева, Ж.С. Куанышбай, К.О. Актанова	Қостанай облысындағы көші-қонның халық санына, еңбек ресурстарына және әлеуметтік-экономикалық дамуға ықпалы зерттелді [7].
	М.Ж. Махамбетов, Г.У. Кеубасова, Р.Т. Сагадатов, А.М. Джанисенова	Қостанай облысындағы адами капиталдың қалыптасуы, көші-қон белсенділігі және NEET жастарының үлесі қарастырылды [8].
	Ж.Т. Хишауева	Қазақстан өңірлерінің көші-қон тартымдылығы және өңірлер арасындағы айырмашылықтар зерттелді [10].
	Г.К. Курманова, Б.Б. Суханбердина, А.А. Ким, Б.А. Уразова	Көші-қонның еңбек ресурстарының қозғалысымен және әлеуметтік-экономикалық жағдаймен байланысы зерттелді [11; 12].
	Г.Н. Аппакова, Е.Н. Несипбеков, А.Б. Жанбозова	Ішкі көші-қонға әсер ететін табыс, жұмыспен қамту, жұмыссыздық және еңбек нарығы факторлары талданды [14].
	А.Ж. Панзабекова, А.А. Сатыбалдин, А.Б. Жанбозова	Қазақстан өңірлерінің демографиялық сипаттамалары мен табыс айырмашылықтарының байланысы кластерлік әдіспен зерттелді [27].
	С.Н. Шураева	Қазақстан халқы көші-қонының көлемін, құрылымын және динамикасын статистикалық бағалау мәселелері қарастырылды [19].

1-кестенің жалғасы

Әлеуметтік	Ж.Ж. Ромашева	Жастардың эмиграциялық ұстанымдары мен жеке құндылықтарының байланысы зерттелді [3].
	А.К. Джусибалиева	Жастардың сыртқы көші-қонының экономикалық, әлеуметтік, білім беру және тұлғалық факторлары қарастырылды [5].
	З.Т. Абетова, Д.Б. Искакова	Жастардың білім беру және еңбек көші-қонының предикторлары мен көші-қон ниеттері сауалнама арқылы зерттелді [4].
	Б.Н. Бокаев, Ж.Ж. Давлетбаева, Г.Н. Бактиярова, Б.М. Уразымбетов	Қазақстан жастарының білім беру эмиграциясының және шетелде қалуының себептері зерттелді [6].
	М. Тулебаева	Ауыл жастарының қалаға көшуі, жаңа ортаға бейімделуі және әлеуметтік интеграциясы қарастырылды [13].
	С. Казиханова, Т. Каленова	Қазақстан жастарының ішкі көші-қонының себептері, білім алу және жұмыспен қамту мәселелері зерттелді [15].
	М.Д. Қалмуханбетова, М.К. Шнарбекова	Студенттердің білім алу мақсатындағы көші-қонының себептері мен әлеуметтік салдары қарастырылды [16].
	А. Садвокасова, П. Казмиркевич, Б. Баглай, К. Муслимова	Ішкі мигранттар мен студенттердің әлеуметтік бейімделуі және қабылдаушы ортаға интеграциясы зерттелді [26].
	З.К. Чуланова	Қазақстандағы сыртқы көші-қонның тәуелсіздік жылдарындағы динамикасы мен құрылымы қарастырылды [24].
	Б.Н. Бокаев, Е.А. Оспанов	Қазақстандағы көші-қонды мемлекеттік реттеудің негізгі мәселелері мен басқару тетіктері зерттелді [22].
Географиялық	А.Б. Есимова, З.Х. Валитова	Қазақстандағы облысаралық көші-қонның негізгі бағыттары, динамикасы және халықтың аумақтық қайта бөлінуі зерттелді [1].
	Ж.М. Жабагенов, А.Е. Егинбаева	Қостанай облысындағы көші-қон динамикасы, негізгі бағыттары және жас құрылымы зерттелді; жастардың 20-34 жас топтарындағы теріс көрсеткіштері анықталды, Қостанай облысы Қазақстан үшін «донор-аймақ» болып табылады [9].
	И.Ю. Коржов	Қостанай және Челябі облыстары арасындағы шекара маңы көші-қоны және оның кеңістіктік ерекшеліктері зерттелді [23].
	Е.Ю. Ванюкова, Б.Г. Мунарбаева	Қостанай облысының соңғы онжылдықтағы демографиялық өзгерістері және көші-қонның орны қарастырылды [25].
	Г.К. Баубекова, М.А. Жолдыбек	Ақмола облысындағы көші-қонның өңірлік және демографиялық ерекшеліктері зерттелді [27].
	А.Г. Кусманова	Оңтүстік өңірлерден солтүстікке қоныс аудару және солтүстік аймақтардың халықты қабылдау мүмкіндіктері қарастырылды [17].

1-кестенің жалғасы

	Е. Арғынбек, Н.О. Байгабылов, А. Абуова	Қазақстандағы ішкі көші-қонның негізгі тенденциялары және жастар мобильділігі зерттелді [2].
	С.М. Исмагулова	Солтүстік Қазақстандағы көші-қонның өңірлік және кеңістіктік ерекшеліктері зерттелді [20].
	Н.Н. Тажибаева, Н.Д. Скакирова	Қостанай облысының этнодемографиялық даму үрдістері қарастырылды; жастар көші-қоны жеке зерттеу нысаны ретінде алынбаған [21].
	Г. Кушебина, Б. Хамбар, Б. Черева	Қостанай облысының демографиялық жағдайы мен әлеуметтік-экономикалық даму арасындағы байланыс зерттелді [22].

1 кесте деректеріне сәйкес, экономикалық бағыттағы зерттеулерде көші-қон негізінен еңбек ресурстары, жұмыспен қамту, табыс, адами капитал және өңірдің экономикалық тартымдылығы арқылы түсіндіріледі. Қостанай облысына арналған зерттеулер көші-қонның еңбек ресурстары мен адами капиталдың қалыптасуына қатысын көрсетеді [7;8]. Жалпыұлттық зерттеулерде өңірлердің көші-қон тартымдылығы мен ішкі көші-қонға әсер ететін әлеуметтік-экономикалық факторлар талданады [10;14]. Осы еңбектердің ортақ нәтижесі – көші-қонның еңбек нарығындағы және өңірлік экономикалық жағдайдағы айырмашылықтармен байланыстылығы.

Сонымен бірге бұл бағыттағы зерттеулердің басым бөлігі жалпы халықты немесе еңбек ресурстарын қамтиды. Сондықтан Қостанай облысы жастарының экономикалық жағдайды қабылдауы және оның көші-қон шешіміне ықпалы арнайы зерттелмеген.

Әлеуметтік бағыттағы еңбектер жастарды көші-қонның белсенді субъектісі ретінде қарастырады. Зерттеулерде эмиграциялық ұстанымдар мен құндылықтар [3], сыртқы көші-қон факторлары [5], көші-қон ниеттері [4], білім беру эмиграциясы [6], ауыл–қала мобильділігі [13], ішкі және студенттік көші-қон [15;16] және мигранттардың бейімделуі [26] қарастырылған.

Бұл бағыттағы негізгі нәтиже – жастардың көші-қоны тек экономикалық жағдаймен түсіндірілмей, білім алу, кәсіби даму, өмір сапасы, әлеуметтік орта, құндылықтар және жеке көші-қон ниеттерімен байланысты қарастырылатыны. Әлеуметтік зерттеулер Қостанай облысында қолдануға болатын әдістемелік негіз қалыптастырады, бірақ олардың басым бөлігі басқа өңірлер немесе Қазақстанның жалпы жастары негізінде жүргізілген.

Географиялық зерттеулер көші-қонның аумақтық бағыттары мен кеңістіктік ұйымдастырылуына басымдық береді. Қазақстандағы облысаралық қозғалыстар [1], жастар мобильділігі [18], Солтүстік Қазақстанның көші-қон ерекшеліктері [20] және шекара маңы қозғалысы [23] осы бағыттың негізгі нысандары болып табылады.

Қостанай облысы үшін Ж.М. Жабагенов пен А.Е. Егинбаеваның зерттеуі ерекше мәнге ие. Авторлар көші-қонның жас құрылымын талдап, 20-34 жас аралығындағы топтарда теріс көрсеткіштердің болғанын анықтаған [9, 34-39 б.]. Бұл жастардың өңірдегі көші-қон қозғалысына белсенді қатысатынын көрсетеді. Алайда зерттеу жастардың не себепті белгілі бір аумақтарды таңдайтынын түсіндіруге бағытталмаған.

Үш бағытты салыстыру Қостанай облысындағы жастар көші-қонының әртүрлі деңгейде зерттелгенін көрсетті. Өңір бойынша көші-қонның жалпы көлемі, демографиялық өзгерістері, кеңістіктік бағыттары және жекелеген жас топтарының қозғалысы қарастырылған [7-9;20;23;25]. Ал Қазақстан деңгейінде жастардың көші-қон ниеттері, құндылықтары, білім беру және еңбек мобильділігі мен әлеуметтік бейімделуі анағұрлым кең зерттелген [3-6;13;15;16;26].

Осы екі зерттеу деңгейін салыстыру Қостанай облысындағы негізгі ғылыми олқылықты анықтауға мүмкіндік береді: өңірдегі жастар көші-қонының сандық және кеңістіктік сипаттары белгілі болғанымен, оның экономикалық, әлеуметтік және географиялық факторларының өзара байланысы жеткілікті дәрежеде зерттелмеген.

Демек, Қостанай облысындағы жастар көші-қонын әрі қарай зерттеу барысында үш компонентті бір жүйеде қарастыру қажет: экономикалық жағдай мен еңбек нарығы; жастардың әлеуметтік және білім беру ұстанымдары; көші-қонның нақты кеңістіктік бағыттары. Мұндай тәсіл өңірдегі жастар мобильділігінің себептері мен құрылымын неғұрлым толық ашуға мүмкіндік береді.

4 Талқылаулар

Жүргізілген әдеби шолу Қостанай облысындағы жастар көші-қонын түсіндіруде экономикалық, әлеуметтік және географиялық тәсілдердің өзара толықтыратынын көрсетті. Экономикалық зерттеулер көші-қонды еңбек ресурстарының қозғалысы, еңбек нарығы, табыс және адами капиталмен байланыстырады [7;8;10-12;14]. Әлеуметтік еңбектер жастардың көші-қон ниеттеріне, құндылықтарына, білім беру және еңбек стратегияларына, әлеуметтік бейімделуіне назар аударады [3-6;13;15;16;26]. Географиялық зерттеулер көші-қонның аумақтық бағыттарын, өңіраралық қозғалысты, қала-ауыл мобильділігін және Қостанай облысының солтүстік өңірлер жүйесіндегі орнын қарастырады [1;2;9;17;18;20;23;27].

Экономикалық бағыттағы еңбектер жастар көші-қонының еңбек нарығымен байланысын көрсетеді. Қостанай облысының адами капиталына арналған зерттеуде көші-қон өңірдің адам ресурстарының қалыптасуымен байланыста қарастырылса [8], өңірлердің көші-қон тартымдылығына арналған зерттеулер экономикалық жағдайлардың аумақтық айырмашылығына назар аударады [10;14]. Осы нәтижелер жастардың көші-қон шешімін олардың еңбек және кәсіби мүмкіндіктерімен байланыстыра зерттеудің қажеттігін көрсетеді. Сонымен бірге жастардың осы мүмкіндіктерді субъективті қабылдауы Қостанай облысы бойынша жеткілікті зерттелмеген.

Әлеуметтік зерттеулер бұл мәселені жастардың жеке таңдауы тұрғысынан толықтырады. Ж.Ж. Ромашева жастардың эмиграциялық ұстанымдарын құндылықтармен байланыстырады [3], ал З.Т. Абетова мен Д.Б. Искакова көші-қон ниеттерін сауалнама арқылы зерттейді [4]. Білім беру көші-қонына арналған еңбектер жастардың білім алу мақсатындағы қозғалысының кейінгі еңбек және тұрақты көші-қонмен байланысуы мүмкін екенін көрсетеді [6;16]. М. Тулебаеваның зерттеуі ауыл жастарының қалаға көшкеннен кейінгі бейімделу мәселелерін ашса [13], бұл тәсіл Қостанай облысында ауыл-қала мобильділігін арнайы зерттеудің маңызын көрсетеді.

Географиялық бағыттағы еңбектер Қостанай облысының көші-қон жағдайын кеңістіктік тұрғыдан түсіндіруге мүмкіндік береді. Ж.М. Жабагенов пен А.Е. Егинбаева 2017-2021 жылдардағы көші-қонды талдау барысында 20-24, 25-29 және 30-34 жас топтарында теріс көрсеткіштердің болғанын анықтаған [9, 34-39 б.]. Бұл жастардың өңірлік көші-қондағы рөлін көрсетеді. Сонымен қатар Қостанайдың шекаралық орналасуы [23] және оның Солтүстік Қазақстан кеңістігіндегі орны [20] жастар қозғалысын зерттеу кезінде аумақтық факторларды есепке алудың қажеттігін көрсетеді.

Зерттеулерді салыстыру барысында негізгі ғылыми мәселе айқындалды: Қазақстан деңгейінде жастардың көші-қон мотивтері мен ниеттері біршама зерттелген, ал Қостанай облысында негізінен көші-қонның жалпы көлемі, бағыты және жас құрылымы қарастырылған. Яғни микродеңгейдегі жастардың жеке таңдауы мен мезо және макродеңгейдегі өңірлік көші-қон процестері жеткілікті дәрежеде біріктірілмеген.

Осыған байланысты Қостанай облысындағы жастар көші-қонын одан әрі зерттеу кезінде үш деңгейдің байланысын қарастыру қажет: жастардың жеке көші-қон ниеттері; өңірдің әлеуметтік-экономикалық жағдайы; көші-қонның нақты кеңістіктік бағыты. Мұндай

тәсіл жастарды өңірден итермелейтін және басқа аумақтарға тартатын факторларды бір жүйеде анықтауға мүмкіндік береді.

Демек, әдебиеттерді талдау Қостанай облысындағы жастар көші-қонын зерттеудің келесі кезеңі статистикалық сипаттамадан жастардың көші-қон мінез-құлқының әлеуметтік-экономикалық және кеңістіктік механизмдерін түсіндіруге көшуі тиіс екенін көрсетеді.

Негізгі ғылыми олқылықтарды бірнеше бағыт бойынша айқындауға болады. Біріншіден, Қостанай облысындағы жастардың көші-қон ниеттері мен көшу мотивтері арнайы зерттеуді қажет етеді. Екіншіден, қалалық және ауылдық жастардың көші-қон себептері мен кеңістіктік мінез-құлқын салыстыру маңызды. Үшіншіден, білім алу мақсатындағы мобильділіктің кейінгі еңбек және тұрақты көші-қонмен байланысын анықтау қажет. Төртіншіден, жастардың өңірден кетуіне әсер ететін факторлармен қатар, олардың Қостанай облысында тұрақтап қалуына немесе қайта оралуына ықпал ететін жағдайларды зерттеу қажет.

Әдебиеттерді талдау Қостанай облысындағы жастар көші-қонының жалпы көлемі мен жас құрылымы белгілі бір дәрежеде зерттелгенін, ал оның ішкі мотивациялық, әлеуметтік және кеңістіктік механизмдері жеткіліксіз ашылғанын көрсетті. Сондықтан келешектегі зерттеулерде статистикалық көрсеткіштерді жастардың көші-қон ниеттері мен нақты әлеуметтік тәжірибесі туралы деректермен ұштастыру қажет.

5 Қорытынды

Жүргізілген әдеби шолу Қостанай облысындағы жастар көші-қонының ғылыми әдебиеттерде белгілі бір деңгейде зерттелгенін, алайда оның әлеуметтік-экономикалық және кеңістіктік механизмдері толық ашылмағанын көрсетті. Зерттеулерді экономикалық, әлеуметтік және географиялық бағыттарға жіктеу өңірдегі көші-қон үдерістерін әртүрлі ғылыми қырынан қарастыруға мүмкіндік берді. Экономикалық бағыттағы еңбектерде көші-қон еңбек ресурстарының қозғалысы, жұмыспен қамту, табыс деңгейі, адами капитал және өңірдің экономикалық тартымдылығымен байланыста қарастырылатыны анықталды. Әлеуметтік бағытта жастардың көші-қон ниеттері, эмиграциялық ұстанымдары, білім беру және еңбек стратегиялары, құндылықтары мен әлеуметтік бейімделуі зерттелген. Географиялық еңбектерде көші-қон ағындарының аумақтық бағыттары, өңіраралық және қала-ауыл қозғалыстары, шекара маңы және Солтүстік Қазақстанның кеңістіктік ерекшеліктері басым қарастырылған.

Қостанай облысына арналған зерттеулерде көші-қонның жалпы көлемі, динамикасы, демографиялық өзгерістері, еңбек және адами ресурстармен байланысы, сондай-ақ жекелеген жас топтарының қозғалысы сипатталған. Атап айтқанда, 20-24, 25-29 және 30-34 жас топтарындағы теріс көші-қон көрсеткіштері жастардың өңірдегі көші-қон үдерісіне белсенді қатысатынын көрсетеді. Сонымен бірге Қазақстан деңгейіндегі зерттеулер жастардың көшу ниеті мен мотивтерін, білім алу және еңбек мобильділігін зерттеуге мүмкіндік беретін әлеуметтік тәсілдердің қалыптасқанын байқатады.

Зерттеу нәтижесінде Қостанай облысы жастарының көші-қон ниеттері мен мотивтері, қала және ауыл жастарының айырмашылықтары, білім беру мобильділігінің кейінгі еңбек көші-қонымен байланысы, сондай-ақ жастарды өңірде ұстап қалу және қайта тарту факторлары жеткіліксіз зерттелгені анықталды. Осыған байланысты болашақ зерттеулерде статистикалық және әлеуметтік деректерді біріктіріп, жастардың жеке көші-қон шешімдерін өңірдің әлеуметтік-экономикалық жағдайы және нақты кеңістіктік бағыттарымен өзара байланыста қарастыру қажет. Мұндай кешенді әлеуметтік-географиялық тәсіл Қостанай облысындағы жастар көші-қонының себептері мен салдарын тереңірек түсіндіруге мүмкіндік береді.

Әдебиеттер тізімі

1 Есимова А.Б., Валитова З.Х. Межобластная миграция в Казахстане: основные тренды и динамика // Мир Большого Алтая. – 2017. – Т. 3. – № 1. – Б. 52-61.

2 Арғынбек Е., Байгабылов Н.О., Абуова А. Тенденции внутреннего миграционного процесса в Казахстане // Вестник Л.Н. Гумилева. Серия «Педагогика. Психология. Социология». – 2024. – № 4(149). – Б. 508-518. – DOI: 10.32523/2616-6895-2024-149-4-508-518.

3 Ромашева Ж.Ж. Эмиграционные установки молодежи северных и южных регионов Казахстана в зависимости от индивидуальных ценностей // Minbar. Islamic Studies. – 2021. – Т. 14. – № 3. – Б. 703-730. – DOI: 10.31162/2618-9569-2021-14-3-703-730.

4 Абетова З.Т., Искакова Д.Б. Предикторы образовательной и трудовой миграции молодежи по результатам анкетного опроса выпускников школ и вузов // Вестник КазНУ. Серия «Психология и социология». – 2022. – Т. 81. – № 2. – DOI: 10.26577/JPsS.2022.v81.i2.012.

5 Джусибалиева А.К. Теоретико-методологические подходы к исследованию внешней молодежной миграции и ее основные факторы (на примере Республики Казахстан) // Социологический альманах. – 2024.

6 Бокаев Б.Н., Давлетбаева Ж.Ж., Бактиярова Г.Н., Уразымбетов Б.М. Образовательная миграция: причины эмиграции молодежи из Казахстана // Вестник Л.Н. Гумилева. – 2023. – Б. 412-421.

7 Дюзельбаева Г.М., Куанышбай Ж.С., Актанова К.О. Анализ миграционных процессов в Костанайской области // Наука. – 2019. – № 2. – Б. 193-198.

8 Махамбетов М.Ж., Кеубасова Г.У., Сагадатов Р.Т., Джанисенова А.М. Формирование человеческого капитала Костанайской области // Вестник Национальной академии наук Республики Казахстан. – 2024. – Т. 410. – № 4. – Б. 454-467. – DOI: 10.32014/2024.2518-1467.817.

9 Жабагенов Ж.М., Егинбаева А.Е. Современное состояние миграционных процессов Костанайской области // Вестник КГПИ. – 2022. – № 4(68). – Б. 34-39.

10 Хишауева Ж.Т. Миграционная привлекательность регионов Казахстана // Вестник Л.Н. Гумилева. Серия «Экономика». – 2025. – № 4. – Б. 175-188. – DOI: 10.32523/2789-4320-2025-4-175-188.

11 Курманова Г.К., Суханбердина Б.Б., Ким А.А., Уразова Б.А. Миграционные процессы в современном казахстанском обществе // Вестник университета «Туран». – 2020. – № 2(86). – Б. 74-80.

12 Курманова Г.К., Суханбердина Б.Б., Ким А.А., Уразова Б.А. Анализ показателей миграции населения // Вестник университета «Туран». – 2020. – № 1(85). – Б. 70-75.

13 Тулебаева М. Внутренняя миграция молодежи в Казахстане: на примере Алматинской и Жетысуской областей // Казахстан-Спектр. – 2024. – № 4. – Б. 61-69. – DOI: 10.52536/2415-8216.2024.112.4.005.

14 Аппакова Г.Н., Несипбеков Е.Н., Жанбозова А.Б. Социально-экономические факторы внутренних миграционных процессов в регионах Казахстана // Вестник ЕНУ. Серия «Экономика». – 2023. – № 2. – Б. 86-98. – DOI: 10.32523/2789-4320-2023-2-86-98.

15 Казиханова С., Каленова Т. Проблемы и перспективы внутренней миграции молодежи Казахстана // Journal of Philosophy, Culture and Political Science. – 2023. – Т. 83. – № 1. – DOI: 10.26577/jpcp.2023.v.83.i1.10.

16 Шнарбекова М.К., Қалмуханбетова М.Д. Социологический анализ причин и последствий студенческой образовательной миграции // Вестник КазНПУ имени Абая. Серия «Социологические и политические науки». – 2021. – № 3(75). – Б. 72-80. – DOI: 10.51889/2021-3.1728-8940.08.

17 Кусманова А.Г. Переселение казахстанцев с южных регионов в северные: актуальность изучения и некоторые результаты. – Казань, 2020.

18 Шураева С.Н. Статистический анализ миграции населения Республики Казахстан: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата экономических наук: специальность 08.00.12 – Бухгалтерский учет, статистика. – М., 2009.

19 Исмагулова С.М. Миграционные процессы населения Северного Казахстана в современных социально-экономических условиях: диссертация на соискание степени доктора PhD по специальности 6D060900 – География. – Нур-Султан [Астана], 2022.

20 Тажибаева Н.Н., Скакирова Н.Д. Современные тенденции этнодемографических развития Костанайской области.

21 Кушебина Г., Хамбар Б., Черева Б. Анализ демографической ситуации Костанайской области как фактора социально-экономического развития региона // Экономика и статистика. – 2021. – № 2. – Б. 144-148.

22 Коржов И.Ю. Приграничная миграция на постсоветском пространстве (на примере Костанайской области Республики Казахстан и Челябинской области Российской Федерации) // Успехи современного естествознания. – 2008. – № 11. – Б. 109-111.

23 Чуланова З.К. Внешняя миграция населения Казахстана за годы независимости // The Scientific Heritage. – 2021. – № 76. – Б. 37-45. – DOI: 10.24412/9215-0365-2021-76-2-37-45.

24 Ванюкова Е.Ю., Мунарбаева Б.Г. Демографические процессы Костанайской области за последние 10 лет.

25 Садвокасова А., Казмиркевич П., Баглай Б., Муслимова К. Миграция и социальная адаптация внутренних переселенцев и студентов Казахстана // Казахстан-Спектр. – 2022. – Т. 104. – № 4.

26 Баубекова Г.К., Жолдыбек М.А. Современное состояние миграционных процессов Акмолинской области // Вестник КГПИ. – 2018. – № 3(51).

27 Панзабекова А.Ж., Сатыбалдин А.А., Жанбозова А.Б. Кластерный анализ демографических характеристик регионов Казахстана и их связь с распределением доходов // Вестник ЕНУ. Серия «Экономика». – 2025. – № 3. – Б. 83-100. – DOI: 10.32523/2789-4320-2025-3-83-100.

КУАНЫШБАЕВ, С.Б., ГАБДУЛЛОВА, Н.Б., БАУБЕКОВА, Г.К.

МИГРАЦИЯ МОЛОДЕЖИ В КОСТАНАЙСКОЙ ОБЛАСТИ: ОБЗОР НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И СТЕПЕНЬ ИЗУЧЕННОСТИ ПРОБЛЕМЫ

В статье представлен обзор степени изученности миграции молодежи Костанайской области в научной литературе, а также систематизированы основные направления исследования данной проблемы в Казахстане. Актуальность исследования обусловлена тем, что молодежь является одной из наиболее мобильных социально-демографических групп населения, а ее территориальные перемещения непосредственно связаны с изменением численности населения, формированием трудовых ресурсов, воспроизводством человеческого капитала, развитием системы образования и пространственной организацией территорий. В исследованиях, посвященных Костанайской области, миграция преимущественно рассматривается с точки зрения демографических изменений, трудовых ресурсов, человеческого капитала и территориальной мобильности. В то же время на уровне Казахстана специально исследуются внутренняя и внешняя миграция молодежи, образовательная и трудовая мобильность, эмиграционные установки, миграционные намерения и социальная адаптация. В результате установлено, что, несмотря на изученность возрастной структуры и общего пространственного характера миграции молодежи в Костанайской области, миграционные намерения и мотивы молодежи, ее образовательные и трудовые траектории, а также различия между городской и сельской молодежью исследованы недостаточно. Это обосновывает необходимость комплексного социально-географического изучения миграции молодежи в Костанайской области.

Ключевые слова: *Костанайская область, миграция молодежи, внутренняя миграция, межрегиональная миграция, образовательная миграция, трудовая миграция, миграционные намерения, человеческий капитал, пространственная мобильность.*

KUANYSHBAYEV, S.B., GABDULLOVA, N.B., BAUBEKOVA, G.K.

YOUTH MIGRATION IN KOSTANAY REGION: A REVIEW OF SCIENTIFIC RESEARCH AND THE DEGREE OF PROBLEM EXPLORATION

This article provides a review of the extent to which youth migration in the Kostanay region has been studied in the scientific literature and systematizes the main research directions concerning this issue in Kazakhstan. The research relevance is determined by the fact that young people constitute one of the most mobile socio-demographic groups, while their territorial mobility is directly associated with changes in population size, the formation of the labor force, the reproduction of human capital, the development of the education system, and the spatial organization of territories. In studies focusing on the Kostanay region, migration is predominantly examined in terms of demographic changes, labor resources, human capital, and territorial mobility. At the national level, particular attention is given to internal and international youth migration, educational and labor mobility, emigration attitudes, migration intentions, and social adaptation. The analysis demonstrates that, although the age structure and general spatial patterns of youth migration in the Kostanay Region have been studied to some extent, youth migration intentions and motivations, educational and employment trajectories, as well as differences between urban and rural youth, remain insufficiently explored. This highlights the need for a comprehensive socio-geographical study of youth migration in the Kostanay region.

Keywords: *Kostanay region, youth migration, internal migration, interregional migration, educational migration, labor migration, migration intentions, human capital, spatial mobility.*

Авторлар туралы мәліметтер:

Куанышбаев Сеитбек Бекенович *– география ғылымдарының докторы, жарытылыстану-ғылыми пәндері кафедрасының қауымдастырылған профессоры, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Габдуллова Нурсулу Бейбитовна *– жаратылыстану-ғылыми пәндері кафедрасының 2-курс магистранты, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Баубекова Гаухар Коныспаевна *– педагогикалық білім магистрі, жарытылыстану-ғылыми пәндері кафедрасының аға оқытушысы, Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті, Қостанай қ., Қазақстан Республикасы.*

Куанышбаев Сеитбек Бекенович *– доктор географических наук, ассоциированный профессор кафедры естественно-научных дисциплин, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Габдуллова Нурсулу Бейбитовна *– магистрант 2 курса кафедры естественно-научных дисциплин, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Баубекова Гаухар Коныспаевна *– магистр педагогического образования, старший преподаватель кафедры естественно-научных дисциплин, Костанайский региональный университет имени Ахмет Байтұрсынұлы, г. Костанай, Республика Казахстан.*

Kuanyshbayev Seitbek Bekenovich *– Doctor of Geographical Sciences, Associate Professor, Department of natural science disciplines, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Gabdullova Nursulu Beibitovna *– 2nd-year Master's student, Department of natural science disciplines, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

Baubekova Gaukhar Konyspayevna *– Master of Pedagogical Education, Senior Lecturer, Department of natural science disciplines, Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University, Kostanay, Republic of Kazakhstan.*

АВТОРЛАРДЫҢ НАЗАРЫНА

«ҚМПИ Жаршысы» журналы педагогика, әлеуметтік-гуманитарлық, физика-математикалық, техникалық, биологиялық, химиялық-технологиялық, экономикалық ғылымдар және экология, халықаралық байланыстар салалары бойынша бұрын жарияланбаған өзекті ізденіс нәтижелері туралы мақалаларды жариялайды.

Редакциялық алқа мүшелері журнал материалдарының мазмұнына сын-пікір білдіргеннен кейін басылымға ұсыну шешімі шығарылады. Қабылданбаған мақалаларды редакциялық алқа мүшелері қайта қарастырмайды.

Мақалалар қазақ, орыс және ағылшын тілдерінде жарияланады.

Журнал жыл барысында төрт рет шығарылады (қаңтар, сәуір, шілде, қазан).

«Қазпошта» АҚ-ның кез келген бөлімінде журналға жазылу мүмкіндігі қарастырылған. Жазылым индексі 74081.

Ұжымда жоғары білікті редакторлар құрамы жұмыс істейді, барлық мақалалар сараптамалық талдаудан және редакциялық өңдеуден өтеді, сондай-ақ плагиаттан тексеріледі. Мақаланы жариялау туралы түпкілікті шешімді редакциялық алқа рецензия қорытындысына сәйкес қабылдайды.

Мақалалар келесі бөлімдер бойынша топтастырылады:

- Білім беру;
- Гуманитарлық ғылымдар және өнер;
- Жаратылыстану ғылымдары;
- Инжиниринг және технологиялар;
- Әлеуметтік ғылымдар

Мақалаға қойылатын талаптар:

Мәтіннің көлемі сөз аралықтары мен сілтемелерді қоса алғанда 15000-нан 60000 таңбаға дейін болуы қажет (0,3-тен 1,5 баспалық параққа дейін, яғни 5–24 бет).

Мәтіннің рәсімделуіне қойылатын техникалық талаптар:

Қаріп – Times New Roman, өлшемі – 12, мәтіннің туралануы – беттің ені бойынша.

Жиектері: барлық жағынан 2 см.

Жоларалық интервал: бірлік.

Абзацтар аралығы «Алдында» – жоқ, «Кейін» – жоқ.

Азат жол– 1,25 см.

Мәтін: парақта бір бағана.

Мақаланың басқы беті келесі ақпараттарды қамтуы қажет:

1. ӘОЖ коды. Беттің сол жағына қалың қаріппен жазылады. Авторлық материалға ӘОЖ кодын мына сілтеме арқылы алуға болады: http://teacode.com/online/udc/.

2. Автордың аты-жөні. Беттің оң жағына қалың қаріппен ӘОЖ кодынан бір тармақ төмен жазылады.

3. Авторлар туралы ақпарат. Беттің оң жағына көлбеу әріптермен жазылады: автордың ғылыми дәрежесі, ғылыми атағы, қызметі, қызмет орны, қаласы, мемлекеті.

4. Мақала атауы. Беттің ортасында бас әріптермен және қалың қаріппен жазылады.

5. Мақала түйіні. «Түйін» сөзі (орыс. «Аннотация», ағылш. «Abstract») беттің ортасында қалың қаріппен мақала атауынан бір тармақ төмен жазылады. Түйін мақаланың жарияланатын тілінде жазылады. Түйін мәтіні: сөз аралықтарын қоса алғанда 500–800 таңба, мәтіннің туралануы – беттің ені бойынша, шегініс – оң және сол жақтан 2 см, азат жол– 1,25 см. Мақала тілінде жазылған түйінді мақала тілінде жазылған түпкі түйінмен (резюме) ауыстыру мүмкіндігі қарастырылған.

6. Мақаланың түпкі түйіні. Мақала жарияланатын тілден бөлек, мақала атауының аудармасымен екі тілде жазылады. Түпкі түйін мәтіні: көлбеу әріптермен әдебиеттер

тізімінен кейін 1 тармақ төмен жазылады, сөз аралықтарын қоса алғанда 500–800 таңба, мәтіннің туралануы – беттің ені бойынша, азат жол– 1,25 см.

7. Кілт сөздер (5–8 сөз және/немесе сөз тіркесі). Кілт сөздер үш тілде сәйкесінше «Түйін» және «Түпкі түйіннен» төмен жазылады. «Кілт сөздер» тіркесі (орыс. «Ключевые слова», ағылш. «Key words»): қалың әріптермен, беттің сол жағына жазылады, шегініс – оң және сол жақтан 2 см, «Кілт сөздер» тіркесінен кейін қос нүкте қойылады, ары қарай кілт сөздер жазылады.

8. Негізгі мәтін келесі бөлімдерден тұрады:

1) Кіріспе (орыс. – Введение, ағылш. – Introduction).

2) Материалдар және әдістер (орыс. – Материалы и методы, ағылш. – Materials and methods).

3) Нәтижелер (орыс. – Результаты, ағылш. – Results).

4) Талқылау (орыс. – Обсуждение, ағылш. – Discussion).

5) Қорытынды (орыс. – Выводы, ағылш. – Conclusions).

6) Ризашылық білдіру (орыс. – Благодарности, ағылш. – Appreciation).

3 және 4 бөлімдер біріктірілуі мүмкін, 6 бөлім – қажеттілік туындаған жағдайда ғана жазылады.

Мақала бөлімдері нөмірленуі тиіс. Сандардан кейін нүкте қойылмайды. Бөлім атауларының жазылуы: қаріп– Times New Roman, өлшемі – 12, қалың қаріппен, туралануы– беттің сол жағында.

Мәтінде белгілі бір тармақты немесе тізімді белгілеуде араб сандары қолданылады.

9. *Әдебиеттер тізімі* (орыс. – *Список литературы*, ағылш. – *References*). Әдебиеттер тізімі мақаладан кейін жазылады. «Әдебиеттер тізімі» тіркесіқалың қаріппен жазылады, қаріп өлшемі – 12, шегініс – 1,25 см.

Дереккөздер туралы ақпаратты мәтінде дереккөздерге сілтеменің жасалу реті бойынша орналастырып, араб сандарымен нөмірлеу қажет. Сандардан кейін нүкте қойылмайды. Шрифт өлшемі – 11, шегініс – 1,25 см.

Қолданылған дереккөздерге сілтемелер тік жақшаның ішінде келтірілгені абзал. Библиографиялық жазу түпнұсқа тілінде орындалады.

Кітаптардың шығыс деректерінің жазылу тәртібі: автордың (авторлардың) тегі, аты-жөнінің басқы әріптері, кітаптың аты, жарияланған орны, басылымы, шыққан жылы, беттер. Мысалы:Семенов В.В. Философия: итог тысячелетий. Философская психология. – Пущино: ПНЦ РАН, 2000. – Б. 60–65.

Журнал, мерзімді басылымдардың шығыс деректерінің жазылу тәртібі: автордың (авторлардың) тегі, аты-жөнінің басқы әріптері, мақала атауы, журнал атауы, жылы, басылым нөмірі, беттер. Мысалы: Голубков Е.П. Маркетинг как концепция рыночного управления // Маркетинг в России и за рубежом. – 2001. – № 1. – Б. 89–104.

Жинақтардың шығыс деректерінің жазылу тәртібі: автордың (авторлардың) тегі, аты-жөнінің басқы әріптері, мақала атауы, жинақ атауы, басылым жылы, беттер. Мысалы: Зимин А.И. Влияние состава топливных эмульсий на концентрацию оксидов азота и серы в выбросах промышленных котельных // Экологическая защита городов: тез. докл. науч.-техн. конф. – М.: Наука, 1996. – Б. 77–79.

Электрондық ресурстардың шығыс деректерінің жазылу тәртібі: мақала атауы, автор туралы ақпарат, мақаланың шығу орны, мерзімі, сонымен қатар, ақпараттық тасымалдаушы, жүйелік талаптар, ғаламтор ресурстарын қолдану мүмкіндіктері (Художественная энциклопедия зарубежного классического искусства [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые, граф., зв. дан. и прикладная прогр. (546 Мб). – М.: Большая Рос. энцикл. [и др.], 1996. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) + рук. Пользователя (1 с.). – Систем. требования: ПК 486 или выше; 8 Мб ОЗУ; Windows 95 или новее; SVGA 32768 и более цв.; 640x480; 4x CD-ROM дисковод; 16 бит. зв. карта; мышь; Faulkner, A., Thomas, P. Проводимые пользователями

исследования и доказательная медицина [Электронный ресурс] // Обзор современной психиатрии: электронный журнал. – 2002. – Вып. 16. – Режим доступа: http://www.psyobsor.org).

10. Кестелерді жасау. Әрбір кестенің реттік нөмірі мен атауы болуы шарт. Кесте нөмірі және атауы кестенің жоғары жағына орналастырылады. Көлбеу әріптермен жазылған «*Кесте 1*» («*Таблица 1*», «*Table 1*») сөзінен кейін сызықша қойылып, кесте атауы қалыпты әріптермен жазылады, туралануы – беттің ортасында, шрифт өлшемі – 11, кестедегі мәтіннің туралануы – беттің сол жағы.

11. Графикалық материалдар «Microsoft Graph» немесе «Excel» бағдарламаларында орындалуы қажет және сканерден өткізілмеуі қажет.

Графикалық бейнелер сурет немесе біртұтас объект ретінде берілуі тиіс. Графикалық объектілер беттің белгіленген жиектерінен аспай, бір беттен артық болмауы қажет.

Әрбір объектінің нөмірі және атауы болуы керек. Объект нөмірі мен атауы объектіден төмен орналасуы қажет. Шрифт өлшемі – 11, мәтіннің орналасу қалпы – беттің сол жағы.

12. Формулалардың берілуі. Математикалық формулаларды формулалар редакторы «Microsoft Equation» арқылы белгілеу қажет. Олар жақша ішінде оң жақтан нөмірленеді. Формулалар көп болған жағдайда әрбір бөлімнің формулаларын тәуелсіз нөмірлеу ұсынылады.

13. Мақалаға міндетті түрде тіркелетін ақпараттар:

– автор туралы ақпарат (үш тілде): тегі, аты, әкесінің аты, ғылыми атағы, ғылыми дәрежесі, қызметі, жұмыс орны (ЖОО, мекеме атауы, факультет, кафедра), жұмыс және ұялы телефон нөмірі;

– ғылым кандидаты, докторы немесе PhD докторының мақалаға қатысты сын-пікірі (ғылыми дәрежесіз авторлар үшін).

Редакция ұсынылған барлық материалдарға сын-пікір білдіруге міндетті емес және материалдары қабылданбаған авторлармен пікірталасқа түспейді.

Авторлардың пікірлері редакцияның көзқарасымен сәйкес келе бермейді. Қолжазбаларға рецензия берілмейді және қайтарылмайды. Ұсынылған материалдардың дұрыстығына автор жауапты. Қайта басылған материалдарды журналға сүйеніп шығару міндетті.

Мақалалардың қабылдануы және жариялануы бойынша сауалдар туындаған жағдайда мына мекен-жайға жүгініңіз:

Қазақстан Республикасы, 110000, Қостанай қ., Байтұрсынов көш., 47
ҚР БҒМ «Ахмет Байтұрсынұлы атындағы Қостанай өңірлік университеті» КЕАҚ
БСН 200740006481, БЖК KCJBKZKX
ЖСК KZ398562203108711441 «Банк Центр Кредит» АҚ

Қазақстан Республикасы, 110000, Қостанай қ., Байтұрсынов көш., 47
№007 каб. Тел.: 8-777-581-51-20
E-mail: vestnik.kru@ksu.edu.kz

ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ

Журнал «ҚМПИ Жаршысы» публикует статьи об оригинальных и ранее не печатавшихся результатах исследований в области педагогических, социально-гуманитарных, физико-математических, технических, биологических, химико-технологических, экономических наук, по экологии, международным научным связям и т.п.

Решение о публикации принимается редакционной коллегией журнала после рецензирования. Отклоненные статьи повторно редколлегией не рассматриваются.

Статьи публикуются на казахском, русском, английском языках.

Журнал выходит четыре раза в год (январь, апрель, июль, октябрь).

Подписку на журнал можно оформить в любом почтовом отделении АО «Казпочта». Подписной индекс 74081.

Работает профессиональный редакторский состав, все статьи проходят экспертную оценку и редактуру, а также проверяются на плагиат. Решение о публикации принимается редакционной коллегией журнала после рецензирования.

Статьи распределяются согласно следующим разделам:

- Образование;
- Гуманитарные науки и искусство;
- Естественные науки;
- Инжиниринг и технологии;
- Социальные науки

Требования к статьям:

Объём текста статьи должен быть от 15000 до 60000 знаков, включая пробелы и сноски (от 0,3 до 1,5 печатных листов, т.е. от 5 до 24 страниц).

Технические требования к оформлению текста:

Шрифт: Times New Roman, размер шрифта – 12, выравнивание текста – по ширине страницы.

Поля: по 2 см со всех сторон.

Междустрочный интервал: одинарный.

Интервал между абзацами «Перед» – нет, «После» – нет.

Отступ «Первой строки» – 1,25.

Текст: одна колонка на странице.

Первая (титульная) страница статьи должна содержать следующую информацию:

1. Код УДК. Полужирный, положение по левому краю страницы. Присвоить УДК авторскому материалу можно здесь: http://teacode.com/online/udc/.

2. Ф.И.О. автора. Полужирный курсив, положение на странице– по правому краю через строку после кода УДК.

3. Сведения об авторе. Курсив, положение на странице – по правому краю: ученая степень, ученое звание, должность, место работы, город, страна.

4. Заглавие. Прописные буквы, полужирный, положение по центру страницы.

5. Аннотация к статье. Слово «Аннотация» (каз. «Түйін», англ. «Abstract»), полужирный, положение по центру страницы, через строку после заглавия. Аннотация оформляется на языке статьи. Допускается замена аннотации на языке статьи на резюме на языке статьи. Текст аннотации: 500–800 знаков с пробелами, курсив, выравнивание по ширине страницы, отступы слева и справа – по 2 см, отступ «Первой строки» – 1,25.

6. Резюме к статье. Оформляется на двух языках, отличных от языка статьи, с переводом названия статьи. Текст резюме: курсивный, после списка литературы через интервал, 500–800 знаков с пробелами, положение по ширине текста, отступ «Первой строки» – 1,25.

7. *Ключевые слова* (от 5 до 8). Ключевые слова пишутся на трех языках, размещаются соответственно под «Аннотацией» и «Резюме». Фраза «Ключевые слова» (каз. «Кілт сөздер»,

англ. «Key words»): полужирный, отступы слева и справа – по 2 см, после фразы ставится двоеточие. Сами ключевые слова указываются после фразы «Ключевые слова» в той же строке, через запятую.

8. Основной текст делится на следующие разделы:

1) Введение (каз – Кіріспе, англ. – Introduction).

2) Материалы и методы (каз. – Материалдар мен әдістер, англ. – Materials and Methods).

3) Результаты (каз. – Нәтижелер, англ. – Results).

4) Обсуждение (каз. – Талқылау, англ. – Discussion).

5) Выводы (каз. – Қорытынды, англ. – Conclusions).

6) Благодарности (каз. – Ризашылық білдіру, англ. – Appreciation).

Разделы 3 и 4 могут объединяться, раздел 6 – по необходимости.

Разделы статьи должны быть пронумерованы, необходимо нумеровать арабскими цифрами без точки. Оформление заголовков разделов – шрифт Times New Roman, размер шрифта – 12, полужирный, положение по левому краю страницы.

При выделении в тексте отдельных пунктов или списков следует использовать только арабские цифры.

9. *Список литературы* (каз. – *Әдебиеттер тізімі,* англ. – *References*).Список литературы приводится в конце статьи и озаглавливается «Список литературы» – шрифт Times New Roman, размер шрифта – 12, полужирный, отступ «Первой строки» – 1,25.

Сведения об источниках следует располагать в порядке появления ссылок на источники в тексте, нумеровать арабскими цифрами без точки, размер шрифта – 11, отступ «Первой строки» –1,25 см. Ссылки на использованные источники следует приводить в квадратных скобках. Библиографическая запись выполняется на языке оригинала.

Выходные данные *книг* обязательно включают: фамилию автора (авторов), инициалы, название, место издания, издательство, год издания, страницы. Например: Семенов В.В. Философия: итог тысячелетий. Философская психология. – Пущино: ПНЦ РАН, 2000. – С. 60–65.

Выходные данные *статей из журналов и периодических изданий* указываются в следующем порядке: фамилия автора (авторов), инициалы, название статьи, название журнала, год, номер издания, страницы. Например: Голубков Е.П. Маркетинг как концепция рыночного управления // Маркетинг в России и за рубежом. – 2001. – № 1. – С. 89–104.

Выходные данные *сборников* указываются в следующем порядке*:* фамилия автора (авторов), инициалы, название статьи, название сборника, год издания, страницы. Например: Зимин А.И. Влияние состава топливных эмульсий на концентрацию оксидов азота и серы в выбросах промышленных котельных // Экологическая защита городов: тез. докл. науч.-техн. конф. – М.: Наука, 1996. – С. 77–79.

Выходные данные э*лектронных ресурсов* содержат информацию об авторе, названии, дате и месте издания или публикации, также указывается информационный носитель, системные требования, режим доступа (к интернет-ресурсам) (Художественная энциклопедия зарубежного классического искусства [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые, граф., зв. дан. и прикладная прогр. (546 Мб). – М.: Большая Рос. энцикл. [и др.], 1996. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) + рук. Пользователя (1 с.). – Систем. требования: ПК 486 или выше; 8 Мб ОЗУ; Windows 95 или новее; SVGA 32768 и более цв.; 640x480; 4x CD-ROM дисковод; 16 бит. зв.карта; мышь; Faulkner, A., Thomas, P. Проводимые пользователями исследования и доказательная медицина [Электронный ресурс] // Обзор современной психиатрии: электронный журнал. – 2002. – Вып. 16. – Режим доступа: http://www.psyobsor.org).

10. Оформление таблиц. Каждая таблица должна быть пронумерована и иметь заголовок. Номер таблицы и заголовок размещаются над таблицей. Номер оформляется как «*Таблица 1*» («*Кесте 1*», «*Table 1*»), стиль шрифта – курсивный. Заголовок таблицы

размещается через тире, шрифт – Times New Roman, размер – 11, по центру страницы, стиль шрифта – обычный. Положение текста в таблице по левому краю, шрифт – Times New Roman, размер – 11.

11. Оформление графических материалов. Графические материалы должны быть подготовлены с помощью программ «Microsoft Graph» или «Excel» без использования сканирования.

Графические объекты должны быть в виде рисунка или сгруппированных объектов.

Графические объекты не должны выходить за пределы полей страницы и превышать одну страницу.

Каждый объект должен быть пронумерован и иметь заголовок. Номер объекта и заголовок размещаются под объектом. Номер оформляется как *«Рисунок 1*» («*Сурет 1»,* «*Picture 1*»), шрифт – Times New Roman, курсив, размер – 11, положение текста на странице по центру. Далее следует название, шрифт – Times New Roman, размер – 11, стиль шрифта - обычный.

12. Оформление формул. Математические формулы оформляются через редактор формул «Microsoft Equation». Их нумерация проставляется с правой стороны в скобках. При большом числе формул рекомендуется их независимая нумерация по каждому разделу.

13. К статье обязательно прилагаются:

– сведения об авторе (на трех языках): фамилия, имя, отчество, ученая степень, ученое звание, должность, место работы (название вуза, организации, факультет, кафедра), рабочий и мобильный телефоны;

– рецензия кандидата или доктора наук, доктора PhD(для авторов без ученой степени).

Редакция не несет обязательств по рецензированию всех поступающих материалов и не вступает в дискуссию с авторами отклоненных материалов.

Мнение авторов не всегда отражает точку зрения редакции. За достоверность предоставленных материалов ответственность несет автор. При перепечатке материалов ссылка на журнал обязательна.

По всем вопросам приема и публикации статей обращаться по адресу:

Республика Казахстан, 110000, г. Костанай, ул. Байтурсынова, 47
НАО «Костанайский региональный университет
имени Ахмет Байтұрсынұлы» МОН РК
БИН 200740006481, БИК KCJBKZKX
ИИК KZ398562203108711441 в АО «Банк Центр Кредит»

Республика Казахстан, 110000, г. Костанай, ул. Байтурсынова, 47
№007 каб. Тел.: 8 (777) 581-51-20
E-mail: vestnik.kru@ksu.edu.kz

INFORMATION FOR AUTHORS

The journal «KMPI Zharshysy» is responsible for publishing the articles with original content on the results of research in the fields of pedagogical, social-humanitarian, physical and mathematical, technical, biological, chemical-technological, economical sciences, and ecology, international scientific relationships and etc. which were not printed previously.

The decision to publish an article is considered by the editorial board of the journal after peer review. Rejected articles are not considered again by the editorial board.

Articles are published in Kazakh, Russian and English languages.

The journal is published four times a year (January, April, July, October).

A subscription to the journal can be obtained at any post office of JSC "Kazpost". Subscription index 74081.

All submitted manuscripts undergo expert peer review, professional editing, and plagiarism screening. Final decisions regarding publication are made by the journal's editorial board based on the results of peer review.

Articles are published under the following sections:

- Education
- Humanities and the Arts
- Natural Sciences
- Engineering and Technology
- Social Sciences

Article requirements:

The volume of the text of the article should be between 15,000 and 60,000 signs, including spaces and footnotes (from 0,3 to 1,5 printed page, i.e. 5-24 pages).

Technical requirements for the decoration of the text:

Font: Times New Roman, size – 12, alignment – width of the page.

Field: on 2 cm from all directions.

Line spacing: single.

Spacing between paragraphs «Before» – no, «After» – no.

Indentation of "The first line"– 1,25.

Text: one column on the page.

The first (titular) page of the article must include the following information:

1. UDC code. Boldface, position on the left side of the page. Assign the UDC to copyright material can be available here: http://teacode.com/online/udc/.

2. Full name of the author. Bold italic, position on the right edge of the page through the line after the UDC code.

3. Information about authors. Font style – italic, position on the right edge of the page: academic degree, academic title, position, place of work, city, country.

4. Title. Uppercase letters, bold, position – at the center of the page.

5. Abstract to the article. The word «Abstract» (kaz. «Түйін», rus. «Аннотация»), boldface, position – at the center of the page, in a line after the title. Abstract is made in the language of the article. It is possible to replace the abstract on the language of the article to the summary on the language of the article. Text of abstract: 500–800 signs including spaces, italics, position – the width of text, indents on the left and right – 2 cm, indentation of "the first line" – 1.25.

6. Summary of the article. It is made out in two languages differ from the language of the article, with the translation of the title of the article. Text of summary: italic, after references, 500–800 signs including spaces, alignment – the width of page, indentation of "the first line" – 1.25.

7. *Key words* (from 5 to 8). Key words are written in three languages, are located accordingly under the «Abstract» and «Summary». The phrase «Key words» (kaz. «Кілт сөздер»,

rus. «Ключевые слова»): boldface, indents on the left and right – 2 cm, after the phrase there is a colon. Key words are written after the phrase "Key words" in the same line, separated by a comma.

*8. Main text of the article*consists of the following parts:

1) Introduction (kaz. – Кіріспе, rus. – Введение).

2) Materials and Methods (kaz. – Материалдар мен әдістер, rus. – Материалы и методы).

3) Results (kaz. – Нәтижелер, rus. – Результаты).

4) Discussion (kaz. – Талқылау, rus. – Обсуждение).

5) Conclusions (kaz. – Қорытынды, rus. – Выводы).

6) Appreciation (kaz. – Ризашылық білдіру, rus. – Благодарности).

Parts 3 and 4 may be combined, part 6 – if it is necessary.

Parts of the article should be numbered, Arabic numerals without a dot. Headings of parts – font Times New Roman, size – 12, boldface, position on the left side of the page.

While highlighting only Arabic numerals should be used in the text of selected items or lists.

9. *References* (kaz. – *Әдебиеттер тізімі*, rus. – *Список литературы*). References should be listed at the end of the article and headlined as «References» –font Times New Roman, font size – 12, boldface, indent 1.25.

Information about the sources should be arranged in order of appearance of references to sources in the text, and numbered in Arabic numerals without a dot, font size – 11, indent 1.25 cm. References to the sources used should be given in square brackets. Bibliographic record is made in language of the original source.

Output data of *books* must include: surname of the author (authors), initials, name, place of publication, publisher, year of publication, number of pages. For example: Семенов, В.В. Философия: итог тысячелетий. Философская психология. – Пущино: ПНЦРАН, 2000. – Р. 60–65.

Output data of *articles from journals and periodicals* must include: surname of the author (authors), initials, title of the article, title of the journal, year, number of publication, number of pages. For example: Голубков Е.П. Маркетинг как концепция рыночного управления // Маркетинг в России и зарубежом. – 2001. – № 1. – Р. 89–104.

Output data of *collections* is indicated in the following order: surname of the author (authors), initials, title of the article, title of the collection, year of publication, number of pages. For example: Зимин А.И. Влияние состава топливных эмульсий на концентрацию оксидов азота и серы в выбросах промышленных котельных // Экологическая защита городов: тез. докл. науч.-техн. конф. – М.: Наука, 1996. – Р. 77–79.

Output data of *electronic resources* provides information about the author, title, date and place of edition, or publication, also indicates the information carrier, system requirements, access mode (to the Internet resources) (Художественная энциклопедия зарубежного классического искусства [Электронный ресурс]. – Электрон. текстовые, граф., зв.дан. и прикладная прогр. (546 Мб). – М.: Большая Рос. энцикл. [и др.], 1996. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) + рук. Пользователя (1 с.). – Систем. требования: ПК 486 или выше; 8 Мб ОЗУ; Windows 95 или новее; SVGA 32768 и более цв.; 640x480; 4x CD-ROM дисковод; 16 бит. зв.карта; мышь; Faulkner, A., Thomas, P. Проводимые пользователями исследования и доказательная медицина [Электронный ресурс] // Обзор современной психиатрии: электронный журнал. – 2002. – Вып. 16. – Режим доступа: http://www.psyobsor.org).

10. Design of tables. Each table should be numbered and titled. Table number and heading are placed above the table. Number is issued as «*Table 1*» (*«Кесте 1», «Таблица 1»*), font style – italic. Table heading is placed by a dash, font – Times New Roman, size – 11, font style – regular, at the center of the page. The position of the text in the table – to the left, the font – Times New Roman, size – 11.

11. Design of graphic materials. Graphic materials should be prepared by using the programs «Microsoft Graph» or «Excel» without scanning.

Graphical objects should be presented as a picture or grouped objects.

Graphical objects should not extend beyond the page margins, and have no more than one page.

Each object must be numbered and titled. Number of the object and title are placed under the object. Number is presented as «*Picture 1*» *(«Сурет 1», «Рисунок 1»)*, the font – Times New Roman, italic, size – 11, position of the text–at the center of the page. Then, the title – the font – Times New Roman, size – 11, font style – regular.

12. Design of formulas. Mathematical formulas are made through the «Microsoft Equation» formula editor. The numbering is affixed to the right in brackets. If there is a large number of formulas it will be recommended their independent numbering for each section.

13. The article must have:

- information about the author: surname,name, patronymic, academic degree,academic title, position, place of work (name of institution, organization, faculty, department), office and mobile phone numbers;
- review of the candidate or doctor of sciences, PhD doctors (for authors without scientific degree).

Editors are not liable for reviewing all incoming materials and do not enter into a discussion with the authors of rejected materials.

The views expressed by the authors do not necessarily reflect those of the editorial board. The author(s) shall responsible for the accuracy of the submitted materials. Reprinting of materials is permitted only with appropriate reference to the journal.

On all questions of reception and publication of articles contact us at:

Republic of Kazakhstan, 110000, Kostanay, Baitursynov street, 47
NLC «Akhmet Baitursynuly Kostanay Regional University» MES RK
BIN 200740006481 BIC KCJBKZKX
IIC KCJBKZKX AO «BankCentrCredit»

Republic of Kazakhstan, 110000, Kostanay, Baitursynov street, 47
office №007. Tel.: 8 (777) 581-51-20
E-mail: vestnik.kru@ksu.edu.kz

МАЗМҰНЫ

БІЛІМ БЕРУ

Нуркенова, Н.А. ПЕДАГОГИКАЛЫҚ МАМАНДЫҚ СТУДЕНТТЕРІНЕ АРНАЛҒАН «АҚПАРАТТЫҚ-КОММУНИКАЦИЯЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР» ПӘНІ БОЙЫНША ПРАКТИКАЛЫҚ ТАПСЫРМАЛАРДЫ ӘЗІРЛЕУДЕ ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТІНІ ҚОЛДАНУ 3

Шолпанбаева, Г.А., Адилов, Н.Е. ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТ ДӘУІРІНДЕГІ ТІЛДІК БІЛІМ БЕРУ 9

ГУМАНИТАРЛЫҚ ЖӘНЕ ӨНЕР ҒЫЛЫМДАРЫ

Өмірзақова, А.К. ҚОСТІЛДІ ТҰЛҒАЛАРДЫҢ АУЫЗЕКІ ТІЛІНДЕГІ ҚАТЫСЫМДЫҚ БЕЙРЕЛЕВАНТТЫ ГРАММАТИКАЛЫҚ ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ КӨРІНІСТЕРІ 16

Подкорытова, С.В., Поспелова, А.И. ШАДРИНСК ҚАЛАСЫ САУДА БӨЛІМІНІҢ ҰЛЫ ОТАН СОҒЫСЫ ЖЫЛДАРЫ ХАЛЫҚТЫ АЗЫҚ-ТҮЛІКПЕН ҚАМТАМАСЫЗ ЕТУ ЖӨНІНДЕГІ ШАРУАШЫЛЫҚ ҚЫЗМЕТІ 24

ЖАРАТЫЛЫСТАНУ ҒЫЛЫМДАРЫ

Демисенов, Б.Н., Сергеев, Д.В., Тажахметов, А.Т. КЛАССИКАЛЫҚ САНДЫҚ ТІЗБЕКТЕРДЕГІ СЫЗЫҚТЫҚ ЕМЕС ОПЕРАТОРДЫҢ ҚАСИЕТТЕРІ МЕН ИТЕРАЦИЯЛАРЫН ЗЕРТТЕУ $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$ 32

Майер, Ф.Ф., Берденова, Г.Ж. ДӨҢЕС ДЕРЛІК ЖӘНЕ ТИПТІК НАҚТЫ ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ КЕЙБІР КЛАСТАРЫ ТУРАЛЫ 42

Майер, Ф.Ф., Жарлыгасова, Э.З., Калыгин, М.В. ДӨҢГЕЙ ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ КЕЙБІР КЛАССТАРЫ ҮШІН БҰЗЫЛУ ТЕОРЕМАЛАРЫ ЖӘНЕ ДӨҢГЕЙЛІК РАДИУСТАРЫ 51

Майер, Ф.Ф., Нургельдина, А.Е., Магамбетов, Б.Е. БЕЛГІЛІ БІР РЕТТІ ЖҰЛДЫЗ ТӘРІЗДІ ФУНКЦИЯЛАР КЛАСЫНДАҒЫ ШВАРЦИАН АЛДЫНДАҒЫ НОРМАНЫ БАҒАЛАУ 63

Майер, Ф.Ф., Хабдуллина, Г.Ж., Флорина, Т.А. ДӘРЕЖЕЛІК ҚАТАРЛАРДЫ ЖАҢАРТУДАҒЫ БОСТЫҚТАРЫ БАР ДЕЙІН ДӨҢЕС ФУНКЦИЯЛАРДЫҢ ЖАЛПЫЛАНДЫРЫЛҒАН ОЗАКИ КЛАСЫНЫҢ ШВАРЦИЯҒА ДЕЙІНГІ НОРМАСЫНЫҢ БҰЗЫЛУ ТЕОРЕМАСЫ ЖӘНЕ БАҒАЛАУЫ 72

Тастанов, М.Г., Берденова, С.Ж. САҚТАНДЫРУ КОМПАНИЯСЫНЫҢ ҚАРЖЫЛЫҚ ТӘУЕКЕЛДЕРІН МОДЕЛЬДЕУ. АНДЕРСЕН МОДЕЛІ 81

Тастанов, М.Г., Жарлыгасова, Э.З. ЕКІ ФАЗАЛЫҚ СҮЗІЛУДІҢ РЕГУЛЯРЛЫ БІР ЕСЕБІН ШЫҒАРУ ТУРАЛЫ 90

Чернявская, О.М., Рулёва, М.М., Дущенко, А.В. «BIO/ECO» ТАҢБАЛАНУЫ БАР ЖУҒЫШ ЗАТТАРДАҒЫ ФЕРМЕНТТЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ МӘЛІМДЕЛГЕН ҚАСИЕТТЕРГЕ СӘЙКЕСТІГІ 98

ИНЖИНИРИНГ ЖӘНЕ ТЕХНОЛОГИЯ

Баймухаметова, К.Д., Саидов, А.М., Калитка, Д.А., Жангабылова, Н.Д. ДӘСТҮРЛІ ҚАЗАҚ ӨНІМІ ТАРЫНЫ СҰЛЫ ПЕЧЕНЬЕСІН ӨНДІРУДЕ ҚОЛДАНУДЫ ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕУ 104

Любченко, А.С., Калитка, Д.А., Саидов, А.М., Альсеитов, К.С. ҚАРА ШАЙ, ИТМҰРЫН ЖӘНЕ МЕЛИССА НЕГІЗІНДЕГІ ШАЙ-ШӨП СУСЫНЫНЫҢ РЕЦЕПТУРАСЫН ТЕОРИЯЛЫҚ НЕГІЗДЕУ 112

Мейрманова, А., Есламғали, К. ЖҮК КӨЛІГІНІҢ КЕШІГУІН БОЛЖАУҒА АРНАЛҒАН MCDM БАСҚАРАТЫН ТОЛЫҚ ЦИКЛДІ МАШИНАЛЫҚ ОҚЫТУ ФРЕЙМВОРКІ 117
Мейрманова, А., Казиханов, Д. КӨҢІЛ-КҮЙДІ ТАЛДАУ МЕН ЖАСАНДЫ ИНТЕЛЛЕКТ АРҚЫЛЫ ЖАСАЛҒАН ПІКІРЛЕРДІҢ ШЫҒУ ТЕГІН ЖІКТЕУГЕ АРНАЛҒАН, ТРАНСФОРМЕРГЕ НЕГІЗДЕЛГЕН КӨП ТАПСЫРМАЛЫ МОДЕЛЬ МЕН ВЕБ-ЖҮЙЕНІ ӘЗІРЛЕУ: ҚОНАҚҮЙЛЕРГЕ ҚАТЫСТЫ ДЕРЕККӨЗ БЕЛГІЛЕРІ БАР, АРАЛАС ДОМЕНДІ КОРПУСТА БАҒАЛАУ 126
Мейрманова, А., Құрманғалиев А. КОММЕРЦИЯЛЫҚ АУҚЫМ МЕН ҚЫЗМЕТ САПАСЫН АЖЫРАТУ: ЭЛЕКТРОНДЫҚ КОММЕРЦИЯ МАРКЕТПЛЕЙСТЕРІНДЕ САТУШЫЛАРДЫ БАҒАЛАУҒА АРНАЛҒАН МАСШТАБТАЛАТЫН PCA–TOPSIS КОНВЕЙЕРІ 136
Радионова Д.М., Саидов, А.М., Калитка, Д.А., Искаков, К.Е. АРПА АУЫЛЫНЫҢ (УЫТЫНЫҢ) ТҮРЛІ ТҮРЛЕРІНІҢ ТЕХНОЛОГИЯЛЫҚ ҚАСИЕТТЕРІН САЛЫСТЫРМАЛЫ ТАЛДАУ ЖӘНЕ ОЛАРДЫ АЛКОГОЛЬСІЗ СУСЫНДАР ӨНДІРІСІНДЕ ПАЙДАЛАНУ БОЛАШАҒЫ 145
Холкина, С.А., Калитка, Д.А., Саидов, А.М., Жангабылова, Н.Д. БИДАЙ НАНЫНЫҢ САПАСЫН ЖАҚСАРТУ ЖӘНЕ САҚТАУ МЕРЗІМІН ҰЗАРТУ ҮШІН ҚАЙТАЛАМА ЖӘНЕ ДӘСТҮРЛІ ЕМЕС ӨСІМДІК ШИКІЗАТЫН ПАЙДАЛАНУ ПЕРСПЕКТИВАЛАРЫ 152

ӘЛЕУМЕТТІК ҒЫЛЫМДАР
Андреев, Г.А., Амантаева, Р.К. ҰЙЫМНЫҢ БІЛІМДІ БАСҚАРУ ЖҮЙЕСІНДЕГІ КОРПОРАТИВТІК УНИВЕРСИТЕТТІҢ РӨЛІ 161
Куанышбаев, С.Б., Габдуллова, Н.Б., Баубекова, Г.К. ҚОСТАНАЙ ОБЛЫСЫНДАҒЫ ЖАСТАР КӨШІ-ҚОНЫ: ҒЫЛЫМИ ЗЕРТТЕУЛЕРГЕ ШОЛУ ЖӘНЕ МӘСЕЛЕНІҢ ЗЕРТТЕЛУ ДӘРЕЖЕСІ 169

АВТОРЛАРДЫҢ НАЗАРЫНА 179

СОДЕРЖАНИЕ

ОБРАЗОВАНИЕ

Нуркенова, Н.А. ПРИМЕНЕНИЕ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА ПРИ РАЗРАБОТКЕ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАНИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ 3

Шолпанбаева, Г.А., Адилов, Н.Е. ЯЗЫКОВОЕ ОБРАЗОВАНИЕ В ЭПОХУ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА 9

ГУМАНИТАРНЫЕ НАУКИ И ИСКУССТВО

Омурзакова, А.К. ПРОЯВЛЕНИЯ КОММУНИКАТИВНО-НЕРЕЛЕВАНТНОЙ ГРАММАТИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ В КАЗАХСКОЙ РЕЧИ БИЛИНГВОВ 16

Подкорытова, С.В., Поспелова, А.И. ХОЗЯЙСТВЕННАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ТОРГОВОГО ОТДЕЛА ГОРОДА ШАДРИНСКА ПО ОБЕСПЕЧЕНИЮ ПРОДОВОЛЬСТВИЕМ НАСЕЛЕНИЯ В ГОДЫ ВЕЛИКОЙ ОТЕЧЕСТВЕННОЙ ВОЙНЫ 24

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

Демисенов, Б.Н., Сергеев, Д.В., Тажахметов, А.Т. ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ И ИТЕРАЦИЙ НЕЛИНЕЙНОГО ОПЕРАТОРА НА КЛАССИЧЕСКИХ ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЯХ $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$ 32

Майер, Ф.Ф., Берденова, Г.Ж. О НЕКОТОРЫХ КЛАССАХ ПОЧТИ ВЫПУКЛЫХ И ТИПИЧНО ВЕЩЕСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ 42

Майер, Ф.Ф., Жарлыгасова, Э.З., Калыгин, М.В. ТЕОРЕМЫ ИСКАЖЕНИЯ И РАДИУСЫ ВЫПУКЛОСТИ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ПОЧТИ ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ 51

Майер, Ф.Ф., Нургельдина, А.Е., Магамбетов, Б.Е. ОЦЕНКА НОРМЫ ПРЕД-ШВАРЦИАНА В КЛАССЕ СИЛЬНО ЗВЕЗДООБРАЗНЫХ ФУНКЦИЙ ОПРЕДЕЛЕННОГО ПОРЯДКА 63

Майер, Ф.Ф., Хабдуллина, Г.Ж., Флорина, Т.А. ТЕОРЕМА ИСКАЖЕНИЯ И ОЦЕНКА НОРМЫ ПРЕД-ШВАРЦИАНА ОБОЩЕННОГО КЛАССА ОЗАКИ ПОЧТИ ВЫПУКЛЫХ ФУНКЦИЙ, ИМЕЮЩИХ ПРОПУСКИ В РАЗЛОЖЕНИИ В СТЕПЕННОЙ РЯД 72

Тастанов, М.Г., Берденова, С.Ж. МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИНАНСОВЫХ РИСКОВ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ. МОДЕЛЬ АНДЕРСЕНА 81

Тастанов, М.Г., Жарлыгасова, Э.З. ОБ ОДНОМ РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ РЕГУЛЯРНОЙ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ 90

Чернявская, О.М., Рулёва, М.М., Дущенко, А.В. ЭНЗИМЫ В МОЮЩИХ СРЕДСТВАХ С МАРКИРОВКОЙ «BIO/ECO» И ИХ СООТВЕТСТВИЕ ЗАЯВЛЕННЫМ СВОЙСТВАМ 98

ИНЖИНИРИНГ И ТЕХНОЛОГИИ

Баймухаметова, К.Д., Саидов, А.М., Калитка, Д.А., Жангабылова, Н.Д. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ ТРАДИЦИОННОГО КАЗАХСКОГО ПРОДУКТА ТАРЫ В ПРОИЗВОДСТВЕ ОВСЯНОГО ПЕЧЕНЬЯ 104

Любченко, А.С., Калитка, Д.А., Саидов, А.М., Альсеитов, К.С. ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАСТИТЕЛЬНОГО СЫРЬЯ КОСТАНАЙСКОЙ ОБЛАСТИ ПРИ РАЗРАБОТКЕ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ НАПИТКОВ УСПОКАИВАЮЩЕЙ И ОБЩЕУКРЕПЛЯЮЩЕЙ НАПРАВЛЕННОСТИ 112

Мейрманова, А., Есламгали, К. MCDM-УПРАВЛЯЕМЫЙ СКВОЗНОЙ ФРЕЙМВОРК МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЗАДЕРЖЕК ГРУЗОВЫХ АВТОМОБИЛЕЙ 117
Мейрманова, А., Казиханов, Д. РАЗРАБОТКА МНОГОЗАДАЧНОЙ МОДЕЛИ НА ОСНОВЕ АРХИТЕКТУРЫ ТРАНСФОРМЕР И ВЕБ-СИСТЕМЫ ДЛЯ СОВМЕСТНОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АНАЛИЗА ТОНАЛЬНОСТИ И КЛАССИФИКАЦИИ ПРОИСХОЖДЕНИЯ ОТЗЫВОВ (СГЕНЕРИРОВАННЫХ ИИ ИЛИ ЧЕЛОВЕКОМ): ОЦЕНКА НА КОРПУСЕ ИЗ РАЗЛИЧНЫХ ПРЕДМЕТНЫХ ОБЛАСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МЕТОК ПРОИСХОЖДЕНИЯ, ОТНОСЯЩИХСЯ ТОЛЬКО К СФЕРЕ ГОСТИНИЧНЫХ УСЛУГ 126
Мейрманова, А., Құрманғалиев А. РАЗДЕЛЕНИЕ КОММЕРЧЕСКОГО МАСШТАБА И КАЧЕСТВА СЕРВИСА: МАСШТАБИРУЕМЫЙ КОНВЕЙЕР PCA–TOPSIS ДЛЯ ОЦЕНКИ ПРОДАВЦОВ НА МАРКЕТПЛЕЙСАХ ЭЛЕКТРОННОЙ КОММЕРЦИИ 136
Радионова Д.М., Саидов, А.М., Калитка, Д.А., Искаков, К.Е. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ РАЗЛИЧНЫХ ВИДОВ ЯЧМЕННОГО СОЛОДА И ПЕРСПЕКТИВЫ ИХ ПРИМЕНЕНИЯ В ПРОИЗВОДСТВЕ БЕЗАЛКОГОЛЬНЫХ НАПИТКОВ 145
Холкина, С.А., Калитка, Д.А., Саидов, А.М., Жангабылова, Н.Д. ПЕРСПЕКТИВЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ВТОРИЧНОГО И НЕТРАДИЦИОННОГО РАСТИТЕЛЬНОГО СЫРЬЯ ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ КАЧЕСТВА И ПРОДЛЕНИЯ СРОКА ХРАНЕНИЯ ПШЕНИЧНОГО ХЛЕБА 152

СОЦИАЛЬНЫЕ НАУКИ
Андреев, Г.А., Амантаева, Р.К. РОЛЬ КОРПОРАТИВНОГО УНИВЕРСИТЕТА В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ЗНАНИЯМИ ОРГАНИЗАЦИИ 161
Куанышбаев, С.Б., Габдуллова, Н.Б., Баубекова, Г.К. МИГРАЦИЯ МОЛОДЕЖИ В КОСТАНАЙСКОЙ ОБЛАСТИ: ОБЗОР НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ И СТЕПЕНЬ ИЗУЧЕННОСТИ ПРОБЛЕМЫ 169

ИНФОРМАЦИЯ ДЛЯ АВТОРОВ 182

CONTENT

EDUCATION

Nurkenova, N.A. THE USE OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE IN DEVELOPING PRACTICAL ASSIGNMENTS FOR THE COURSE "INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES" FOR STUDENTS OF PEDAGOGICAL SPECIALTIES 3

Sholpanbayeva, G.A., Adilov, N.Ye. LANGUAGE EDUCATION IN THE AGE OF ARTIFICIAL INTELLIGENCE 9

HUMANITIES AND ARTS

Omurzakova, A.K. MANIFESTATIONS OF COMMUNICATIVELY NON-RELEVANT GRAMMATICAL INTERFERENCE IN THE KAZAKH SPEECH OF BILINGUALS 16

Podkorytova, S.V., Pospelova, A.I. ECONOMIC ACTIVITY OF THE TRADE DEPARTMENT OF SHADRINSK IN PROVIDING THE POPULATION WITH FOOD DURING THE GREAT PATRIOTIC WAR 24

NATURAL SCIENCES

Demissenov, B.N., Sergeyev, D.V., Tazhakhmetov, A.T. INVESTIGATION OF THE PROPERTIES AND ITERATIONS OF A NON-LINEAR OPERATOR ON CLASSICAL NUMBER SEQUENCES: $T(a_k) = {a_{k+1}}^2 - {a_k}^2$ 32

Mayer, F.F., Berdenova, G.Z. ON SOME CLASSES OF CLOSE-TO CONVEX AND TYPICALLY REAL FUNCTIONS 42

Mayer, F.F., Zharlygassova, E.Z., Kalygin, M.V. DISTORTION THEOREMS AND CONVEXITY RADII OF SOME CLASSES OF CLOSE-TO-CONVEX FUNCTIONS 51

Mayer, F.F., Nurgeldina, A.Ye., Magambetov, B.Ye. ESTIMATION OF THE PRE-SCHWARZIAN NORM IN THE CLASS OF STRONGLY STARLIKE FUNCTIONS OF A GIVEN ORDER 63

Mayer, F.F., Khabdullina, G.Zh., Florina, T.A. DISTORTION THEOREM AND ESTIMATION OF THE PRE-SCHWARTZIAN NORM OF THE GENERALIZED OZAKI CLASS OF CLOSE-TO-CONVEX FUNCTIONS WITH GAPS IN THE POWER SERIES EXPANSION 72

Tastanov, M.G., Berdenova G.Zh. MODELING THE FINANCIAL RISKS OF AN INSURANCE COMPANY. ANDERSEN MODEL 81

Tastanov, M.G., Zharlygassova, E.Z. ON A SOLUTION TO THE PROBLEM OF REGULAR TWO-PHASE FILTRATION 90

Chernyavskaya, O.M., Rulyova, M.M., Dushchenko, A.V. ENZYMES IN DETERGENTS LABELED «BIO/ECO» AND THEIR COMPLIANCE WITH DECLARED PROPERTIES 98

ENGINEERING AND TECHNOLOGY

Baimukhametova, K.D., Saidov, A.M., Kalitka, D.A., Zhangabylova, N.D. THEORETICAL JUSTIFICATION FOR THE USE OF THE TRADITIONAL KAZAKH TARY PRODUCT IN OATMEAL COOKIE PRODUCTION 104

Lyubchenko, A.S., Kalitka, D.A., Saidov, A.M., Alseitov, K.S. POTENTIAL APPLICATIONS OF PLANT-BASED RAW MATERIALS FROM THE KOSTANAY REGION IN THE DEVELOPMENT OF FUNCTIONAL BEVERAGES WITH CALMING AND GENERAL TONIC EFFECTS 112

Meirmanova, A., Yeslamgali, K. AN MCDM-GOVERNED END-TO-END MACHINE LEARNING FRAMEWORK FOR TRUCK DELAY PREDICTION.....117
Meirmanova, A., Kazikhanov, D. DEVELOPMENT OF A MULTITASK TRANSFORMER-BASED MODEL AND WEB SYSTEM FOR JOINT SENTIMENT ANALYSIS AND AI-GENERATED REVIEW PROVENANCE CLASSIFICATION: A MIXED-DOMAIN CORPUS EVALUATION WITH HOTEL-ONLY PROVENANCE LABELS 126
Meirmanova, A., Kurmangaliyev, A. DECOUPLING COMMERCIAL SCALE AND SERVICE QUALITY: A SCALABLE PCA–TOPSIS PIPELINE FOR SELLER EVALUATION IN E-COMMERCE MARKETPLACES.....136
Radionova, D.M., Saidov, A.M., Kalitka, D.A., Iskakov, K.E. COMPARATIVE ANALYSIS OF THE TECHNOLOGICAL PROPERTIES OF DIFFERENT TYPES OF BARLEY MALT AND PERSPECTIVES FOR THEIR APPLICATION IN NON-ALCOHOLIC BEVERAGE PRODUCTION.....145
Kholkina, S.A., Kalitka, D.A., Saidov, A.M., Zhangabylova, N.D. PROSPECTS FOR THE USE OF SECONDARY AND NON-TRADITIONAL PLANT-BASED RAW MATERIALS TO IMPROVE THE QUALITY AND EXTEND THE SHELF LIFE OF WHEAT BREAD.....152

SOCIAL SCIENCES
Andreyev, G.A., Amantayeva, R.K. THE ROLE OF THE CORPORATE UNIVERSITY IN AN ORGANIZATION'S KNOWLEDGE MANAGEMENT SYSTEM.....161
Kuanyshbayev, S.B., Gabdullova, N.B., Baubekova, G.K. YOUTH MIGRATION IN KOSTANAY REGION: A REVIEW OF SCIENTIFIC RESEARCH AND THE DEGREE OF PROBLEM EXPLORATION.....169

INFORMATION FOR AUTHORS 185

Редактор, корректор: *А. Симонова*
Корректорлар: *Б. Сыздыкова, Т. Цай*
Компьютерлік беттеу: *С. Красикова, И. Милокумова*

Редактор, корректор: *А. Симонова*
Корректоры: *Б. Сыздыкова, Т. Цай*
Компьютерная верстка: *С. Красикова, И. Милокумова*

Басуға 28.10.2026 ж. берілді.
Пішімі 60х84/8. Көлемі 14,0 б.т.
Тапсырыс № 0230

Ахмте Байтұрсынұлы атындағы
Қостанай өңірлік университетіндегі
редакциялық-баспа бөлімінде басылған
Қостанай қ., Байтұрсынов к., 47

Подписано в печать 28.10.2026 г.
Формат 60х84/8. Объем 14,0 п.л.
Заказ № 0230

Отпечатано в редакционно-издательском отделе
Костанайского регионального университета
имени Ахмет Байтурсынулы
г. Костанай, ул. Байтурсынова, 47